[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Elemente
der
Astronomischen Wissenschaften
oder der
Astronomie, Geographie, Gnomonik und Chronologie;
verfaßt
von
Johann Friedrich Lorenz.

Der
Elemente der gesammten Mathematik
Zweyten Theils, Zweyte Abtheilung.

Mit 4 Kupfertafeln.

Leipzig,
im Verlag der J. G. Müllerschen Buchhandlung
1797.

Die

Elemente

der

Mathematik

verfaßt

von

Johann Friedrich Lorenz. 1738–1807

Zweyter Theil.

Die

angewandte Mathematik.

Zweyte Abtheilung.

Astronomische

Wissenschaften,

nebst Beylagen zur Trigonometrie,

mit 4 Kupfertafeln.

Zweyte gänzlich umgearbeitete Ausgabe.

Leipzig

im Verlag der J. G. Müllerschen Buchhandlung

1797.

Vorbericht.

Die angewandte Mathematik, oder der zweyte Theil dieses mathematischen Lehrbuches, ist mit der zweyten Abtheilung, welche sämmtliche astronomische Wissenschaften enthält, geschlossen. Die technische Mathematik, welche (mit Ausschluß der Artillerie und beyder Architecturen, als die in ein Lehrbuch der Mathematik eigentlich gar nicht gehören) die sogenannte practische Geometrie, nebst der practischen Astronomie, in sich begreiffen soll, wird einem besondern dritten Theile vorbehalten.

Vorbericht.

Was die hier folgenden Grundlehren der Astronomie, und der mit ihr verwandten Wissenschaften, betrift: so wird das vorangeschickte ausführliche Inhaltsverzeichniß den erwählten Plan genugsam vor Augen legen; die Ausführung selbst aber bald zeigen, welchem Meister im deutlichen und gründlichen, ächt systematischen Vortrage ich nachzuahmen bemüht gewesen bin; aus dessen **Sammlung astronomischer Abhandlungen**, und **weiterer Ausführung der mathematischen Geographie**, auch ein so großer Theil als bloße Anfangsgründe es nur immer verstatten wollten, mit gebührender Anzeige der Quelle, woraus Jedes geschöpft worden, an den gehörigen Orten eingetragen ist. Bey der gedrängten Kürze, welche ein Lehrbuch fodert, dünkte es mich auch nicht unschicklich, häufig auf ein ausführliches Werk über die Astronomie zu verweisen, welches viele historische Nachrichten mit einer ziemlich vollständigen Theorie verbindet. Ich hatte dabey die neueste Ausgabe

dieses

dieses schon längst bekannten Werkes vor mir, dessen Titel ist: Astronomie par Jerome le Français la Lande, troisiéme edition. Paris 1792. 3 Tomes. 4. Der verdienstvolle und zum Bewundern thätige Verfasser hat nicht nur Supplemente, sondern auch einen Auszug versprochen, welchen er, da solcher zum Unterricht der Anfänger dienen soll, hoffentlich in systematische Ordnung bringen wird, woran es dem größern sonst so brauchbaren Werke ganz zu fehlen scheint. Die übrigen Schriften, welche ich benützt habe, sind an den gehörigen Orten angegeben, daher es unnöthig ist, die Nahmen ihrer Verfasser, deren Ruhm meiner Anzeige gar nicht bedarf, hier zusammen aufzustellen.

Den Vorschlag der Verlagshandlung, diesem Bande noch einen besondern Titel vorzusetzen, habe ich mir nicht nur gefallen lassen, sondern auch für die beyden vorhergehenden Bände noch besondere Titel veranstaltet; damit dem

Käufer frey stehe, sich das ganze Lehrbuch, oder einzelne Theile desselben, nach Gefallen anzuschaffen.

Die technische Mathematik, als der vierte und letzte Band dieses Lehrbuchs, soll den neuen Ausgaben des Grundrisses der Mathematik, und der deutschen Uebersetzung des Euklides, welche beyde spätestens für die nächste Michaelmesse bestimmt sind, bald folgen. Geschrieben zu Klosterberge bey Magdeburg im Februar 1797.

Johann Friedrich Lorenz.

Inhaltsverzeichniß.

Beylagen zur Trigonometrie.

Astronomische Wissenschaften.

I. Die Astronomie.

A. Die sphärische Astronomie.

Inhaltsverzeichniß.

113.

Inhaltsverzeichniß.

7. Von dem Unterschiede der Zeit, und dem Gebrauche der Uhren. S. 59.

8. Von der Lage der Fixsterne. S. 75.

278.

9. Von der Kenntniß der Sterne, oder der Astrognosie. S. 90.

10. Vom Vorrücken der Nachtgleichen. S. 103.

11. Das Weitere von der gemeinen Bewegung der Himmelskörper. S. 110.

12. Von der Refraction. S. 131.

13. Von der Parallaxe. S. 141.

B.

Inhaltsverzeichniß.

B. Die theorische Astronomie.

1. Von der Sonne. S. 152.

2. Von dem Monde. S. 158.

4. Von den Planeten. S. 170.

Inhaltsverzeichniß.

4. Von dem Planetensystem. S. 180.

5. Von der Theorie der Planeten. S. 198.

602.

Inhaltsverzeichniß.

6. Von den Verfinsterungen und Durchgängen, und von den Kometen. S. 224.

II. Die Geographie.

1. Von der sphärischen Gestalt der Erde, und den geographischen Längen und Breiten. S. 235.

Inhaltsverzeichniß.

2. Von der Größe der Erdgrade und der sphäroidischen Gestalt der Erde. S. 247.

3. Verschiedene Berechnungen und Abtheilungen der sphärischen Erdfläche. S. 276.

Inhaltsverzeichniß.

Inhaltsverzeichniß.

IV. Die Chronologie.

1. Von der Abtheilung der Zeit. S. 313.

2. Von den Kennzeichen der Zeit. S. 325.

3. Von der Festrechnung. S. 339.

Bey-

Beylagen

zur

Trigonometrie

nach

dem ersten Theile dieser Elemente.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Beylagen
zur
Trigonometrie.

I.
Als Einleitung.

1.

Der häufige Gebrauch, welcher von der Trigonometrie, besonders in den astronomischen Wissenschaften, zu machen ist, erfodert eine bequeme Uebersicht der im ersten Theile dieser Elemente gegebenen Formeln, welche bey solcher Gelegenheit auch noch mit einigen andern vermehrt werden können. Hiezu scheinen mir gegenwärtige Tafeln ungemein dienlich, deren jeder, um hier alles beysammen zu haben, kurze Beweise und Erläuterungen beygefügt sind. Diese erste enthält manches Allgemeine, als Vorbereitung und zur Abkürzung des Folgenden.

2. Um etwas Gewisses zum bequemen Citiren festzusetzen, so soll in diesen Beylagen jedesmahl z. E. (§. 5.) den 5ten §ph der im ersten Theile befindlichen Trigonometrie, und (III. 5.) die 5te Nummer der 3ten Tafel dieser Beylagen bedeuten; ausser diesen Beylagen aber soll jenes durch (Trigon. §. 5.) und dieses durch (Trigon. III. 5.) angezeigt werden. Und so auch in andern Fällen.

3. In allen hier gegebenen Formeln ist des Kreises Halbmesser $r = 1$ gesetzt. Will man aber denselben mit in Rechnung bringen, so setze man r jedesmahl so an, daß alle Glieder einer Formel einerley Dimension erhalten. (Geom. §. 581.) z. E. In der Gleichung (VI. 4.) $\sin \frac{1}{2} A^2 . \sin b . \sin c = \sin \frac{1}{2}(a+b-c) . \sin \frac{1}{2}(a-b+c)$ müßte man die rechte Seite noch mit r^2 multipliciren, um sie zur 4ten Dimension zu bringen, von welcher die linke Seite ist; oder allgemein, aus der Gleichung $4p^3 = 3p - q + 2$, wo p, q, zwey trigonometrische Linien für $r = 1$ bedeuten, würde folgende: $4p^3 = 3r^2 p - r^2 q + 2r^3$, worinn alle Glieder von der 3ten Dimension sind, von welcher das höchste Glied ist.

4. Zu der wirklichen Zahlenberechnung der Formeln haben die Mathematiker immer die größern logarithmisch-trigonometrischen Tafeln gebraucht; die Anfänger sich aber bisher mit den wohlfeilern kleinern Tafeln sehr kümmerlich und mangelhaft behelfen müssen. Erst seit wenigen Jahren sind von verdienten Männern größere Tafeln zu geringen Preisen geliefert, unter denen das logarithmisch-trigonometrische Handbuch von Georg Vega Leipzig 1793. 4. als das bequemste und wohlfeilste Anfängern vorzüglich zu empfehlen ist, woraus auch alle Exempel im Folgenden berechnet sind.

5.

5. Die Formeln für die trigonometrischen Linien verstatten mancherley Abänderungen des Ausdrucks, theils um denselben abzukürzen, theils um die Zahl der Formeln sehr zu vermindern, wie folgende Beyspiele erläutern:

a. Aus II. 3. folgt unmittelbahr $\sin x = \tan x \, . \, \cos x$, und aus II. 4. $\tan x \, . \, \cot x = 1$, desgleichen $\tan y \, . \, \cot y = 1$, folglich $\tan x : \tan y = \cot y : \cot x$.

b. In II. 32. 35. ist der Bogen in dem einen Gliede das Doppelte des Bogens in dem andern. Daher ist auch $\sin 2x = 2 \sin x \, . \, \cos x$ und $\tan x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$

$$= \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}.$$

c. Da im II. 4. $\cot x = \frac{1}{\tan x}$, so ist in II. 3. $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$, und in II. 36. $\cot \frac{1}{2} x^2 = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$.

d. Da tang z von 0 bis ∞ wachsen kann, so kann man jede Zahl $\frac{P}{Q} = \tan z$ setzen, d. i. man sucht einen Bogen z, dessen Tangente $= \frac{P}{Q}$ ist. Ist $\frac{P}{Q}$ ein ächter Bruch, so kann man ihn auch $= \sin z$ setzen.

6. Für die Zeichen der trigonometrischen Linien ist es gut, bey Fig. I. sich an folgende Regeln wieder zu erinnern:

b. In VI. 2. $\cos A = \frac{\cos a - \cos b . \cos c}{\sin b . \sin c}$ bedeutet A jeden der 3 Winkel, a die gegenüberstehende Seite, b und c aber die einschließenden Seiten; daher auch eben so $\cos B = \frac{\cos b - \cos a . \cos c}{\sin a . \sin c}$

und $\cos C = \frac{\cos c - \cos b . \cos a}{\sin b . \sin a}$

c. Dieselbe Formel VI. 2. auf den △ DEF. Fig. XI. angewendet, heißt $\cos F = \frac{\cos f \quad \cos d . \cos e}{\sin d . \sin e}$.

10. Fällt in einem schiefwinklichten ebenen sowohl als sphärischen Triangel ABC. Fig. IV. VIII. von der Spitze auf die Basis ein Perpendikel CD, so heisse derselbe p; die Abschnitte der Basis DB, DA, sollen m, n, so wie deren gegenüberliegende Winkel M, N, heissen; der Inhalt des Triangels werde durch T ausgedrückt.

II. Für die trigonometrischen Linien.

1. $\sin x = \sqrt{(1 - \cos x^2)}$
2. $\cos x = \sqrt{(1 - \sin x^2)}$
3. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
4. $\cot x = \frac{1}{\tan x}$
5. $\sec x = \frac{1}{\cos x} = \sqrt{(1 + \tan x^2)}$
6. $\operatorname{cosec} x = \sqrt{(1 + \cot x^2)} = \frac{1}{\sin x}$

7. $\sin\,\mathrm{vers}\,x = 1 - \cos x$
8. $\cos\,\mathrm{vers}\,x = 1 - \sin x$
9. $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
10. $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.
11. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
12. $\mathrm{tang}\,45^\circ = \cot 45^\circ = 1$.
13. $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$.
14. $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$
15. $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$
16. $\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$
17. $\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$
18. $\mathrm{tang}(x+y) = \dfrac{\mathrm{tang}\,x + \mathrm{tang}\,y}{1 - \mathrm{tang}\,x \cdot \mathrm{tang}\,y} = \dfrac{\cot y + \cot x}{\cot y \cdot \cot x - 1}$
19. $\mathrm{tang}(x-y) = \dfrac{\mathrm{tang}\,x - \mathrm{tang}\,y}{1 + \mathrm{tang}\,x \cdot \mathrm{tang}\,y} = \dfrac{\cot y - \cot x}{\cot y \cdot \cot x + 1}$
20. $\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin x \cdot \cos y$.
21. $\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2\cos x \cdot \sin y$.
22. $\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x \cdot \cos y$.
23. $\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2\sin x \cdot \sin y$.
24. $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{1}{2}(x+y) \cdot \cos\frac{1}{2}(x-y)$
25. $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{1}{2}(x+y) \cdot \sin\frac{1}{2}(x-y)$
26. $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{1}{2}(x+y) \cdot \cos\frac{1}{2}(x-y)$
27. $\cos y - \cos x = 2\sin\frac{1}{2}(x+y) \cdot \sin\frac{1}{2}(x-y)$
28. $\mathrm{tang}\,x \pm \mathrm{tang}\,y = \dfrac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cdot \cos y}$.
29. $\cot y \pm \cot x = \dfrac{\sin(x \pm y)}{\sin x \cdot \sin y}$.
30. $\dfrac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y} = \mathrm{tang}\,\frac{1}{2}(x+y) = \dfrac{\cos y - \cos x}{\sin x - \sin y}$.

31. $\dfrac{\sin x - \sin y}{\cos x + \cos y} = \text{tang}\,\frac{1}{2}\,(x-y)$

32. $\sin x = 2 \sin \frac{1}{2}x \,.\, \cos \frac{1}{2}x$

33. $\cos x = 1 - 2 \sin \frac{1}{2} x^2 = 2 \cos \frac{1}{2} x^2 - 1$

34. $\text{tang}\, x = \dfrac{2\,\text{tang}\,\frac{1}{2}x}{1 - \text{tang}\,\frac{1}{2}x^2} = \dfrac{2 \cot \frac{1}{2}x}{\cot \frac{1}{2}x^2 - 1}$

35. $\text{tang}\,\frac{1}{2}x = \dfrac{1-\cos x}{\sin x} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}$

36. $\text{tang}\,\frac{1}{2}\,x^2 = \dfrac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

37. $\sin\,\text{vers}\,x = 1 - \cos x = 2 \sin \frac{1}{2}\, x^2$

38. $\cos\,\text{vers}\,x = 1 - \sin x = 2 \cos \frac{1}{2}\,(R + x)^2 =$
$2 \sin \frac{1}{2}\,(R - x)^2$

39. $\sin x^2 - \sin y^2 = \cos y^2 - \cos x^2 = \sin\,(x-y)\,.$
$\sin\,(x+y)$

40. $\cos x^2 - \sin y^2 = \cos y^2 - \sin x^2 = \cos(x-y)\,.$
$\cos\,(x+y)$

41. $\text{tang}\,x^2 - \text{tang}\,y^2 = \dfrac{\sin\,(x-y)\,.\,\sin\,(x+y)}{\cos x^2 \,.\, \cos y^2}$

42. $\cot y^2 - \cot x^2 = \dfrac{\sin\,(x-y)\,.\,\sin\,(x+y)}{\sin x^2 \,.\, \sin\,y^2}$

43. $\cos x - 1 = \text{tang}\,\frac{1}{2}\,x \,.\, \text{tang}\,x.$

Beweise.

1 bis 6. beruhen theils auf dem Pythagoräischen Satze, theils auf Aehnlichkeit der Triangel. Denn (Fig. I.) ist $DE^2 = CD^2 - CE^2$; $CE^2 = CD^2 - DE^2$; $CG^2 = CA^2 + AG^2$; $CS^2 = CH^2 + HS^2$. Ferner $CE : ED = CA : AG$; $AG : CA = CH : HS$; $DE : CD = CH : CS$.

7 bis 8. weil $AE = CA - CE$, und $HK = CH - CK$. (Fig. I.)

9 bis 13. weil $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ chord $60^\circ = \frac{1}{2} r$; $\cos 30^\circ = \sqrt{(1 - \sin 30^2)} = \sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \sqrt{\frac{3}{4}}$; $\sin 45^\circ = \frac{1}{2}$ chord $90^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2 r^2}$; $\tan 45^\circ = r$; $\sec 45^\circ = \sqrt{2 r^2}$.

14 bis 17. Es sey (Fig. II.) $CA = 1$, $AB = x$, und $BD = BE = y$, so daß x und y sowohl einzeln, als in Summe $< 90^\circ$; da dann die hienach gefundenen Formeln auch auf andere Bogen anwendbahr sind, wenn man dem Sinus und Cosinus jedesmahl das gehörige Zeichen giebt. Nun sey gegeben $BG = \sin x$, und $DN = \sin y$, folglich (II. 2.) auch $CH = \cos x$, und $CN = \cos y$. Man sucht hieraus:

a. $\sin (x + y) = DF$. Man ziehe NM mit BG, und NK mit AC parallel, so ist $CB : BG = CN : NM$, d. i. $1 : \sin x = \cos y : NM$, folglich NM oder $KF = \sin x . \cos y$. Auch ist wegen Aehnlichkeit der $\triangle$ CBG, NDK, $CB : CG = ND : DK$, d. i. $1 : \cos x = \sin y : DK$, folglich $DK = \cos x . \sin y$. Demnach ist $DF = KF + DK = \sin x . \cos y + \cos x . \sin y$.

b. $\sin (x - y) = EH$. Man ziehe EP mit NK parallel, so ist, weil $DN = NE$, auch $DK = KP$, folglich nach Obigem $EH = PF = KF - DK = \sin x . \cos y - \cos x . \sin y$.

c. $\cos (x + y) = CF$. Wegen Aehnlichkeit der $\triangle$ CNM, CBG, NDK ist $CB : CG = CN : CM$, und $CB : BG = DN : NK$, d. i. $1 : \cos x = \cos y : CM$, und $1 : \sin x = \sin y : NK$, folglich $CM = \cos x . \cos y$, und $NK = MF = \sin$

$= \sin x . \sin y$. Demnach ist $CF = CM - MF = \cos x . \cos y - \sin x . \sin y$.

d. $\cos(x-y) = CH$. Da $DN = NE$, so ist auch $EL = NK$, folglich auch $MF = MH$, folglich nach Obigem $CH = CM + MF = \cos x . \cos y + \sin x . \sin y$.

18. Wenn man $\tang(x+y) = \frac{\sin(x+y)}{\cos(x+y)}$ nach 14. 16. ausdrückt, und alsdann mit $\cos x . \cos y$, oder mit $\sin x . \sin y$ dividirt. (Vergl. §. 42.)

19. kömmt eben so aus 15. 17.

20 bis 23. kommen unmittelbahr aus 14. 17.

24 bis 27. kommen aus 20 bis 23. Denn setzt man $x + y = \alpha$, und $x - y = \beta$, daß also $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = x$, und $\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = y$ ist: so wird z. E. aus 20. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) . \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ wo man auch x für α und y für β setzen kann.

28. 29. $\tang x + \tang y = \frac{\sin x}{\cos y} + \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin x . \cos y + \sin y . \cos x}{\cos x . \cos y} = \frac{\sin(x+y)}{\cos x . \cos y}$. Und eben so das Uebrige.

30. kommt aus 24. 26, und aus 27. 25.

31. kommt aus 25. 26.

32 bis 34. kommen aus 14. 16. 18, wenn man $y = x$ setzt. Denn alsdann ist $\sin 2x = 2 \sin x$.

cos

$\cos x$; $\cos 2x = \cos x^2 - \sin x^2 = 1 - 2\sin x^2 = 2\cos x^2 - 1$ (nach 2. und 1.); $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan x^2} = \frac{2\cot x}{\cot x^2 - 1}$, woraus die Formeln 32 bis 34 (nach I. 5. 6.)

35. Aus 32 ist $\sin x = 2\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos\frac{1}{2}x$, und aus 33. $1 + \cos x = 2\cos\frac{1}{2}x \cdot \cos\frac{1}{2}x$. Daher ist $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{\sin\frac{1}{2}x}{\cos\frac{1}{2}x} = \tan \frac{1}{2}x$. Eben so ist aus 33.
$1 - \cos x = 2\sin\frac{1}{2}x \cdot \sin\frac{1}{2}x$, und aus 32.
$\sin x = 2\sin\frac{1}{2}x \cdot \cos\frac{1}{2}x$. Daher ist
$\frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin\frac{1}{2}x}{\cos\frac{1}{2}x} = \tan\frac{1}{2}x$.

Obige beyde Werthe für $\tan\frac{1}{2}x$ erhält man auch, wenn man in 30. 31. $y = 0$ setzt.

36. kömmt aus 35, wenn man die beyden Werthe für $\tan\frac{1}{2}x$ in einander multiplicirt.

37. kömmt aus 33. und 8.

38. kömmt auf folgende Art: Setzt man in 16. $y = \frac{1}{2}R$, so erhält man $\cos(\frac{1}{2}R + x) = \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{2}}$ (II.) Dieses quadrirt giebt $2\cos(\frac{1}{2}R + x)^2 = \cos x^2 + \sin x^2 - 2\cos x \cdot \sin x = 1 - \sin 2x$ (1. und 32. Vergl. I. 5. b.) oder $2\cos(\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}x)^2 = 1 - \sin x$ (I. 5. b.) $= \operatorname{cosvers} x$. (9.)

39. Aus 14. 15. ist $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin x^2 \cdot \cos y^2 + \cos x^2 \cdot \sin y^2 = \sin x^2 (1 - \sin y^2)$

 + cos

$+ \cos x^2 . \sin y^2 = \sin x^2 - \sin x^2 . \sin y^2 + \cos x^2 . \sin y^2 = \sin x^2 - \sin y^2 (\sin x^2 + \cos x^2) = \sin x^2 - \sin y^2 = \cos y^2 - \cos x^2$.

40. kömmt eben so aus 16. 17.

41. 42. sind die Producte der beyden Werthe von 28. 29.

43. Da $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ (II. 5.) so ist $\sec x - 1 = \frac{1 - \cos x}{\cos x} = \frac{2 \sin \frac{1}{2} x^2}{\cos x}$ (II. 33.) Nun ist $\cos x = \frac{\sin x}{\tang x}$ (III. 3.) und $\sin x = 2 . \sin \frac{1}{2} x . \cos \frac{1}{2} x$ (II. 32.) Folglich ist $\sec x - 1 = \frac{\sin \frac{1}{2} x . \tang x}{\cos \frac{1}{2} x} = \tang \frac{1}{2} x . \tang x$.

III. Für die rechtwinklichten ebenen Triangel. Fig. III.

1. $a = \sqrt{(b^2 + c^2)} = b . \sqrt{\left(1 + \frac{c^2}{b^2}\right)}$.
2. $b = \sqrt{(a^2 - c^2)} = \sqrt{(a - c . a + c)}$.
3. $a = \frac{b}{\sin B}$.
4. $b = a . \sin B = c . \tang B$.
5. $\sin B = \frac{b}{a}$.

6. tang

6. $\tang B = \frac{b}{c}$.

7. $\sin \frac{1}{2} B^2 = \frac{a-c}{2a}$

8. $\tang \frac{1}{2} B^2 = \frac{a-c}{a+c}$.

9. $\tang \frac{1}{2} B = \frac{a-c}{b} = \frac{b}{a+c}$.

10. $\tang\ (45° - B) = \frac{c-b}{c+b}$

11. $\sin\ (45° - B) = \frac{c-b}{a \cdot \sqrt{2}}$

Beweise.

1. und 2. beruhen auf dem Pythagorischen Satze.

3. und 6. beruhen auf den Proportionen $a : b = 1 : \sin B$, und $c : b = 1 : \tang B$.

7. und 8. Aus der Proportion $a : c = 1 : \cos B$ folgt.

1) $a : a - c = 1 : 1 - \cos B = 1 : 2 \sin \frac{1}{2} B^2$ (II. 33.)

2) $a + c : a - c = 1 + \cos B : 1 - \cos B =$

$$1 : \frac{1 - \cos B}{1 + \cos B} = 1 : \tang \frac{1}{2} B^2 \text{ (II. 36.)}$$

9. kömmt, wenn man 8. mit $b^2 = (a - c)(a + c)$ aus 2. multiplicirt oder dividirt. Denn im ersten Falle kömmt $\tang \frac{1}{2} B^2 \cdot b^2 = (a - c)^2$ oder $\tang \frac{1}{2} B \cdot b = a - c$; im zweyten $\frac{\tang \frac{1}{2} B^2}{b^2} = \frac{1}{(a+c)^2}$ oder $\frac{\tang \frac{1}{2} B}{b} = \frac{1}{a+c}$.

10. und 11. Aus der Proportion $c : b = 1 : \tang B$ folgt:

1) $c + b : c - b = 1 + \tang B : 1 - \tang B = 1 : \frac{1 - \tang B}{1 + \tang B}$. Setzt man nun in (II. 19.) $x = 45°$, und $y = B$, so kömmt $\tang (45° - B) = \frac{1 - \tang B}{1 + \tang B}$ (II. 12.)

2) $c : c - b = 1 : 1 - \tang B$, oder (da aus 4. $c = a . \sin C = a . \cos B$) $a : c - b = 1 : \cos B - \cos B . \tang B = 1 : \cos B - \sin B$ (II. 3.). Setzt man nun in (II. 15.) $x = 45°$ und $y = B$, so kömmt $\sin (45° - B) = (\cos B - \sin B) \frac{1}{\sqrt{2}}$ (II. 11.) folglich $\sin (45° - B) \sqrt{2} = \cos B - \sin B$.

Anmerkungen.

A. Die Formeln 1 bis 8 enthalten alle Fälle für rechtwinklichte ebene Triangel, wenn man aus zwey gegebenen Dingen das dritte sucht. Denn man findet

1. die Hypotenuse

a. aus jeder der beyden Catheten und jedem der beyden Winkel, nach 3, weil hienach auch $a = \frac{c}{\sin C}$.

b. aus den beyden Catheten, nach 1.

2. jede Cathete

a. aus der Hypotenuse und einem Winkel, nach 4.

b. aus

b. aus der andern Cathete und einem Winkel, nach 4.

c. aus der andern Cathete und der Hypotenuse, nach 2.

3. jeden Winkel

a. aus beyden Catheten, nach 6.

b. aus der Hypotenuse und einer Cathete nach 5, oder schärfer nach 7. 8. wenn für die Logarithmen mit 7 Decimalstellen der Sinus oder Cosinus des Winkels zu groß ist.

B. Die Formeln 9 – 11 dienen, wenn unter den gegebenen Dingen blos die Summe oder Differenz zweyer Seiten vorkömmt.

IV. Für die schiefen ebenen Triangel.

Fig. IV.

1. $a . \sin B = b . \sin A.$

2. $\operatorname{tang} \frac{1}{2}(C - B) = \frac{c - b}{c + b} . \cot \frac{1}{2} A.$

3. $\sin . C = \sin A . \cos B + \cos A . \sin B.$

4. $c = a . \cos B + b . \cos A.$

5. $\operatorname{tang} B = \frac{b . \sin A}{c - b . \cos A} = \frac{\sin A}{\frac{c}{b} - \cos A}$

6. $\cot B = \frac{c}{b . \sin A} - \cot A.$

7. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc . \cos A.$

8. $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

9. $\cos \frac{1}{2} A^2 = \frac{(b+c+a)\ (b+c-a)}{4bc}$

10. $\sin \frac{1}{2} A^2 = \frac{(a+b-c)\ (a-b+c)}{4bc}$

11. $\sin A^2 = \frac{(a+b+c)\ (b+c-a)(a+c-b)\ (a+b-c)}{4b^2\ c^2}$

12. $n = b \cdot \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,c}$

13. $m = c - b \cdot \cos A = \frac{a^2 + c^2 - b}{2\,c}$

14. $p = \frac{1}{2\,c} \cdot \sqrt{(\overline{a+b+c} \cdot \overline{b+c-a} \cdot \overline{a+c-b} \cdot \overline{a+b-c})}$

15. $T = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{(\overline{a+b+c} \cdot \overline{b+c-a} \cdot \overline{a+c-b} \cdot \overline{a+b-c})}$

16. $(c+b) \operatorname{tang} \frac{1}{2} A = (c-b) \cdot \cot \frac{1}{2} (C-B)$

17. $(c+b) \operatorname{tang} \frac{1}{2} (C-B) = (c-b) \cot \frac{1}{2} A.$

18. $a \cdot \sin \frac{1}{2} (C-B) = (c-b) \cdot \cos \frac{1}{2} A.$

19. $a \cdot \cos \frac{1}{2} (C-B) = (c+b) \cdot \sin \frac{1}{2} A.$

20. $\cot \frac{1}{2} C = \operatorname{tang} \frac{1}{2} B \cdot \frac{c+b+a}{c+b-a}$

21. $\operatorname{tang} \frac{1}{2} C = \operatorname{tang} \frac{1}{2} B \cdot \frac{a+c-b}{a-c+b}.$

Beweise.

1. Im Δ ABC (Fig. IV.) ist $1 : \sin B = a : CD$ und $1 : \sin A = b : CD$, folglich $CD = a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$, d. i. $a : b = \sin A : \sin B$, oder die Seiten des Triangels verhalten sich wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel.

2. Aus

2. Aus 1. ist eben so $c : b = \sin C : \sin B$, folglich auch $c + b : c - b = \sin C + \sin B : \sin C - \sin B$.
$= \text{tang}\,\frac{1}{2}(C + B) : \text{tang}\,\frac{1}{2}(C - B)$ II. $\frac{30}{31}$.
$= \cot\frac{1}{2}A : \text{tang}\,\frac{1}{2}(C - B)$
weil $\frac{1}{2}(C + B) = \frac{1}{2}(180^{\circ} - A) = 90^{\circ} - \frac{1}{2}A$.

3. Weil $C = 180^{\circ} - (A + B)$, folglich $\sin C = \sin(A + B) = \sin A \,.\, \cos B + \cos A \,.\, \sin B$. (II. 14.)

4. kömmt, wenn man in 5. $\sin C$ und $\sin B$ nach 1 ausdrückt, die Gleichung mit $\sin A$ dividirt und hierauf mit a multiplicirt.

5. Weil $\text{tang}\,B = \frac{a \,.\, \sin B}{a \,.\, \cos B}$ (II. 3.) wo $a \,.\, \sin B = b \,.\, \sin A$ aus 1, und $a \,.\, \cos B = c - b \,.\, \cos A$ aus 4.

6. Weil $\cot B = \frac{1}{\text{tang}B} = \frac{c - b \,.\, \cos A}{b \,.\, \sin A} = \frac{c}{b \,.\, \sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}$.

7. Aus 4. ist $c - b \,.\, \cos A = a \,.\, \cos B$, folglich quadrirt $c^2 - 2bc \,.\, \cos A + b^2 \,.\, \cos A^2 = a^2 \,.\, \cos B^2$. Nun ist aus II. 2. $\cos A^2 = 1 - \sin A^2$, und $\cos B^2 = 1 - \sin B^2 = 1 - \frac{b^2 \,.\, \sin A^2}{a^2}$ (1.). Folglich ist obige Gleichung $c^2 - 2bc \,.\, \cos A + b^2 - b^2 \,.\, \sin A^2 = a^2 - b^2 \,.\, \sin A^2$, wo die letzten Glieder zu beyden Seiten sich aufheben.

8. folgt unmittelbar aus 7.

9. bis 11. Aus 8 ist $1 \pm \cos A = \frac{2bc \pm b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, folglich aus II. 33. $2 \cos\frac{1}{2}A^2 = 1 + \cos A =$

$$\frac{(b+c)^2-a^2}{2bc} = \frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2bc}$$ und

$$2\sin\tfrac{1}{2}A^2 = 1-\cos A = a^2 - \frac{(b-c)^2}{2bc} = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{2bc}$$

folglich aus II. 2. $\sin A^2 = 1-\cos A^2 = (1+\cos A)(1-\cos A) =$

$$\frac{(a+b-c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}{4b^2\,c^2}$$

12. und 13. Da $1 : \cos A = b : n$, so ist $n = b \,.\, \cos A$ folglich aus 8. $n = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$, folglich $m = c - b \,.\, \cos A = \frac{c^2-b^2+a^2}{2c}$.

14. 15. Man setze in 11. den Zähler u^2, also $\sin A = \frac{u}{2bc}$. Nun ist $1 : \sin A = b : p$. Folglich ist $p = b \,.\, \sin A = \frac{u}{2c}$, folglich $T = \frac{c \,.\, p}{2} = \frac{bc \,.\, \sin A}{2} = \frac{u}{4}$.

16. 17. folgen unmittelbar aus 2.

18. 19. kommen aus $c \mp b$, wo aus 1. $c = \frac{a \,.\, \sin C}{\sin A}$, $b = \frac{a \,.\, \sin B}{\sin A}$. Denn hienach ist z. E. $c - b = \frac{a \,.\, (\sin C - \sin B)}{\sin A}$, folglich $a = \frac{(c-b)\sin A}{\sin C - \sin B}$ oder (wenn man $\sin A$ d. i. $\sin(C+B)$ nach II. 32, und $\sin C - \sin B$ nach II. 25. ausdrückt) $a =$

$$\frac{(c-b)\,2\sin\tfrac{1}{2}(C+B)\,.\,\cos\tfrac{1}{2}(C+B)}{2\sin\tfrac{1}{2}(C-B)\,.\,\cos\tfrac{1}{2}(C+B)} =$$

$$= \frac{(c-b) \cdot \sin\frac{1}{2}(C+B)}{\sin\frac{1}{2}(C-B)}$$, wo $\sin\frac{1}{2}(C+B) = \sin (90^\circ - \frac{1}{2}A) = \cos\frac{1}{2}A$.

20. 21. Im $\triangle$ ABC (Fig. V.) kenne man BC, und BA + AC, oder BA − AC.

1) im ersten Falle verlängre man BA nach D, und mache AD = AC: so ist im $\triangle$ BCD, BC, BD und B bekannt, und D = ACD, und man hat aus 8. $\cot\frac{1}{2}(BCD - D)$ d. i. $\cot\frac{1}{2}ACB = \tang\frac{1}{2}B \cdot \frac{(b+c)+a}{(b+c)-a}$

2) im zweyten Falle mache man AE = AC; so ist im $\triangle$ BCE, BC, BE, und B bekannt, und E = ACE, und man hat wie zuvor $\cot\frac{1}{2}(BEC - BCE) = \tang\frac{1}{2}B \cdot \frac{a+(b-c)}{a-(b-c)}$, wo $BEC = 180^\circ - ACE$, und $BCE = BCA - ACE$, also $\cot\frac{1}{2}BEC - BCE = \cot(90 - \frac{1}{2}BCA) = \tang\frac{1}{2}BCA$.

Anmerkungen.

A. Die Formeln 1 bis 11 enthalten alle Fälle für schiefwinklichte ebene Triangel. Denn

1) aus 2 Winkeln und einer Seite, findet man die beyden andern Seiten nach 1.

2) aus 2 Seiten und einem gegenüberstehenden Winkel, findet man

a) die beyden andern Winkel nach 1.

b) die dritte Seite nach 4, oder bequemer nach 1, wenn man zuvor die Winkel gesucht hat.

3) aus 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel findet man

a) die beyden andern Winkel nach 2 oder 5. 6.

b) die dritte Seite nach 7, oder bequemer nach 1, wenn man zuvor die Winkel gesucht hat.

4) aus den 3 Seiten die Winkel nach 8 bis 11.

B. Ist im zweyten Falle der Winkel gegeben, und von den gegebenen Seiten die ihm gegenüberstehende kleiner als die anliegende; so ist es zweydeutig, ob der gesuchte Winkel spitz oder stumpf sey, wofern dies nicht durch die Umstände der Aufgabe bestimmt ist. Denn es sey (Fig. V) im Δ BCD, wo CA senkrecht und AE = AD, der gegebne Winkel B, und CD < CB: so kann der berechnete Winkel sowohl D, als auch BEC seyn.

C. Die Formeln 12 bis 15 dienen, aus den drey Seiten des Triangels den Inhalt, die Höhe, und die Abschnitte der Grundlinie zu finden.

D. Die Formeln 16 bis 21 dienen, wenn unter dem Gegebenen von 2 Dingen nur die Summe oder Differenz vorkömmt.

V. Für die rechtwinklichten sphärischen Triangel.

Fig. VII.

1. $\sin b = \sin B \cdot \sin a$.
2. $\tan b = \tan B \cdot \sin c$.
3. $\cos a = \cos b \cdot \cos c$.
4. $\cos B = \cos b \cdot \sin C$.

5. $\cot a = \cos B \cdot \cot c$.
6. $\cot B = \tang C \cdot \cos a$.
7. $\cot B = \cot b \cdot \sin c$.
8. $\tang c = \cos B \cdot \tang a$.
9. $\cot C = \tang B \cdot \cos a$.

Beweise.

1. (Fig. VI.) sey K der Mittelpunkt der Kugel für den rechtw. sphär. △ ABC. Man verlängere BC, BA nach F, H, bis zu Quadranten: so ist BKF = R = BKH, also FK, HK, senkrecht auf KB, folglich FH das Maaß von B (Geom. §. 379.) Nun fälle man die Perpendikel FG, CE, mache CD auf KB senkrecht, und ziehe DE, die folglich auch auf KB senkrecht ist, (Geom. §. 398.) so sind die rechtw. △ CED, FGK, ähnlich und parallel, folglich DC : CE = FK : FG, d. i. $\sin BC : \sin AC = 1 : \sin B$.

Da man nun auf eben die Art, wenn man CB, CA, bis zu Quadranten verlängerte, $\sin BC : \sin AB = 1 : \sin C$ erhalten würde: so ist allgemein für rechtw. sphär. Triangel, der Halbmesser zum Sinus der Hypotenuse, wie der Sinus jedes der schiefen Winkel zum Sinus der gegenüberliegenden Cathete, d. i. (Fig. VII.) $1 : \sin a = \sin B : \sin b$.

2. (Fig. VI.) In den rechtw. △KDC, KEC ist $KE = \frac{DE}{\sin DKE} = \frac{CE}{\tang CKE}$ (III. 3. 4.) also $DE : CE = \sin DKE : \tang CKE = \sin AB : \tang AC$. Nun ist nach Obigem $DE : CE = GK : FG = 1 : \tang B$, Folglich $1 : \tang B = \sin AB : \tang AC$.

Da

Da man nun auf ähnliche Art $1 : \tan C = \sin AC : \tan AB$ erhalten würde: so ist allgemein der Halbmesser zum Tangens jedes der schiefen Winkel, wie der Sinus der anliegenden, zum Tangens der gegenüberliegenden Seite, d. i. (Fig. VIII.) $1 : \tan B = \sin c : \tan b$.

3 bis 6. (Fig. VII.) Man verlängere BA, BC, AC, nach D, E, F, bis zu Quadranten: so ist F der Pol von BD, B der Pol von DEF, und bey D und E, rechte Winkel; folglich CEF, der Ergänzungstriangel von CAB. Demnach ist nach dem ersten Gesetze

$1 : \sin FC = \sin F : \sin CE = \sin C : \sin FE$, d. i. $1 : \cos b = \cos c : \cos a = \sin C : \cos B$;

und nach dem zweyten Gesetze
$1 : \tan F = \sin FE : \tan CE$; $1 : \tan C = \sin CE : \tan FE$,

d. i. $1 : \cot c = \cos B : \cot a$; $1 : \tan C = \cos a : \cot B$.

7 bis 9. kommen aus 2, 5, 6; weil $\cot = \frac{1}{\tan}$, und $\tan = \frac{1}{\cot}$.

Anmerkungen.

A. Obige Formeln enthalten alle mögliche Fälle für rechtw. sphär. Triangel. Denn da hier der rechte Winkel allemahl bekannt ist: so brauchen nur 2 Dinge gegeben zu seyn, um das dritte zu finden. Daher sind immer 3 Glieder der Frage, und zwar

1. Drey

1. drei Seiten, nach 3.

2. zwey Seiten und ein Winkel; nämlich

a. beyde Catheten und ein Winkel nach 2. 7.

b. Hypotenuse und Cathete, und

α. der gegenüberliegende Winkel nach 1.

β. der anliegende Winkel nach 5. 8.

3. eine Seite und zwey Winkel, nämlich

a. Cathete und 2 Winkel nach 4

b. Hypotenuse und 2 Winkel nach 6. 9.

B. Wären (Fig. VIII.) BAB, BCB, zwey größte Halbkugelkreise, und CA der Bogen eines dritten senkrecht auf BAB; so wären B und AC in den beyden rechtw. Triangeln, aber das übrige verschieden. Wird demnach die Cathete AC nebst dem gegenüberliegenden Winkel B gegeben: so bleibt die Hypotenuse und die andere Cathete nebst dem gegenüberliegenden Winkel zweydeutig. Diesen Fall ausgenommen, läßt sich allemahl die Zweydeutigkeit wegen des Gesuchten durch den Gebrauch der Zeichen heben.

VI. Für die schiefen sphärischen Triangel Fig. IX.

1. $\sin A . \sin b = \sin a . \sin B$.

2. $\cos A = \frac{\cos a - \cos b . \cos c}{\sin b . \sin c} = \frac{\cos a - \frac{1}{2}\eta}{\frac{1}{2}\theta}$, wenn $\cos(b-c) + \cos(b+c) = \eta$, und $\cos(b-c) - \cos(b+c) = \theta$.

3. $\cos a = \cos A . \sin b . \sin c + \cos b . \cos c$
$= \cos(b-c) - (1 - \cos A) \sin b . \sin c$, wenn A spitz ist.

$= \cos(b+c) + (\cos A + 1) \sin b . \sin c$, wenn A stumpf ist.

$= \frac{\cos b . \cos(c-u)}{\cos u}$, wenn man $\cos A . \operatorname{tang} b = \operatorname{tang} u$ setzt.

4. $\sin \frac{1}{2} A^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b-c) . \sin \frac{1}{2}(a-b+c)}{\sin b . \sin c}$

5. $\cos \frac{1}{2} A^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(b+c+a) . \sin \frac{1}{2}(b+c-a)}{\sin b . \sin c}$

6. $\operatorname{tang} \frac{1}{2} A^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b-c) . \sin \frac{1}{2}(a-b+c)}{\sin \frac{1}{2}(b+c+a) . \sin \frac{1}{2}(b+c-a)}$

7.

7. $\text{tang}\,\frac{1}{2}\,(A+B) = \frac{\cos\frac{1}{2}\,(a-b)\,.\,\cot\frac{1}{2}C}{\cos\frac{1}{2}\,(a+b)}$

8. $\text{tang}\,\frac{1}{2}\,(A-B) = \frac{\sin\frac{1}{2}\,(a-b)\,.\,\cot\frac{1}{2}\,C.}{\sin\frac{1}{2}\,(a+b)}$

9. $A+B+C > 180^\circ.$

10. Sind (Fig. XI.) D, E, F, die Pole von BA, AC, CB: so ist $f=A$, $d=C$, $e=180-B$; $D=c$, $F=a$, $E=180-b$.

11. $\cos a = \frac{\cos A + \cos B\,.\,\cos C.}{\sin B\,.\,\sin C.}$

12. $\cos A = \cos a\,.\,\sin B\,.\,\sin C - \cos B\,.\,\cos C.$
$= -\cos(B+C) - (1-\cos a)\sin B\,.\,\sin C$, wenn a spitz ist.

$= -\cos(B-C) + (1+\cos a)\sin B\,.\,\sin C$, wenn a stumpf ist.

$= \frac{-\cos(C+u)\,.\,\cos B}{\cos u}$, wenn man $\cos a\,.\,\text{tang}\,B = \text{tang}\,u$ setzt.

13. $\sin\frac{1}{2}a^2 = \frac{\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\,.\,\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\,.\,\sin C.}$

14. $\cos\frac{1}{2}a^2 = \frac{\cos\frac{1}{2}(A+C-B)\,.\,\cos\frac{1}{2}(A+B-C)}{\sin B\,.\,\sin C}$

15.

15. $\tang \frac{1}{2} a^2 = \frac{-\cos \frac{1}{2}(B+C+A) \cdot \cos \frac{1}{2}(B+C-A)}{\cos \frac{1}{2}(A+C-B) \cdot \cos \frac{1}{2}(A+B-C)}$

16. $\tang \frac{1}{2}(a+b) = \frac{\cos \frac{1}{2}(B-A)}{\cos \frac{1}{2}(B+A)} \cdot \tang \frac{1}{2} c$

17. $\tang \frac{1}{2}(a-b) = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)} \cdot \tang \frac{1}{2} c$

18. $\sin c \cdot \tang B - \sin A \cdot \tang b = \cos c \cdot \cos A \cdot \tang B \cdot \tang b$.

19. $\tang B = \frac{\sin A \cdot \tang b}{\sin c - \tang b \cdot \cos c \cdot \cos A} = \frac{\tang A \cdot \sin u}{\sin(c-u)}$, wenn man $\cos A \cdot \tang b = \tang u$ setzt.

20. $\cot B = \frac{\sin c}{\sin A \cdot \tang b} - \cot c \cdot \cot A$.

21. $\tang b = \frac{\sin c \cdot \tang B}{\cos c \cdot \cos A \cdot \tang B + \sin A} = \frac{\tang c \cdot \sin u}{\sin(A+u)}$.

Be-

Beweise.

1. (Fig. VIII.) Der Perpendikel CD mag innerhalb oder ausserhalb des $\triangle$ ACB fallen: so ist aus (IV. 1.) $\sin CD = \sin CB . \sin B = \sin CA . \sin A$; folglich $\sin CB : \sin CA = \sin A : \sin B$, d. i. (Fig. IX.) $\sin a : \sin b = \sin A : \sin B$.

2. (Fig. X.) Für den $\triangle$ ABC sey K der Kugel Mittelpunkt, und für seine Seiten CA, CB, seyen die Tangenten CM, CN, welche die verlängerten KA, KB, in M, N, treffen. Ziehet man nun MN, so hat man für die $\triangle\triangle$ MCN, MKN, aus (IV. 7.) $MN^2 = MC^2 + NC^2 - 2MC . NC . \cos MCN = MK^2 + NK^2 - 2MK . NK . \cos MKN$. Nun sind KCM, KCN rechte Winkel, also $MK^2 = CK^2 + MC^2$ und $NK^2 = CK^2 + NC^2$. Subtrahirt man also in obiger Gleichung $MK^2 + NK^2$, so bleibt

$$-2MC . NC . \cos MCN - 2CK^2 = 2MK . NK . \cos MKN.$$

Folglich ist $\frac{MC . NC}{MK . NK} . \cos MCN + \frac{CK . CK}{MK . NK} = \cos MKN$. Nun ist aus (III. 4.) $\frac{MC}{MK} = \sin MKC = \sin b$; $\frac{NC}{NK} = \sin CKN = \sin a$; $\cos MCN = \cos C$; $\frac{CK}{MK} = \cos MKC = \cos b$; $\frac{CK}{NK} = \cos CKN = \cos a$; $\cos MKN = \cos c$. Setzt man diese Werthe in die letztere Gleichung, so kömmt $\sin b . \sin a . \cos C + \cos b . \cos a = \cos c$, oder

$$\cos C = \frac{\cos c - \cos a . \cos b}{\sin a . \sin b}, \text{ folglich auch}$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a . \cos c}{\sin a . \sin c}, \text{ und}$$

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b . \cos c.}{\sin b . \sin c.}$$

Der zweyte Werth für $\cos A$ kömmt, wenn man nach (II. 22. 23.) $\cos b . \cos c = \frac{\cos(b+c)+\cos(b-c)}{2}$ und $\sin b . \sin c = \frac{\cos(b-c)-\cos(b+c)}{2}$ macht, und den ersten Zähler $= \eta$, den zweyten $= \theta$ setzt.

3. Der erste Werth von $\cos a$ folgt unmittelbar aus 2. Addirt man dazu $\sin b . \sin c - \sin b . \sin c$, so kommen die beyden folgenden Werthe. Den 4ten Werth erhält man auf folgende Art: man setze nach II. 3. $\tang b . \cos b$. anstatt $\sin b$ in den ersten Werth, so wird daraus $\cos A . \tang b . \cos b . \sin c + \cos b . \cos c$, oder, wenn u einen Bogen bedeutet, dessen Tangente $= \cos A . \tang b$ ist, $\cos b$ ($\tang u . \sin c + \cos c$) $\cos u$ oder, weil nach II. 3. $\tang u . \cos u = \sin u$ ist, $\frac{\cos b (\sin u . \sin c + \cos u . \cos c)}{\cos . u}$

d. i. nach II. 17. $\frac{\cos b . \cos(c-u)}{\cos u}$.

4. 5. Aus II. 37. ist $2 \sin \frac{1}{2} A^2 = 1 - \cos A$ d. i. nach 2 $= \frac{\sin b . \sin c + \cos b . \cos c - \cos a}{\sin b . \sin c.}$, wo der Zähler $= \cos(b-c) - \cos a$ (II. 17.) $= 2 \sin \frac{1}{2} (a+\overline{b-c}) . \sin \frac{1}{2} (a-\overline{b-c})$ (II. 27.) Dies giebt 4.

Aus

Aus obiger ersten Gleichung ist $\sin \frac{1}{2} A^2 = \frac{\sin b \,.\, \sin c + \cos b \,.\, \cos c - \cos a}{2 \sin b \,.\, \sin c}$, folglich aus (II. 2.)

$$\cos \tfrac{1}{2} A = 1 - \sin \tfrac{1}{2} A^2 = \frac{\sin b \,.\, \sin c - \cos b \,.\, \cos c + \cos a}{2 \sin b \,.\, \sin c}$$

wo der Zähler $= \cos a - \cos(b + c)$ (II. 16.) $= 2 \sin \frac{1}{2}(b + c + a) \,.\, \sin \frac{1}{2}(b + c - a)$ II. 27. Dies giebt 5.

6. kömmt aus 4. 5. weil $\tan x^2 = \frac{\sin x^2}{\cos x^2}$ (II. 3.)

7. 8. kommen, wenn man nach (II. 18. 19.) $\tan \frac{1}{2}(A \pm B) = \frac{\tan \frac{1}{2} A \pm \tan \frac{1}{2} B}{1 \mp \tan \frac{1}{2} A \,.\, \tan \frac{1}{2} B}$ setzt, und die Werthe für Zähler und Nenner sucht, welche man auf folgende Art erhält:

I. Da A jeden Winkel des Δ ABC, a die gegenüberstehende Seite, b und c aber die einschließenden Seiten bedeuten: so hat man aus (6.)

$$\tan \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(a + b - c)}{\sin \frac{1}{2}(b + c + a)}} \,.\, \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(a - b + c)}{\sin \frac{1}{2}(b + c - a)}}$$

$$\tan \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(b + a - c)}{\sin \frac{1}{2}(a + c + b)}} \,.\, \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(b - a + c)}{\sin \frac{1}{2}(a + c - b)}}$$

$$\tan \tfrac{1}{2} C = \frac{\sqrt{\sin \frac{1}{2}(c + b - a) \,.\, \sin \frac{1}{2}(c - b + a)}}{\sqrt{\sin \frac{1}{2}(c + a + b) \,.\, \sin \frac{1}{2}(b + a - c)}}$$

II. Aus I. erhält man $\tang \frac{1}{2} A \cdot \tang \frac{1}{2} B = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}$, folglich $1 \mp \tang \frac{1}{2} A \cdot \tang \frac{1}{2} B = \frac{\sin \frac{1}{2}(a+b+c) \mp \sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}$. Setzt man hier $\frac{1}{2}(a+b+c) = \delta$, und $\frac{1}{2}(a+b-c) = \gamma$, woraus $\delta + \gamma = a + b$, und $\delta - \gamma = c$ folgt: so wird der Zähler $\sin \delta \mp \sin \gamma$, wo nach (II. 25. 24.) die Differenz $2 \cos \frac{1}{2}(\delta + \gamma) \cdot \sin \frac{1}{2}(\delta - \gamma) = 2 \cos \frac{1}{2}(a+b) \cdot \sin \frac{1}{2} c$, und die Summe $2 \sin \frac{1}{2}(\delta + \gamma) \cdot \cos \frac{1}{2}(\delta - \gamma) = 2 \sin \frac{1}{2}(a+b) \cdot \cos \frac{1}{2} c$. Demnach ist

$$1 - \tang \tfrac{1}{2} A \cdot \tang \tfrac{1}{2} B = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(a+b) \cdot \sin \frac{1}{2} c}{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}$$

$$1 + \tang \tfrac{1}{2} A \cdot \tang \tfrac{1}{2} B = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(a+b) \cdot \cos \frac{1}{2} c}{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}.$$

III. Aus I. erhält man $\tang \frac{1}{2} A \pm \tang \frac{1}{2} B$, wenn man den gemeinschaftlichen Factor $\sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2}(a+b-c)}{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}}$ in die Summe und Differenz der beyden andern Factoren multiplicirt. Diese aber unter einerley Bedeutung gebracht, geben $\frac{\sin \frac{1}{2}(a+c-b) \pm \sin \frac{1}{2}(b+c-a)}{\sqrt{\sin \frac{1}{2}(b+c-a)} \cdot \sqrt{\sin \frac{1}{2}(a+c-b)}}$ wo der Nenner nach dem Werthe von $\tang \frac{1}{2} C$ in I. ausgedrückt $= \tang \frac{1}{2} C \cdot \sqrt{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)} \cdot \sqrt{\sin \frac{1}{2}(a+b-c)}$. Hierdurch wird also

$$\tang \tfrac{1}{2} A \pm \tang \tfrac{1}{2} B = \frac{\sqrt{\sin \frac{1}{2}(a+b-c)}}{\sqrt{\sin \frac{1}{2}(a+b+c)}}.$$

sin

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(a+c-b) + \sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \sqrt{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)} \,.\, \sqrt{\sin\frac{1}{2}(a+b-c)}}$$

$$= \frac{\sin\frac{1}{2}(a+c-b) + \sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \sin\frac{1}{2}(a+b+c)}.$$ Setzt man in dieser Gleichung $\frac{1}{2}(a+c-b) = \delta$, und $\frac{1}{2}(b+c-a) = \gamma$, woraus $\delta + \gamma = c$, und $\delta - \gamma = a - b$ folgt: so wird der Zähler $\sin\delta + \sin\gamma$, wo nach II. (24. 25.) die Summe $2 \sin\frac{1}{2}(\delta + \gamma) \,.\, \cos\frac{1}{2}(\delta - \gamma) = 2 \sin\frac{1}{2}c \,.\, \cos\frac{1}{2}(a-b)$ und die Differenz $2 \sin\frac{1}{2}(\delta - \gamma) \,.\, \cos\frac{1}{2}(\delta + \gamma) = 2 \sin\frac{1}{2}(a-b) \,.\, \cos\frac{1}{2}c$.

Demnach ist

$$\tang\frac{1}{2}A + \tang\frac{1}{2}B = \frac{2\sin\frac{1}{2}c \,.\, \cos\frac{1}{2}(a-b)}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \sin\frac{1}{2}(a+b+c)};$$

$$\tang\frac{1}{2}A - \tang\frac{1}{2}B = \frac{2\sin\frac{1}{2}(a-b) \,.\, \cos\frac{1}{2}c}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \sin\frac{1}{2}(a+b+c)}.$$

IV. Aus den zuletzt gefundenen Gleichungen in III und II. erhält man

$$\tang\frac{1}{2}(A+B) = \frac{\tang\frac{1}{2}A + \tang\frac{1}{2}B}{1 - \tang\frac{1}{2}A \,.\, \tang\frac{1}{2}B} = \frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \cos\frac{1}{2}(a+b)};$$

$$\tang\frac{1}{2}(A-B) \quad \frac{\tang\frac{1}{2}A - \tang\frac{1}{2}B}{1 + \tang\frac{1}{2}A \,.\, \tang\frac{1}{2}B} = \frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\tang\frac{1}{2}C \,.\, \sin\frac{1}{2}(a-b)}.$$

9. Aus 7. ist unmittelbar nach II. 4. $\cot \frac{1}{2}(A+B) = \tang \frac{1}{2} C \cdot \frac{\cos \frac{1}{2}(a+b)}{\cos \frac{1}{2}(a-b)}$. Da aber kein Winkel und keine Seite über 180 Grad (Trigon. §. 95.) folglich jedes Winkels und jeder Seite Hälfte spitz, so ist deren Tangens und Cosinus bejahet. Aus eben dem Grunde ist auch der Unterschied zweyer Seiten oder Winkel < 180, folglich des Unterschieds Hälfte spitz, und deren Tangens und Cosinus bejahet. Nun sey

1) $a+b < 180$, folglich $\frac{1}{2}(a+b) < 90$ und $\cos \frac{1}{2}(a+b)$ bejaht, so ist gewiß $\frac{1}{2}(a-b) < \frac{1}{2}(a+b)$ und $\cos \frac{1}{2}(a-b) > \cos \frac{1}{2}(a+b)$, also in obiger Gleichung $\frac{\cos \frac{1}{2}(a+b)}{\cos \frac{1}{2}(a-b)}$ ein bejahter ächter Bruch, folglich $\cot \frac{1}{2}(A+B)$ bejaht und kleiner als $\tang C$ d. i. $A+B < 180$, und $90 - \frac{1}{2}(A+B) < \frac{1}{2} C$ oder $180 < A+B+C$.

2) $a+b = 180$, folglich $\frac{1}{2}(a+b) = 90$ und $\cos \frac{1}{2}(a+b) = 0$, also nach obiger Gleichung auch $\cot \frac{1}{2}(A+B) = 0$, folglich $A+B = 180$, und offenbahr $A+B+C > 180$.

3) $a+b > 180$, folglich in obiger Gleichung rechter Hand $\cos \frac{1}{2}(a+b)$ verneint, aber das übrige bejaht, folglich $\cot \frac{1}{2}(A+B)$ verneint, und $A+B > 180$, also noch vielmehr $A+B+C > 180$.

10. (Fig. XI.) Um den $\triangle ABC$ in den $\triangle DEF$ zu verwandeln, dessen Spitzen die Pole der Seiten des ersten sind, verfahre man auf folgende Art:

1) Man verlängere AB, AC, nach G, H, daß AG, AH Quadranten sind, und lege durch G, H, einen größten Kreis GE, worinnen man GD = 90° = HE nehme: so ist A der Pol von GH, D von AB, und E von AC (Geom. §. 566.) auch ED = GH das Maaß des Winkels A, d. i. f = A,

2) Man verlängere AH weiter nach I, daß CI ein Quadrant, folglich HI = AC sey, lege durch I, E, einen größten Kreis IF, verlängere BC bis K, und mache KF = 90 Gr. so ist EI auf CI senkrecht (Geom. §. 553.) und C der Pol von EI, CK = 90 Gr. F der Pol von BC (Geom. §. 566.) auch FE = KI das Maaß des Winkels C, d. i. d = C,

3) Man lege durch F, D, den größten Kreis FL, der also auf BC, BA, senkrecht ist, (Geom. §. 553.) welche er in M und L schneide: so ist B der Pol von FL; BM, BL, sind Quadranten, und FD = ML ist das Maaß des Winkels CBL = 180° − CBA, d. i. e = 180 − B,

4) Aus obiger Construction erhellet auch, daß D = GL = AB = c; F = MK = BC = a; DEK = HI = CA = b, folglich DEF oder E = 180 − b sey.

11. Für den Δ DEF ist aus 2. $\cos F = \dfrac{\cos f - \cos d \cdot \cos e}{\sin d \cdot \sin e}$, Setzt man in diese Gleichung die Werthe aus 10, so kommt 11.

12. Aus 11. ist unmittelbahr $\cos A = \cos a \cdot \sin B \cdot \sin C - \cos B \cdot \cos C$. Die übrigen Werthe für cos A

kommen auf ähnliche Art, wie die übrigen Werthe für $\cos a$ in 3.

13. Für den $\triangle$ DEF ist aus 4. $\sin \frac{1}{2} F^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(f+d-e) \cdot \sin \frac{1}{2}(f-d+e)}{\sin d \cdot \sin e}$.

Nun ist aus 10:

1) $f+d-e = A+C+B-180$, folglich $\sin \frac{1}{2}(f+d-e) = \sin\left(\frac{A+C+B}{2} - 90\right) = -\cos \frac{1}{2}(A+C+B)$ II. 15. welches bejaht ist, weil $A+B+C > 180$ Gr. (9.)

2) $f-d+e = A-C-B+180 = 180-(B+C-A)$ folglich $\sin \frac{1}{2}(f-d+e) = \sin\left(90 - \frac{B+C-A}{2}\right) = \cos \frac{1}{2}(B+C-A)$ II. 15.

3) $\sin \frac{1}{2} F^2 = \sin \frac{1}{2} a^2$; $\sin d = \sin C$; $\sin e = \sin B$. Demnach wird aus der zuerst gesetzten Gleichung die in 13.

14. Für den $\triangle$ DEF ist ferner aus 5. $\cos \frac{1}{2} F^2 = \frac{\sin \frac{1}{2}(d+e+f) \cdot \sin \frac{1}{2}(d+e-f)}{\sin d \cdot \sin e}$,

wo aus 10. $\frac{1}{2}(d+e+f) = \frac{C+A-B}{2} + 90$,

und

und $\frac{1}{2}(d+e-f) = \frac{C-B-A}{2} + 90 = 90 - \frac{A+B-C}{2}$. Hieraus kömmt 14.

15. kömmt auf eben die Art aus 6.

16. Aus 10 ist $\frac{1}{2}(a+b) = \frac{1}{2}F + 90 - \frac{1}{2}E = 90 - \frac{1}{2}(E-F)$. Folglich $\tang \frac{1}{2}(a+b) = \cot \frac{1}{2}(E-F)$. Nun ist aus 8. $\tang \frac{1}{2}(E-F) = \frac{\sin \frac{1}{2}(e-f)}{\tang \frac{1}{2}D \cdot \sin \frac{1}{2}(e+f)}$, folglich $\cot \frac{1}{2}(E-F) = \frac{\tang \frac{1}{2}D \cdot \sin \frac{1}{2}(e+f)}{\sin \frac{1}{2}(e-f)}$, wo $\frac{1}{2}(e+f) = 90 + \frac{A-B}{2}$, und $\frac{1}{2}(e-f) = 90 - \frac{A+B}{2}$, folglich $\sin \frac{1}{2}(e+f) = \cos \frac{1}{2}(A-B)$ und $\sin \frac{1}{2}(e-f) = \cos \frac{1}{2}(A+B)$. Hieraus kömmt 16.

17. Aus 10 ist $\frac{1}{2}(a-b) = \frac{F+E}{2} - 90$, folglich $\tang \frac{1}{2}(a-b) = -\cot \frac{1}{2}(F+E)$ II. 19. $= \frac{\cos \frac{1}{2}(f-e)}{\tang \frac{1}{2}D \cdot \cos \frac{1}{2}(f+e)}$ (7.) wo $\frac{1}{2}(f-e) = \frac{A+B}{2} - 90$, und $\frac{1}{2}(f+e) = \frac{A-B}{2} + 90$, folglich $\cos \frac{1}{2}(f-e) = \sin \frac{1}{2}(A+B)$ und $\cos \frac{1}{2}(f+e) = -\sin \frac{1}{2}(A-B)$. Hieraus kömmt 17.

18. Aus 12. hat man auch $\cos C = \cos c \,.\, \sin A \,.\, \sin B - \cos A \,.\, \cos B$. Setzt man diesen Werth von $\cos C$, und aus 3 den Werth von $\cos a$ in 12: so kömmt daselbst $\cos A = \sin B \,.\, \sin C \,(\cos A \,.\, \sin b \,.\, \sin c + \cos b \,.\, \cos c) - \cos B \,.\, \cos c \,.\, \sin A \,.\, \sin B + \cos A \,.\, \cos B^2$

Schafft man das letzte Glied $\cos A \,.\, \cos B^2$ auf die linke Seite, daß daselbst $\cos A \,(1 - \cos B^2)$ d. i. $\cos A \,.\, \sin B^2$ zu stehen kömmt, und dividirt die Gleichung mit $\sin B$: so erhält man $\cos A \,.\, \sin B = \sin C \,.\, \cos A \,.\, \sin b \,.\, \sin c$

$$+ \cos c \,(\sin C \,.\, \cos b - \cos B \,.\, \sin A)$$

Setzt man (aus 1.) $\sin B \,.\, \sin c$ anstatt $\sin C \,.\, \sin b$ in das erste Glied der rechten Seite, so heißt dasselbe nun $\cos A \,.\, \sin B \,.\, \sin c^2$. Schafft man dasselbe auf die linke Seite, daß daselbst $\cos A \,.\, \sin B \,(1 - \sin c^2)$ d. i. $\cos A \,.\, \sin B \,.\, \cos c^2$ zu stehen kömmt, und dividirt die Gleichung mit $\cos c$, so heißt dieselbe $\cos A \,.\, \sin B \,.\, \cos c = \sin C \,.\, \cos b - \cos B \,.\, \sin A$, oder, wenn man (aus 1.) $\frac{\sin B \,.\, \sin c}{\sin b}$ anstatt $\sin C$ setzt, $\cos A \,.\, \sin B \,.\, \cos c = \sin B \,.\, \sin c \,.\, \cot b - \cos B \,.\, \sin A$. Hieraus wenn man mit $\cos B \,.\, \cot b$ dividirt, kommt 18.

$\cos A \,.\, \tang B \,.\, \cos c \,.\, \tang b = \tang B \,.\, \sin c - \sin A \,.\, \tang b$ wo A, B, zwey Winkel, c eine Seite zwischen beyden Winkeln, und b eine dem zweyten Winkel gegenüberliegende Seite ist, daß man also

C,

C, A, b, a, oder B, C, a, c, anstatt A, B, c, b, setzen kann.

19. Der erste Werth von tang B kömmt unmittelbahr aus 18. Setzt man nun im Nenner tang u anstatt cos A . tang b, daß derselbe sin c — tang u . cos c oder $\frac{\cos u \, . \, \sin c - \sin u \, . \, \cos c}{\cos u}$ heißt: so wird von tang B der Nenner sin (c — u) und der Zähler cos u . sin A . tang b, oder cos u . tang A . cos A . tang b, oder cos u . tang A . cot u, oder tang A . sin u. Das giebt für tang B den zweyten Werth $\frac{\tang A \, . \, \sin u}{\sin (c - u)}$ wo u einen Winkel bedeutet, dessen Tangente = cos A . tang b.

20. kömmt unmittelbahr aus 19.

21. Der erste Werth von tang b kömmt unmittelbahr aus 18. Setzt man hier cos c . tang B = tang u, so wird der Nenner $\frac{\cos A \, . \, \sin u}{\cos u} + \sin A = \frac{\sin A + u}{\cos u}$, und der Zähler $\frac{\sin c \, . \, \tang u}{\cos c} = \frac{\tang c \, . \, \sin u \, . \, \cos u}{\sin (A + u)}$ = tang c . tang u; folglich tang b = $\frac{\tang c \, . \, \tang u \, . \, \cos u}{\sin (A + u)} = \frac{\tang c \, . \, \sin u}{\sin (A + u)}$.

An-

Anmerkungen.

Diese Formeln, unter denen 1. 3. 12. 18 den Grund der übrigen enthalten, sind für alle Fälle, die bey Auflösung schiefwinklichter sphärischer Triangel vorkommen können, hinreichend. Denn

1. Aus den 3 Seiten findet man die Winkel, nach 2, 4. 5. 6.

2. Aus den 3 Winkeln findet man die Seiten, nach 11. 13. 14. 15.

3. Aus 2 Seiten, und dem eingeschlossenen Winkel findet man

   a. die beyden übrigen Winkel nach 7 und 8, hier für a, b, C; da dann z. E. für b, c, A, eben so $\tang \frac{1}{2}(B + C) = \frac{\cos \frac{1}{2}(b - c) \cdot \cot \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2}(b + c)}$, und so in andern Fällen.

   b. den zweyten Winkel nach 19. 20.

   c. den dritten Winkel

      α. entweder nach eben den Formeln 19. 20, wonach z. E. $\tang C = \frac{\sin A \cdot \tang c}{\sin b - \tang c \cdot \cos b \cdot \cos A}$, und im zweyten Werthe von tang C, u einen Bogen bedeutet, dessen Tangente = $\cos A \cdot \tang c$ ist

      β. oder nach 1, wenn man bereits den zweyten Winkel gefunden hat.

d. die

c. die dritte Seite.

α. entweder nach 1, wenn man bereits die Winkel gefunden hat.

β. oder nach 3, wo sowohl $1 - \cos A$ im zweyten, als auch $\cos A + 1$ im dritten Werthe eine bejahete Größe < 1 ist, folglich in jedem Werthe das Produkt daraus im $\sin b \cdot \sin c$ ein ächter Bruch ist, den man durch Logarithmen finden kan; da er mit $\cos (b + c)$ den $\cos a$ giebt.

4. Aus 2 Seiten, und dem der einen Seite gegenüberstehenden Winkel findet man

a. den der zweyten gegebenen Seite gegenüberstehenden Winkel, nach 1.

b. den dritten, oder den von den gegebenen Seiten eingeschlossenen Winkel, nach 7. 8, wenn man bereits den zweyten Winkel gefunden hat. Denn hiernach ist $\tang \frac{1}{2} C = \frac{\cos \frac{1}{2}(a - b) \cdot \cot \frac{1}{2}(A + B)}{\cos \frac{1}{2}(a + b)}$
$= \frac{\sin \frac{1}{2}(a - b) \cdot \cot \frac{1}{2}(A - B)}{\sin \frac{1}{2}(a + b)}$

c. Die dritte Seite

α. entweder nach 1, wenn man den dritten Winkel gefunden hat.

β. oder nach 16, 17, wenn man den zweyten Winkel hat. Denn hiernach ist $\tang \frac{1}{2} c = \frac{\cos \frac{1}{2}(B + A)}{\sin \frac{1}{2}(B - A)} \cdot \tang \frac{1}{2}(a + b) =$

sin

$$\frac{\sin \frac{1}{2}(B+A)}{\sin \frac{1}{2}(B-A)} \cdot \tang \frac{1}{2}(a-b).$$

5. Aus 2 Winkeln und der eingeschlossenen Seite findet man

a. die 2 übrigen Seiten nach 16 und 17, oder nach 21 und 1.

b. den dritten Winkel entweder nach 12, oder wenn man die 2 übrigen Seiten hat, nach 1.

6. Aus 2 Winkeln und der dem einen gegenüberstehenden Seite findet man

a. die dem andern Winkel gegenüberstehende Seite nach 1, und nun

b. den dritten Winkel, nach 7. 8, wonach $\tang \frac{1}{2} C = \frac{\cos \frac{1}{2}(a-b)}{\cos \frac{1}{2}(a+b)} \cdot \cot \frac{1}{2}(A+B)$.

c. die dritte Seite nach 16. 17, wonach $\tang \frac{1}{2} c = \frac{\cos \frac{1}{2}(B+A)}{\cos \frac{1}{2}(B-A)} \cdot \cot \frac{1}{2}(a+b)$.

Elemente

Elemente

der

Astronomischen Wissenschaften.

[illegible]

Astronomische Wissenschaften.

I.

Die Astronomie.

A. Die sphärische Astronomie.

1. Erste Begriffe von der gemeinen Bewegung der Himmelskörper.

§. 1.

Erfahrung. Aus dem bloßen Anblick des gestirnten Himmels können wir nicht beurtheilen, ob uns von den Sternen der eine näher, als der andere sey.

§. 2. Zus. 1. (Fig. 1.) Einen Stern A oder B erblicken wir in der Gesichtslinie (Visirlinie) OA, oder OB, die vom Auge O nach dem Sterne gehet, ohne daß wir aus diesem bloßen Anblicke den Ort, den der Stern in dieser Linie hat, anzugeben wissen. Wir können also die Größen der Linien OA, OB nicht unterscheiden, und halten sie daher für gleich; wobey sie doch wohl sehr ungleich seyn könnten. (Opt. §. 62.)

§. 3. Zus. 2. Die Größe der Linie AB, oder den Abstand der beyden Sterne von einander, können wir also bloß aus dem Winkel AOB beurtheilen, welchen die Gesichtslinien AO, BO im Auge O machen.

§. 4. Erkl. (Fig. 1.) Der Winkel AOB §. 3. heißt daher die (scheinbahre) Weite der Sterne A, B, (Opt. §. 64.) welche demnach, wie Winkel in der Geometrie, durch den aus O, mit beliebigem Halbmesser, zwischen die Schenkel gezogenen Bogen DE gemessen wird.

§. 5. Zus. 1. In einer vollkommenen Ebene verzeichne man, mit beliebigem Halbmesser OD einen Kreis, oder nur einen schicklichen Theil des Kreises, und theile ihn in Grade und kleinere Theile. Bringt man nun diese Ebene in die Lage, daß der Schenkel des Winkels AOB in dieselbe falle, und das Auge darinnen die Sterne A, B, aus O erblicke: so bestimmt der abgetheilte Bogen DE die Weite der Sterne A, B.

§. 6. Anm. Hier genüget, die allgemeine Möglichkeit der Messung einzusehen. Auch wird im Folgenden die Weite der Sterne nach einer andern Methode gefunden.

§. 7. Zus. 2. Für einen dritten Stern C, in einer andern Ebene findet man eben so die Weiten AOC, COB; und diese 3 Sterne erscheinen uns in einer

ner solchen Lage, als wären sie in den Spitzen des Triangels ACB.

§. 8. Erfahr. Die meisten Himmelskörper zeigen sich beständig und allenthalben in einerley Lage gegen einander, und haben sich von jeher, so lange wir Nachrichten von ihnen haben, so gezeigt. Der Mond aber, und einige wenige Sterne sind in ihrer Lage veränderlich, so daß sie sich einigen von jenen bald nähern, bald wieder davon entfernen.

§. 9. Erkl. Diejenigen Himmelskörper, die ihre Lage gegen einander stets unverändert beybehalten, heißen Fixsterne, oder schlechthin Sterne; die wenigen andern aber, die ihre Lage verändern heißen Planeten, welche erst im Folgenden zu betrachten sind.

§. 10. Anm. In Fällen, die nicht bloß auf Fixsterne eingeschränkt sind, kann Stern auch jeden Himmelskörper bedeuten.

§. 11. Erkl. (Fig. 2.) Eine Verticallinie durch das Auge O, welche ein Senkbley angiebt (Stat. §. 31.) bestimmt, genugsam verlängert, am Himmel den Punkt Z über unserm Scheitel, welcher der Scheitelspunkt oder Scheitel, so wie die Linie OZ die Scheitellinie heißt.

§. 12. Erkl. (Fig. 2.) Der Winkel AOZ, welchen die Gesichtslinie nach einem Sterne A mit der Scheitellinie macht, heißt des Sterns Weite oder Abstand vom Scheitel Z, und wird durch den Bogen CD gemessen. §. 3.

§. 13. Erkl. (Fig. 2.) Die Ebene des Winkels AOZ, die auch vertical ist, (Stat. §. 33) schneide die durch das Auge O gelegte wagerechte Ebene (Stat. §. 31.) in der Linie OH: so giebt der Winkel AOH den Abstand des Sterns A von der wagerechten Ebene und heißt die Höhe des Sterns A, welche durch den Bogen DE gemessen wird.

§. 14. Erfahr. (Fig. 2.) Der Abstand der Himmelskörper vom Scheitel wird nie grösser, als der Quadrant ZH gefunden.

§. 15. Zus. 1. Da ZOH ein rechter Winkel ist; (Stat. §. 33.) so sind Höhe des Sterns und Abstand vom Scheitel Ergänzungen von einander zu einem rechten Winkel; daß also das eine durch das andere gegeben ist.

§. 16. Zus. 2. Für einen andern Stern B in eben der Verticalfläche ist die Höhe BOH, die für den Stern A, AOH war. Der Unterschied dieser Höhen, oder der Winkel AOB, ist die Weite der beyden Sterne A, B. §. 4.

§. 17. Zus. 3. Der Winkelmesser. §. 5, dessen man sich zur Messung der Sternhöhen bedient, ist gemeiniglich, wegen §. 14, der vierte Theil eines Kreises, wie COE, und heißt daher ein Quadrant. Bringt man die Ebene des Quadranten in die verticale Lage OZ, welche das Senkbley angiebt, und drehet sie um OZ so, daß die Gesichtslinie nach dem Sterne A in dieselbe fällt; so bestimmt der Bogen DE die Höhe des Sterns A.

§. 18. Anm. Von der sorgfältigen Abtheilung des Quadranten, von seinem vortheilhaften Mechanismus, und geschickten Gebrauche;

brauche; von den ganzen Kreisen, deren man sich jetzt anstatt der Quadranten bedient; überhaupt von Allem, was zum richtigen Observiren gehört, giebt die practische Astronomie Unterricht, bey welcher schon mannigfaltige physische, astronomische, und geographische Kenntnisse vorausgesetzt werden müssen. Zur Einsicht der Theorie ist uns hinreichend, einen allgemeinen Begriff vom Quadranten zu haben, wie er §. 17. gegeben ist, dem etwa noch folgende vorläufige Bemerkungen beyzufügen sind.

I. Das Sternrohr, (Dioptr. §. 96. 97.) dessen man sich seit seiner Erfindung, anstatt der sonst gewöhnlichen Dioptern, bedient, ist im gemeinschaftlichen Brennpunkte der Gläser mit Kreutzfäden versehen, die so gestellet werden, daß der eine vertical, der andere horizontal ist, oder nur überhaupt, daß ihr Durchschnittspunkt in der Axe beyder Gläser liegt.

II. Zu mehrerer Bequemlichkeit giebt man dem Quadranten nicht, wie §. 17. die Lage COE, sondern die Lage FOG, daß er sich in der durch den Stern CA gehenden Verticalfläche um O drehen lasse, bis man durch das an OG befestigte Sternrohr den Mittelpunkt des Sterns A in der Axe des Rohres erblickt; da dann das von O herabhängende Perpendikel OK (weil AOZ=GOK ist) den Bogen FK=DE für die Höhe des Sterns abschneidet.

III. Bey großen Instrumenten ist bloß das Fernrohr um O beweglich, indem der eine Schenkel des Quadranten OG in der horizontalen, der andere OF in der verticalen Lage verbleibt.

IV. Bey Sonne, Mond, und den andern Planeten beobachtet man bloß ihren Rand wenn er den horizontalen oder verticalen Kreutzfaden des Sternrohres im Durchschnittspunkte berührt; woraus sich auch durch Kunstgriffe, die im Folgenden vorkommen, die Lage ihres Mittelpunkts finden läßt.

V. Ein anderes unentbehrliches Instrument zum observiren, sind die Uhren, von denen im Folgenden ein besonderes Capitel handeln wird.

VI. Ueberhaupt muß in der Theorie das richtige und genaue Observiren, welches viele Einsichten, und mehrere Uebungen erfordert, blos postulirt werden. Der practische Astronom muß, wenn er die Theorie hinreichend gefaßt hat, sich alle die zum Observiren nöthigen Geschicklichkeiten zu erwerben suchen.

§. 19. Erfahr. (Fig. 2.) Der Abstand eines Sterns A vom Scheitel Z, folglich auch seine Höhe, bleibt ganz unverändert, wenn man ihn zu gleicher Zeit aus zwey über einander befindlichen Punkten O, C, der Scheitellinie mißt.

§. 20. Zus. 1. Da die Weiten AOZ, ACZ um den Winkel OAC unterschieden sind, (vergl. Opt. §. 84.) so beweißt dieses wenigstens eine so große Weite der Sterne von der Erde, daß dagegen jede Höhe OC, zu welcher wir gelangen können, ganz und gar nicht zu achten ist; daß folglich die wagerechten Ebenen durch O und C gänzlich zusammenfallen.

§. 21. Zus. 2. Zwey Verticallinien, die nicht über 100 Fuß von einander entfernt sind, laufen einander so genau parallel, daß keine Abweichung von dieser Lage zu bemerken ist. (Stat. §. 32.) Hiedurch werden auch die ihnen zugehörigen wagerechten Ebenen parallel, wenn sie nicht gar in eine zusammenfallen. §. 20. Man kann demnach eine dieser Verticallinien anstatt der andern, und eine dieser wagerechten Ebenen anstatt der andern gebrauchen. Demnach haben zwey Oerter der Erde, die nicht über 100 Fuß von einander entfernt sind, einerley Scheitelpunkt am Himmel, so daß sich, wie auch die Erfahrung unmittelbahr lehret, die eine von der andern nicht unterscheiden läßt; nur darf man dieses, wie die Folge lehren wird, nicht auf grössere Entfernungen ausdehnen.

§. 22. Zus. 3. Der Abstand eines Sterns A von der Erde muß so groß seyn, daß die geraden Linien, die man von zwey Orten der Erde, wie O, C, oder wie

O,

O, E, nach dem Sterne ziehet, als parallel anzusehen sind. (Vergl. Opt. §. 17.)

§. 23. Erkl. (Fig. 2.) Drehet sich die Ebene des Quadranten HOZ um die Scheitellinie OZ als um eine Axe: so beschreibt sie eine halbe Kugel, deren Mittelpunkt das Auge O ist; der Bogen HZ aber beschreibt die Oberfläche der Halbkugel, und die Linie OH einen Kreis, welcher die Halbkugel begränzt, und dessen Durchschnitt mit der Kugelfläche der Horizont heißt.

§. 24. Zus. 1. Da es für die Lage der Sterne A, B, einerley ist, wenn man statt ihrer die Punkte in der Kugelfläche S, T, annimmt, auch die Erfahrung §. 14. lehret, daß der Abstand der Sterne vom Scheitel nie grösser, als der Quadrant ZH gefunden werde: so erscheint uns der Sternenhimmel, als eine vom Horizont begränzte Halbkugel, in deren Mittelpunkte wir allenthalben stehen; und in deren Oberfläche sich die Sterne in solchen Punkten befinden, in welchen die Gesichtslinien nach ihnen die Kugelfläche treffen.

§. 25. Zus. 2. (Fig. 3.) Ist die Oberfläche der Erde eben, und O ein Punkt in derselben: so wird die Ebene des dadurch gelegten Horizonts HR, mit der Erdfläche einerley seyn. Ist aber die Erdfläche gebogen, so wird die Ebene des Horizonts HR sie in O berühren. Im ersten Falle sind alle Scheitellinien parallel; im zweyten schneiden die Scheitellinien einander, und zwar, wenn die Erde eine Kugel ist, in deren Mittelpunkte C. (Stat. §. 32.)

§. 26. Erfahr. Auf der einen Seite des Horizonts erscheinen Sonne, Mond, und Sterne;

ne; steigen allmählig immer höher; senken sich hierauf wieder allmählig nach der entgegengesetzten Seite des Horizonts, und verschwinden daselbst.

§. 27. (Fig. 4.) Erscheint nehmlich ein Stern in einem Punkte A des Horizonts AHBRA dem Auge O in der Linie OA, die also in der Ebene des Horizonts liegt: so erblickt ihn das Auge nach einiger Zeit in einer über der Horizontebene liegenden Linie OD, so, daß wenn man durch diese Linie eine Verticalfläche legt, welche die Horizontebene in der Linie OH schneidet, der Winkel DOH seine Höhe, und der Winkel AOH seine Entfernung vom Punkte A giebt. Nun wachsen zuerst beyde Winkel von Null an, bis ersterer ein größter geworden, oder der Stern seine größte Höhe erreicht hat. Denn alsdann nimmt zwar der Winkel AOH noch immer zu, aber der Winkel DOH, d. h. die Höhe des Sterns, nimmt bis auf Null ab, da der Stern auf der entgegengesetzten Seite des Horizonts in einem Punkte B erscheinet, wo er verschwindet.

§. 28. Erkl. (Fig. 4.) Von den beyden Seiten des Horizonts, wo die Sterne erscheinen, und wieder verschwinden, heißt die erste RAH, die Morgen- oder Ostseite, die andere HBR die Abend- oder Westseite.

§. 29. Erkl. Das Erscheinen eines Sterns an der Morgenseite heißt sein Aufgehen, ortus, und das Verschwinden an der Abendseite, sein Untergang, occasus.

§. 30.

§. 30. Zus. Man findet zwar bey uns auch Sterne, die nie in den Horizont kommen, also nicht auf und untergehen; aber diese bewegen sich mit jenen in ähnlicher Richtung von der Morgenseite nach der Abendseite, und zeigen in den §. 27. gedachten Winkeln ähnliche Veränderungen.

§. 31. Erfahr. (Fig. 4.) Bemerkt man die 3 Punkte am Himmel A, D, B, wo ein Stern aufgehet, seine größte Höhe erreicht, und untergehet, wo also dieser Stern dem Auge O in den Linien OA, OD, OB, erscheinet, so wird der Winkel AOB von der Linie OH, worinn die Verticalfläche durch OD die Horizontebene schneidet, allemal halbirt.

§. 32. Zus. Da sich AOB, DOH stets messen lassen, §. 5: so können diese Winkel immer als gegeben angesehen werden.

§. 33. Anm. Das Messen der Winkel AOB kann zwar mit der heut zu Tage erfoderlichen Schärfe nicht geschehen; aber eine solche Schärfe wird auch hier noch nicht erfodert, wo es blos darum zu thun ist, den Gang zu zeigen, auf dem die Menschen zu den ersten Begriffen in der Astronomie haben gelangen können. Dergleichen Entwickelung ist demjenigen unentbehrlich, der eine gründliche Kenntniß von der Astronomie erlangen will.

§. 34. Lehrs. (Fig. 4.) Sind die Winkel AOB, DOH gegeben §. 4: so ist auch die Neigung der durch A, D, B, gelegten Ebene gegen die Horizontebene gegeben.

Bew. Man ziehe die Linien AD, DB, daß also die Ebene ADB die Horizontebene in der Linie AB schneidet: so ist, weil OA=OB §. 2, und OH den

Winkel

Winkel AOB halbirt §. 31, diese OH auf AB, in deren Mitte C senkrecht. (Geom. §. 68.) Ferner sey in der Verticalebene DOH die DE auf OH senkrecht, und man ziehe die Linien AE, BE,: so ist DE auch auf diesen Linien senkrecht, (Geom. §. 377. 376.)

Hienach war also EC senkrecht auf AB, und AC = CB. Folglich ist AE = EB. (Geom. §. 41.) Nun war auch DE senkrecht auf AE, EB. Folglich ist AD = DB. (Geom. §. 41.) Ziehet man nun DC, so ist diese auf AB senkrecht, (Geom. §. 48.) auf welche auch HC senkrecht war. Folglich ist DCE der Ebene ADB Neigungs-Winkel gegen die Horizontebene (Geom. §. 379.)

Da DOE gegeben ist, so ist für den Halbmesser OD, auch DE = sin DOE, und OE = cos DOE gegeben. Nun ist auch AOB, also für den Halbmesser AO = OD auch OC = cos ½ AOB gegeben. Folglich ist auch CE = OE — OC gegeben. Da nun CE : DE = r : tang DCE (Trigon. §. 55.) und CE, DE, nach Obigem gegeben: so ist DCE der Neigungs-Winkel der Ebene ADB gegen die Horizontebene gegeben.

§. 35. Zus. 1. Aus O fälle man auf die gegebene hinlänglich erweiterte Ebene ADB den Perpendikel OK, der die Ebene in K treffe, und ziehe in der Ebene die Linien KA, KD, KB, auf welche OK senkrecht ist: (Geom. §. 376.) so ist $KO^q = OA^q - KA^q = OD^q - KD^q = OB^q - KB^q$ (Geom. §. 130.) Nun ist OA = OD = OB §. 2. Folglich ist auch KA = KD = KB, und daher K der Mittelpunkt eines Kreises durch A, D, B. (Geom. §. 153.)

§. 36. Zus. 2. Da in dem Beweise §. 34. AD = DB: so halbirt KD den Bogen ADB, folglich

auch

auch die Sehne AB, und stehet auf ihr senkrecht. (Geom. §. 142.) Demnach fällt KD mit CD §. 34. zusammen, und liegt in der Verticalfläche durch DO, worinnen also auch OK liegt. (Geom. §. 387.)

§. 37. Zus. 3. Da DOE, nebst DCE = OCK gegeben §. 34, und OK senkrecht ist: so ist auch COK = R — DCE, folglich auch DOK = COK + DOE gegeben.

§. 38. Zus. 4. Verlängert man KO nach P: so ist POR = COK, und ZOP = DCE gegeben.

§. 39. Zus. 5. Man kann also in O einen Stab, oder dergleichen errichten, der sich mit seinem Zapfen in den Zapfenlagern so umdrehe: daß eine daran bemerkte Linie in der Verticalfläche durch OD sey, und darinn die gefundene Lage der Linie OP §. 38. habe, welche sie beym Umdrehen des Stabes, unverrückt erhalte. Auch läßt sich an diesem Stabe ein Fernrohr in einer solchen Lage befestigen, daß seine Axe OD mit OP den gefundenen Winkel 2R — DOK §. 37. mache.

§. 40. Erfahr. (Fig. 4.) Durch bloßes Umdrehen des Stabes §. 39. läßt sich der Stern, den man in A aufgehen sahe, in einer folgenden Nacht mit gedachtem Fernrohre wieder aufsuchen, und während seines Umlaufs am Himmel immer verfolgen. Ein gleiches läßt sich mit jedem andern Sterne, nach welchem man das Fernrohr richtet, vornehmen.

§. 41. Zus. 1. Der Stern A scheint sich also in einem Kreisbogen zu bewegen, welchen die Axe des

Fern-

Fernrohres OD, als die Seite eines senkrechten Kegels, durch ihr Umdrehen beschreibt, welcher seinen Pol, so wie auch seinen Mittelpunkt K, in der Linie POK hat, und dessen Ebene die Horizontebene in der gegebenen Linie AB unter dem gegebenen Winkel DCE schneidet.

§. 42. Zus. 2. (Fig. 5.) Es sey PK und OD wie §. 39, daß KD der Halbmesser des Kreises sey, den die Axe des Fernrohres OD durch ihr Umdrehen beschreibt. Nun richte man die Axe des Fernrohres OE nach einem beliebigen Sterne E, der in einem andern Punkte des Horizonts aufgehet: so wird man den Stern bey unverrücktem Winkel EOK gleichfalls durch das Fernrohr verfolgen können. Demnach beschreibt auch der Stern E einen Kreis, welcher seinen Pol, so wie auch seinen Mittelpunkt M, in der Linie PK hat, folglich dem Kreise des Sterns D parallel ist. (Geom. §. 560.)

§. 43. Zus. 3. (Fig. 5.) Richtet man bey unverrückter PK, die Axe des Fernrohres OF nach einem der Sterne, die nicht in den Horizont kommen: so läßt sich bey unverrücktem Winkel FON auch dieser Stern, so lange man seinen Umlauf am Himmel beobachten kann, durch das Fernrohr stets verfolgen. Demnach beschreibt auch ein solcher Stern einen Kreisbogen, welcher seinen Pol, so wie auch seinen Mittelpunkt N in der Linie PK hat, folglich den vorigen Kreisen parallel ist. (Geom. §. 560, wo Fig. 187. AB die Linie PK; CG und CS die Linien OD, OF, vorstellen.)

§. 44. Zus. 4. (Fig. 6.) Es habe PK dieselbe Lage, wie Fig. 4. 5. und es stellen MAD, mad zwey

Paral-

Parallelkreise für zwey Sterne §. 42. 43. vor, deren einer in dem Punkte des Horizonts A aufgehet, der andere aber nicht in den Horizont kömmt. Man habe letztern durch den Bogen ad u. s. w. verfolgt: so läßt er sich in der folgenden Nacht wieder in a sehen, und durch den nämlichen Bogen wieder verfolgen, daß er also während der Zeit den Kreis adma, der ganz über den Horizont fällt, durchgegangen seyn muß. Nun habe man auch den erstern Stern von seinem Aufgange A an, durch den Bogen AD, u. s. w. bis zu seinem Untergange verfolgt, und eben dieses in der folgenden Nacht mit ihm wiederhohlt: so muß aus eben den Gründen dieser Stern einen ganzen Kreis MDMA durchgelaufen seyn, dessen Theil 2AD über dem Horizonte, der übrige Theil aber unter dem Horizonte liegt. Demnach scheint der Himmel eine ganze Kugel zu seyn, von welcher ein Theil uns von der Horizontebene verdeckt wird. §. 24.

§. 45. Zus. 5. (Fig. 6.) Da die Bewegung sämmtlicher Sterne, wie A, a, in ihren parallelen Kreisen, zu gleicher Zeit, wie übereinstimmigen Richtungen, und mit völliger Beybehaltung ihrer Lagen gegen einander, vorgehet: so ist es eben so, als wenn der Himmel eine ganze dem Auge im Mittelpunkte C nur zur Hälfte auf einmal sichtbahre Kugel wäre, welche sich mit den daran befestigten Sternen, um die unverrückte Linie PCK umdrehete. Denn hiedurch müssen die Punkte an ihrer Oberfläche parallele Kreise beschreiben, welche sämmtlich ihre Mittelpunkte, und ein paar gemeinschaftliche Pole in der Linie PCK haben.

§. 46. Erkl. Diese allen Himmelskörpern gemeinschaftliche Bewegung von Morgen nach Abend, welche

welche innerhalb eines Tages oder 24 Stunden durch das scheinbahre Umdrehen der ganzen Himmelskugel vollbracht wird, heißt ihre gemeine oder tägliche Bewegung, motus communis, s. diurnus.

2. Kreise am Himmel in Beziehung auf die gemeine Bewegung.

§. 47. Erkl. (Fig. 3.) Der scheinbahre Horizont, apparens, heißt eine mit dem wahren Horizonte §. 23, der durch den Mittelpunkt C der Weltkugel gehet, durch einen andern Punkt O parallel laufende Ebene.

§. 48. Zus. 1. Gesetzt die Erde wäre eine Kugel um den Mittelpunkt C; und der Beobachter in einem Punkte O ihrer Oberfläche: so wird sein scheinbahrer Horizont, die durch O gelegte wagerechte Ebene HB, welche auf der Verticallinie CO §. 25. senkrecht stehet; der wahre Horizont aber, die durch C parallel mit jener laufende Ebene MN. Beyder Abstand wird durch den Winkel RCN = CRO, dessen Sinus $\frac{CO}{CR}$ ist, bestimmt. Ist nun dieser Quotient sehr klein, d. i. CO, der Halbmesser der Erdkugel, gegen CR, den Halbmesser der Himmelskugel, unmerklich: so wird auch dieser Winkel unmerklich, und beyde Horizonte fallen zusammen, daß sie nicht zu unterscheiden sind.

§. 49. Zus. 2. Die Erfahrung muß ausmachen, ob CO gegen CR in irgend einige Betrachtung zu ziehen sey, d. i. ob das Auge in der Erdfläche O andere

Er-

Erscheinungen habe, als es in der Himmelskugel Mittelpunkte C haben würde.

§. 50. Zus. 3. Vermöge der Erfahrung §. 8. muß in Ansehung der Firsterne der Erdhalbmesser CO, gegen der Firsterne Weite CR ganz und gar nicht zu achten seyn. Demnach befinden wir uns überall, wo wir auf der Erde hinkommen, im Mittelpunkte der Firsternkugel.

§. 51. Erkl. (Fig. 7.) Es stelle diese Figur die Himmelskugel, und der Kreis HORWH, durch den Mittelpunkt C, den wahren Horizont vor §. 47: so theilet dieser, als ein größter Kreis, den Himmel in zwey Halbkugeln; deren eine uns sichtbar, die andere unsichtbar ist, §. 44. Jene heißt die obere, hemisphaerium superius, die andere aber die untere, inferius.

§. 52. Erkl. Die Pole des Horizonts nenne man die Scheitelpunkte, und zwar den in der obern Halbkugel das Zenith Z, den in der untern das Nadir z. Die gerade Linie Zz, welche beyde verbindet, heiße die Scheitellinie, und jeder mit dem Horizonte parallel laufende Kreis ein Almucantharat.

§. 53. Zus. Die Scheitelpunkte Z, z, stehen vom Horizonte allenthalben um 90 Grad ab, die Scheitellinie Zz gehet durch den Mittelpunkt C, und stehet auf dem Horizonte senkrecht, (Geom. §. 551.) fällt also mit der Scheitellinie in §. 11. zusammen.

§. 54. Erkl. (Fig. 7.) Die parallelen Kreise AQ, ST, welche die Sterne, oder die Punkte an der Himmelskugel, bey der täglichen Bewegung beschreiben §. 46. heißen Tagekreise, oder schlechthin Parallelkreise,

und deren gemeinschaftliche Pole P, p, die Weltpole. Von diesen heißt der in unserer obern Halbkugel befindliche P der Nordpol, polus borealis s. arcticus; der andere aber p, der Südpol, australis s. antarcticus; und die gerade Linie Pp, welche beyde verbindet, die Weltaxe.

§. 55. Zus. Die Weltaxe gehet durch den Mittelpunkt der Himmelskugel, und aller Tagekreise, und stehet auf ihnen senkrecht (Geom. §. 551.) fällt also mit dem Perpendikel OK §. 35. zusammen.

§. 56. Erkl. Für Sterne, die auf- und untergehen, heißt insbesondere der Tagebogen, arcus diurnus, derjenige Theil ihres Parallelkreises, der über dem Horizonte liegt; der übrige Theil aber unter dem Horizonte, der Nachtbogen, nocturnus.

§. 57. Erkl. (Fig. 7.) Der Tagekreis AQ, dessen Ebene durch der Kugel Mittelpunkt C gehet, heißt der Aequator, und theilet, als ein größter Kreis, den Himmel auch in zwey Halbkugeln, deren eine den Nordpol P, die andere den Südpol p enthält. Jene heißt die nördliche, hemisphaerium boreale, die andere aber die südliche, australe.

§. 58. Zus. Die Weltpole sind die Pole des Aequators, und stehen von demselben, als einem größten Kreise, allenthalben um 90 Grad ab.

§. 59. Erkl. (Fig. 7.) Der Kreis ZPzp, durch die Scheitelpunkte und Weltpole, der also durch der Kugel Mittelpunkt C gehet, heißt der Mittagskreis, meridianus, und seine Ebene die Mittagsfläche, planum meridiani. Er theilet als ein größter Kreis den Himmel gleichfals in zwey Halbkugeln; in die

östliche,

östliche, hemisphaerium orientale, an der Morgenseite des Horizonts, und in die westliche, occidentale, an der Abendseite.

§. 60. Zus. 1. Da die Weltaxe Pp, auf den Tagekreisen senkrecht ist §. 55: so ist der Mittagskreis §. 59. auf den Tagekreisen senkrecht (Geom. §. 409.) und halbirt denselben. (Geom. §. 557.) Seine Durchschnitte seyen mit dem Aequator, AQ, mit einem Tagekreise, ST; beyde stehen auf der Weltaxe Pp senkrecht. (Geom. §. 376.)

§. 61. Zus. 2. Da die Scheitellinie Zz auf den Horizont senkrecht ist §. 53: so ist der Mittagskreis §. 59. auf den Horizont senkrecht (Geom. §. 409.) und halbirt ihn. (Geom. §. 557.) Der Durchschnitt sey HR: so ist dieser auf der Scheitellinie Zz senkrecht. (Geom. §. 376.)

§. 62. Zus. 3. So lange wir unsern Ort auf der Erde nicht erheblich ändern §. 21, behalten der Horizont und der Meridian eine unveränderte Lage, indem der ganze Sternenhimmel seine Lage gegen uns ändert. Man kann sich also eine unbewegliche Kugelfläche vorstellen, in welcher der Horizont und Meridian ist; und eine bewegliche, welche sich mit den daran befestigten Sternen in jener, als in ihrem äußern Gehäuße, umdrehet. Hierdurch erhält man gewisse festgesetzte Gränzen, von denen an, und nach denen zu die Bewegung erfolgt.

§. 63. Erkl. Die Linie, worinn der Meridian den (wahren oder scheinbahren) Horizont schneidet, heißt die (wahre oder scheinbahre) Mittagslinie; und von ihren Endpunkten der eine R in der nördlichen Halbku-

gel, **Mitternacht** oder **Norden**, septentrio, der andere H aber in der südlichen Halbkugel, **Mittag** oder **Süden**, Meridies.

§. 64. Zus. 4. Da der Aequator und Horizont auf den Mittagskreis senkrecht sind §. 61. 62: so schneiden sie einander in des Mittagskreises Polen O, W. (Geom. §. 558.) Folglich gehet die Linie OW, welche diese Pole verbindet, durch der Kugel Mittelpunkt C, und ist auf die Mittagslinie HR senkrecht (Geom. §. 376.) auch sind OA, OH u. s. w. Quadranten.

§. 65. Anm. Die Durchschnittspunkte O, W, sind feste Punkte im Horizonte, in die, beym Umdrehen der Himmelskugel, immer andere und andere Punkte des Aequators eintreten. §. 60.

§. 66. Erkl. (Fig. 7.) Von diesen Durchschnittspunkten heißt der eine O in der östlichen Halbkugel, der **wahre Morgen** oder **Osten**, oriens; der andere W in der westlichen Halbkugel, der **wahre Abend** oder **Westen**, occidens.

§. 67. Erkl. Die §. 63. 66. erklärten festen Punkte des Horizonts, wodurch derselbe in vier Quadranten getheilt wird, heißen die **Hauptgegenden**, cardines mundi.

§. 68. Zus. 1. Ziehet man in der Ebene des Horizonts die Mittagslinie HR, und auf sie die gerade Linie OW in C senkrecht: so bestimmt man dadurch die vier Hauptgegenden.

§. 69. Zus. 2. Nur die Sterne im Aequator können in den Punkten O, W, auf und untergehen; bey andern erfolgt dies in verschiedenen Entfernungen von diesen Punkten, entweder nach Norden, oder nach

Süden

Süden zu, je nachdem die Sterne zu der nordlichen oder südlichen Halbkugel §. 59. gehören.

§. 70. Erkl. (Fig. 8.) Es stelle die Figur des Himmels östliche Halbkugel vor, daß Z das Zenith, P der Nordpol, und HR der Horizont sey, welchen der Aequator AQ in O, und ein Parallelkreis ST in N schneide: so heißt der Bogen des Horizonts ON, vom wahren Morgen O bis zum Aufgang eines Sterns N, seine Morgenweite, amplitudo ortiva. Für die westliche Halbkugel wäre O der wahre Abend, N der Ort des Untergangs, und ON die Abendweite, amplitudo occidua. Beyde können nordlich oder südlich seyn. §. 69.

§. 71. Erkl. (Fig. 8.) Ein Scheitelkreis, circulus verticalis, heißt jeder Kreis ZBz durch die Scheitelpunkte Z, z. Der erste Scheitelkreis, verticalis primarius ist der Scheitelkreis durch den wahren Morgen O.

§. 72. Zus. Da die Scheitelpunkte die Pole des Horizonts sind §. 53: so ist jeder Scheitelkreis auf dem Horizonte HR senkrecht, und jeder Theil desselben bis zum Horizont, wie ZB, ein Quadrant.

§. 73. Erkl. (Fig. 8.) Ein Scheitelkreis durch einen Stern G, heißt auch sein Höhenkreis, weil der Bogen BG den Abstand des Sterns vom Horizont, oder seine Höhe, so wie dessen Ergänzung GZ seinen Abstand vom Scheitel giebt. §. 15. Für den Stern g unter dem Horizonte heisse Bg seine Tiefe.

§. 74. Erkl. Uebereinstimmende Höhen, altitudines correspondentes, eines Sterns, heissen jede gleiche Höhen, die der Stern zu beyden Seiten des Mittagskreises erreicht.

§. 75. Anm. 1. Für einen größten Kreis, der durch die Pole Z, z, eines andern größten Kreises gehet, braucht man auch nur den senkrechten Bogen, wie ZB, der folglich ein Quadrant ist, und verlängert durch den andern Pol z gehen muß.

§. 76. Anm. 2. Der Bogen, wie BG, ist das Maaß der Neigung einer geraden Linie CG gegen den Horizont, also des Winkels BCG. §. 13. Und eben so sind alle Bogen größter Kreise, die noch weiter vorkommen werden, Maaße von Winkeln an der Kugel Mittelpunkte C, wo sich unser Auge befindet. Dies ist auch der Grund, warum hier lauter größte Kreise zu messen vorkommen; indem der Bogen eines Parallelkreises, zu dessen Mittelpunkte man nicht gelangen kann, sich auch nicht unmittelbar messen läßt, aber doch auf den Bogen eines größten Kreises gebracht werden muß, wovon das Nähere im Folgenden.

§. 77. Erkl. (Fig. 8.) Das Azimuth eines Sterns G, ist der Bogen des Horizonts HB, zwischen seinem Scheitelkreise, und dem Mittagskreise, welcher durch den Winkel BCH gemessen wird, und das Maaß des sphärischen Winkels HZB ist, welchen der Scheitelkreis mit dem Mittagskreise macht. (Geom. §. 564.)

§. 78. Anm. Das Azimuth HB ist vom Mittag an genommen; man kann es aber auch von Mitternacht annehmen, da es dann RB oder der sphärische Winkel RZB, die Ergänzung von HZB zu 180 Grad ist.

§. 79. Zus. Ist H ein gegebener Punkt im Horizonte: so ist durch das Azimuth HB und die Höhe BG, eines Sterns G, seine Lage gegen den Horizont gegeben. Denn nimmt man im Horizonte den Bogen HB, und im Scheitelkreise durch B den Bogen BG: so trift man den Punkt G.

§. 80. Erkl. (Fig. 8.) Ist ein Stern S im Mittagskreise, wo ZSH sein Scheitelkreis, und HS seine Höhe, sein Azimuth aber Null ist: so sagt man, daß er culminire. Die Höhe eines culminirenden Sterns S heißt seine Mittagshöhe.

§. 81.

§. 81. Erkl. Man unterscheide die obere und untere Culmination; bey jener hat der Stern seinen kleinsten, bey dieser aber seinen grössten Abstand vom Zenith. (Vergl. §. 128.)

§. 82. Erkl. Für die Sonne heißt die Zeit der obern Culmination der Mittag, der untern aber die Mitternacht.

§. 83. Anm. Ein Stern, der in den Horizont kömmt, hat bey seiner obern Culmination die größte Höhe, und bey der untern die größte Tiefe. Ein Stern aber, der nie in den Horizont kömmt, hat bey der obern Culmination die größte, bey der untern die kleinste Höhe. (Vergl. §. 128.)

§. 84. Erkl. (Fig. 8.) Die Polhöhe, elevatio poli, für einen gegebenen Ort auf der Erde ist der Abstand des Pols vom Horizonte PR; also der Neigungswinkel PCR der Weltaxe gegen den Horizont, dessen Maaß der Bogen PR ist.

§. 85. Erkl. (Fig. 8.) Die Aequatorshöhe, elevatio aequatoris, für den gegebenen Ort, ist der sphärische Winkel AOH, welchen der Aequator mit dem Horizonte des Orts macht, und welcher durch den Bogen AH, oder den Winkel ACH gemessen wird.

§. 86. Zus. 1. Da $HA + AP + PR = 2R$, aber $AP = R$: so ist $HA + PR = R$, d. i. die Polhöhe und Aequatorshöhe ergänzen einander zu 90 Grad. Daher ist auch die Aequatorshöhe dem Abstande des Zeniths vom Weltpole; und die Polhöhe dem Abstande des Zeniths vom Aequator gleich.

§. 87. Zus. 2. Fände man die Polhöhe 90 Grad: so wäre der Pol in unserm Zenith, und der Aequator im Horizonte. Wäre die Polhöhe Null; so liesse der

Aequator durch unser Zenith, und die Weltpole lägen im Horizonte. Im ersten Falle wäre man unter dem Pole, wo die Aequatorshöhe Null ist; im zweyten wäre man unter dem Aequator, wo dessen Höhe am größten ist. Für unsere Gegenden findet keins von beyden statt.

§. 88. Erkl. (Fig. 9.) Der Abweichungskreis, circulus declinationis, eines Sterns G, heißt der Kreis PGp durch die Weltpole, und den Stern, der folglich auf dem Aequator AQ, und allen Tagekreisen senkrecht stehet. (Vergl. §. 75.)

§. 89. Erkl. (Fig. 9.) Der Bogen des Abweichungskreises vom Aequator bis zu einem Sterne, heißt dieses Sterns, oder seines Tagekreises, Abweichung, declinatio, (Abstand vom Aequator) welche nordlich, oder südlich ist, je nachdem sich der Stern in der nordlichen, oder südlichen Halbkugel befindet. Jene ist für den Stern G der Bogen DG, diese für den Stern g der Bogen Dg.

§. 90. Zus. 1. Der Bogen PG, oder pg, ist die Ergänzung der Abweichung zu 90 Grad, und giebt den Abstand des Sterns vom Pole P, oder p. Der Abstand eines südlichen Sterns g vom Nordpole P ist der Bogen $Pg = 90° + Dg$.

§. 91. Zus. 2. Ein Stern im Aequator hat keine Abweichung, und muß daher im wahren Morgen und Abend auf und untergehen, oder hat keine Morgen und Abendweite. §. 70. Diese ist für einen Stern außerhalb des Aequators nordlich oder südlich.

§. 92. Zus 3. Da der Abstand eines Fixsterns vom Weltpole unverändert bleibt: so ist derjenige Himmels-

melskörper kein Fixstern, der seine Abweichung, folglich auch seine Morgen und Abendweite ändert.

§. 93. Erkl. (Fig. 9.) Eines Sterns G Abstand vom Mittagskreise ist der Winkel GPS, welchen der Abweichungskreis des Sterns zu der Zeit mit dem Mittagskreise macht. Sein Maaß ist der Bogen des Aequators AQ, dem der Bogen GS des Parallelkreises ähnlich ist. (Geom. §. 562.)

§. 94. Zus. 1. Auf der östlichen Halbkugel nimmt obiger Winkel immer ab, auf der westlichen aber nimmt er immer zu.

§. 95. Zus. 2. Wäre A ein gegebener Punkt im Aequator; so wäre durch die Abweichung eines Sterns und seinen Abstand vom Mittagskreise seine Lage gegen den Aequator gegeben. (Vergl. §. 79.)

§. 96. Erkl. (Fig. 12.) Der Winkel PSZ den der Abweichungskreis eines Sterns S mit seinem Scheitelkreise macht, der sonst der parallactische Winkel genannt wird, heiße nach la Lande, der Variationswinkel.

§. 97. Anm. Den letztern Nahmen braucht la Lande nach Cagnoli, und nennt parallactischen Winkel, den der Breitenkreis mit dem Scheitelkreise macht. Der Winkel des Breitenkreises mit dem Abweichungskreise heißt der Positionswinkel. (Vergl. la Lande Astronomie, art. 1038. 1047. 1877.)

3. Grundaufgaben für die gemeine Bewegung.

§. 98. Aufgabe. (Fig. 12.) Aus der Polhöhe PR, der Abweichung eines Sterns SD,

und seiner Höhe SB, den Abstand vom Mittagskreise SPZ, das Azimuth SZP, und den Variationswinkel PSZ, zu finden.

Aufl. Nach Kästners III. astronom. Abhandlung §. 5. setze man

$$PR = \varepsilon. \qquad SPZ = \tau.$$
$$SD = \delta. \qquad SZP = \alpha.$$
$$SB = \eta. \qquad PSZ = \sigma.$$

Hienach sind in dem sphärischen Triangel PZS, die drey Seiten $PZ = R - \varepsilon$; $PS = R - \delta$; $SZ = R - \eta$, gegeben, woraus man nach (Trigom. VI. 4.) jeden der obgenannten drey Winkel finden kann. Denn da in der dortigen Formel

$$\sin \tfrac{1}{2} A^2 = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(a+b-c) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(a-b+c)}{\sin b \cdot \sin c}$$

A den gesuchten Winkel, und a die gegenüber liegende Seite, b und c aber die einschließenden Seiten bedeuten: so ist hier

$$\text{I. } \sin \tfrac{1}{2} \tau^2 = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(SZ+PZ-PS) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(SZ-PZ+PS)}{\sin PZ \cdot \sin PS}$$

$$= \frac{\sin \tfrac{1}{2}(R-\eta+\delta-\varepsilon) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(R-\eta-\delta+\varepsilon)}{\cos \delta \cdot \cos \varepsilon}$$

$$\text{II. } \sin \tfrac{1}{2} \alpha^2 = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(PS+PZ-SZ) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(PS-PZ+SZ)}{\sin PZ \cdot \sin SZ}$$

$$= \frac{\sin \tfrac{1}{2}(R-\delta+\eta-\varepsilon) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(R-\delta-\eta+\varepsilon)}{\cos \eta \cdot \cos \varepsilon}$$

$$\text{III. } \sin \tfrac{1}{2} \sigma^2 = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(PZ+PS-SZ) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(PZ-PS+SZ)}{\sin PS \cdot \sin SZ}$$

$$= \frac{\sin \tfrac{1}{2}(R-\varepsilon+\eta-\delta) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(R-\varepsilon-\eta+\delta)}{\cos \delta \cdot \cos \eta}$$

§. 99.

§. 99. Exempel. Nach (Rosts astron. Handbuche von Kordenbusch 3. Band, 80. Aufg. 2. Fall. S. 203.) sey $\varepsilon = 49^\circ\ 28'\ 7''$; $\delta = 47'\ 33''$; $\eta = 34^\circ\ 59'\ 1''$, gegeben. Will man hieraus den Abstand vom Mittagskreise finden: so ist aus §. 98. I.

$$\sin.\tfrac{1}{2}\tau^2 = \frac{\sin(3^\circ 10' 12,5'').\sin(51^\circ 50' 46,5'').\ r^2}{\cos(47' 33'').\cos(49^\circ 28' 7'')}$$

Da dann

log r^2. sin (3° 10′ 12, 5″)	= 28, 7427240
log. sin (51° 50′ 46, 5″)	= 9, 8956191
log des Zählers	= 38, 6383431
log. cos (47′ 33″)	= 9, 9999584
log cos (49° 28′ 7″)	= 9, 8128228
log des Nenners	= 19, 8127812
log sin $\frac{1}{2}\tau^2$	= 18, 8255619
log sin $\frac{1}{2}\tau$	= 9, 4127809
giebt $\frac{1}{2}\tau$	= 14° 59′ 32, 6″
folglich τ	= 29° 59′ 5″

§. 100. Andre Auflösung der Aufgabe §. 98. aus (Trigon. VI. 2.) wo $\cos A = \frac{\cos a - \cos b\ .\ \cos c}{\sin b.\ \sin c.}$, folglich hier:

$$\text{I. } \cos\tau = \frac{\cos SZ - \cos PZ\ .\ \cos PS}{\sin PZ\ .\ \sin PS} = \frac{\sin\eta - \sin\varepsilon\ .\ \sin\delta}{\cos\varepsilon\ .\ \cos\delta}.$$

$$\text{II. } \cos\alpha = \frac{\cos PS - \cos PZ\ .\ \cos SZ}{\sin PZ\ .\ \sin SZ} = \frac{\sin\delta - \sin\varepsilon\ .\ \sin\eta}{\cos\varepsilon\ .\ \cos\eta}$$

$$\text{III. } \cos\sigma = \frac{\cos PZ - \cos SZ.\ \cos PS}{\sin SZ.\ \sin PS} = \frac{\sin\varepsilon - \sin\eta\ .\ \sin\delta}{\cos\eta\ \cos\delta}$$

§. 101.

§. 101. Zus. 1. Für einerley Höhe des Sterns zu beyden Seiten der Mittagsfläche, bleiben auch die gesuchten Winkel einerley; d. i. der Stern hat bey übereinstimmenden Höhen §. 74. einerley Abstand vom Mittagskreise, und einerley Azimuth.

§. 102. Zus. 2. Die Mittagsfläche halbirt den Winkel AZB (Fig. 10.) oder den Winkel MZN (Fig. 11.) zwischen zwey Scheitelkreisen, in denen der Stern gleiche Höhe hat; so wie auch den Winkel APB (Fig. 10.) zwischen zwey Abweichungskreisen, die alsdann durch den Stern gelegt sind.

§. 103. Zus. 3. Eben dies gilt auch vom Auf- und Untergange des Sterns in F und G (Fig. 10.) wo die Höhen Null also auch gleich sind; d. i. der Mittagskreis halbirt den Tagebogen FMG und Nachtbogen GNF eines Sterns. §. 57.

§. 104. Zus. 4. Unter dem Aequator §. 87. ist $\varepsilon = 0$, folglich $\sin \varepsilon = 0$, und $\cos \varepsilon = 1$; wodurch die Formeln §. 100. sich in folgende verwandeln:

$$\cos \tau = \frac{\sin \eta}{\cos \delta}; \cos \alpha = \frac{\sin \delta}{\cos \eta}; \cos \sigma = \frac{-\sin \eta \cdot \sin \delta}{\cos \eta \cdot \cos \delta}$$

§. 105. Zus. 5. Unter dem Pol §. 87. wo Scheitelkreis und Abweichungskreis zusammenfallen, ist $\varepsilon = 90°$, und $\eta = \delta$; wodurch in §. 100. $\cos \tau$, und $\cos \alpha = 0$, aber $\cos \sigma = \frac{1 - \sin \delta^2}{\cos \delta^2} = \frac{\cos \delta^2}{\cos \delta^2} = 1$ wird: Jenes, weil aus einer Höhe, die immer einerley bleibt, Abstand vom Mittagskreise und Azimuth sich nicht bestimmen lassen; dieses aber, weil $\sigma = 0$ ist.

§. 106. Zus. 6. Ist der Stern im Aequator, also $\delta = 0$, so wird in §. 100. $\cos\tau = \frac{\sin\eta}{\cos\varepsilon}$; $\cos\alpha = \frac{-\sin\varepsilon \, . \sin\eta}{\cos\varepsilon \, . \cos\eta} = -\operatorname{tang}\varepsilon \, . \operatorname{tang}\eta$; $\cos\sigma = \frac{\sin\varepsilon}{\cos\eta}$. Folglich ist $\cos\tau \, . \cos\sigma = \operatorname{tang}\varepsilon \, . \operatorname{tang}\eta = -\cos\alpha$.

§. 107. Zus. 7. Für einen südlichen Stern ist δ, folglich auch sein Sinus verneint, aber der Cosinus bleibt bejaht (Trigon. I. 8.) Alsdann wird, so lange der Stern über dem Horizonte ist, $\cos\tau$ und $\cos\sigma$ nie, aber $\cos\alpha$ stets verneint, d. i. τ und σ wird nie, aber α oder (Fig. 12.) der Winkel SZP, wird stets stumpf, folglich SZA spitz.

§. 108. Zus. 8. Eben so würde, wenn von einem Sterne unter dem Horizonte die Rede wäre, η verneint.

§. 109. Zus. 9. Ist der Stern F im Horizonte, (Fig. 12.) wodurch sich der Δ ZPS in den Δ ZPF verwandelt; so ist $\eta = 0$; folglich wird in §. 100. $\cos\tau = \frac{-\sin\varepsilon \, . \sin\delta}{\cos\varepsilon \, . \cos\delta} = -\operatorname{tang}\varepsilon \, . \operatorname{tang}\delta$; $\cos\alpha = \frac{\sin\delta}{\cos\varepsilon}$; $\cos\sigma = \frac{\sin\varepsilon}{\cos\delta}$. Das erste giebt den halben Tagebogen AG §. 103, der also für den nördlichen Stern über, für den südlichen unter 90 Grad ist; und das zweyte den Cosinus des Bogens FR, folglich den Sinus der Morgenweite, §. 70, die also, wie der Stern, nördlich oder südlich ist.

§. 110. Zus. 10. Setzt man für zwey Sterne im Horizonte die Abweichungen gleich, aber entgegen-

gesetzt:

gesetzt: so ist $\cos \tau$ für beyde gleich, nur für den einen bejaht, für den andern verneint. Daher machen beyde halbe Tagebogen zusammen 180 Grad, also beyde ganze 360 Grad, wozu 24 Stunden gehören.

§. 111. Zus. 11. Nimmt man von den Winkeln §. 98. einen als gegeben an: so kann man jede der drey Seiten finden. Ueberhaupt lassen sich von den 6 Dingen §. 98. jede 3 als gegeben ansehen, und daraus die 3 übrigen finden. Hiezu kann man entweder, aus (Trigon. VI.) eine neue Gleichung nehmen, oder sie aus den Gleichungen §. 100 ableiten.

Z. E. Sollte man η aus ε, δ, τ, finden: so wären (Fig. 12.) in Δ ZPS der genannte Winkel τ, und die einschliessenden Seiten ZP $=$ R $-$ ε, PS $=$ R $-$ δ, gegeben; da dann nach (Trigon. VI. 3.) aus $\cos a = \cos A . \sin b . \sin c + \cos b . \cos c$, hier die Gleichung kömmt: $\cos \eta = \cos \tau . \cos \varepsilon . \cos \delta + \sin \varepsilon . \sin \delta$. Oder: In §. 100. I. setze man $\cos \tau = 1 - u$, so erhält man $\sin \eta = \cos \varepsilon . \cos \delta + \sin \varepsilon . \sin \delta - u . \cos \varepsilon . \cos \delta$, also nach (Trigon. II. 17.) $\sin \eta = \cos (\varepsilon - \delta) - u . \cos \varepsilon . \cos \delta$; wo $u = 1 - \cos \tau$, also für $\tau = 45^{\circ}$, $u = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{2}$. (Trigon. II. 17.) Für eine südliche Abweichung kömmt $\cos (\varepsilon + \delta)$ das übrige bleibt (Trigon. I. 8.)

§. 112. Zus. 12. Bey bekannter Polhöhe findet man aus der Lage eines Sterns gegen den Horizont, d. i. aus Höhe und Azimuth §. 79. seine Lage gegen den Aequator, d. i. Abweichung und Abstand vom Mittagskreise. §. 95. Und umgekehrt, aus der Lage gegen den Aequator findet man seine Lage gegen den Horizont.

§. 113. Aufg. (Fig. 11.) Die Lage der Mittagsfläche aus übereinstimmenden Sternhöhen zu finden.

Auf-

Auflösung. Zu beyden Seiten der Mittagsfläche, deren ohngefähre Lage sich nach dem Augenmaße bestimmen läßt, messe man verschiedene Höhen eines Sterns S, um ein Paar übereinstimmende SM, SN, §. 74. zu erhalten, und halbire den Winkel MZN zwischen den Scheitelkreisen, in denen solche Höhen gefunden werden: so hat man die Lage der Mittagsfläche. §. 102.

§. 114. Zus. 1. Zuverlässiger ist diese Bestimmung, wenn man sie aus mehrern Paaren übereinstimmender Höhen herleitet, und, wenn dies kleine Unterschiede giebt, das Mittel daraus nimmt.

§. 114. b. Zus. 2. Zwey verticale Fäden in dieser Lage bestimmen die Mittagslinie §. 63; welche sich mittelst der Magnetnadel, oder mittelst des Schattens eines verticalen Stiftes, von einem Orte zum andern tragen läßt.

§. 115. Erkl. Ein Quadrant, der sich über einem horizontalen eingetheilten Kreise, dem Azimutalkreise, um eine verticale Axe drehet, heißt ein Azimutalquadrant.

§. 116. Zus. 3. Sind mit dem Azimutalquadranten übereinstimmende Höhen genommen, §. 113: so kann man bey jeder derselben auf dem Azimutalkreise die Stellung des Quadranten CM, CN, angeben, und den Winkel MCN bestimmen; da dann die Linie CH, welche diesen Winkel halbirt, die Lage der Mittagslinie giebt, und zwey verticale Fäden, welche in dieser Linie einspielen, die Lage der Mittagsfläche bestimmen.

§. 117. Anm. Die Azimutalquadranten sind jetzt, wenigstens zu dem Endzwecke §. 116, nicht mehr gebräuchlich, und dienen blos, den Quadranten in eine bestimmte verticale Lage zu bringen. Man braucht daher andere Methoden, die Mittagslinie zu finden und die gefun-

gefundene zu berichtigen, wovon erst im Folgenden gehandelt werden kann. (Vergl. §. 205. 262.) Bis dahin setzen wir sie als richtig gefunden voraus.

§. 118. Erkl. Ein Mittagsfernrohr, tubus meridianus (instrument des passages) heißt ein mit Kreuzfäden versehenes Fernrohr, welches sich in der Mittagsfläche drehen läßt, um damit Durchgänge der Himmelskörper durch die Mittagsfläche, oder ihre Culmination §. 80, zu beobachten. la Lande Astron. art. 2387.

§. 119. Erkl. Ein Mauerquadrant, Quadrans Tychonicus, ist ein in der Mittagsfläche befestigter Quadrant, woran sich zugleich die Mittagshöhen der Himmelskörper §. 80. messen lassen. la Lande Astron. art. 2328.

§. 120. Aufg. (Fig. 8.) Die Polhöhe eines gegebenen Orts zu finden.

Aufl. In einer heitern Winternacht, da man die obere und untere Culmination §. 81. eines Sterns, der nicht in den Horizont kömmt, beobachten kann, messe man am Mauerquadranten §. 119. seine größte und kleinste Mittagshöhe FR, ER §. 83: so ist das arithmetische Mittel aus beyden $\frac{FR + ER}{2} = PR$, die gesuchte Polhöhe; weil FR - ER = FE, folglich $\frac{1}{2}$FE den Pol P giebt. z. E. Man fände FR = 52° und ER = 48°: so ist $\frac{52 + 48}{2} = 50° = PR$.

§. 121. Zus. Die gefundene Polhöhe von 90 Grad subtrahirt, giebt die Aequatorshöhe des Orts. §. 86.

§. 86. z. E. nach Bode's astron. Jahrb. für 1785, ist die Polhöhe von Paris 48° 50′ 14″; von Magdeburg 52° 10′. Jenes giebt die Aequatorshöhe 41° 9′ 46″, dieses 37° 50′. (Die allerneuesten Messungen mit ganzen Kreisen geben die Polhöhe von Paris 48° 50′ 11″. Hindenburgs Archiv der Mathem. 1795. 3. Heft. S. 383. vergl. la Lande Astron. art. 2246.)

§. 122. Anm. Andere Methoden für die Polhöhe können erst im Folgenden erklärt werden. Auch obige Methode bedarf noch Berichtigungen, die aus dem Folgenden erst erhellen. Ueberhaupt muß man sich anfangs begnügen, den Geist der Methode nur erst kennen zu lernen, ihre völlige Berichtigung aber, und Einsicht in die kleinsten Umstände, für die Folge verspahren.

§. 123. Erfahr. Aus mehrern dergleichen Messungen hat man gefunden, daß diese Höhen an einem Orte, wenigstens in langer Zeit sich nicht ändern. (Jetzt nehmen sie alle Astronomen als unveränderlich an. La Lande Astr. art. 3243.)

§. 124. Aufg. (Fig. 8.) Die Abweichung eines Sterns zu finden.

Aufl. Man messe die Mittagshöhe des Sterns; so ist der Unterschied zwischen ihr und der Aequatorshöhe des Orts die verlangte Abweichung; und zwar nordlich oder südlich, nachdem des Sterns Mittagshöhe grösser oder kleiner, als die Aequatorshöhe ist. §. 89. z. E. Für den Stern S ist die nordliche Abweichung HS − HA = AS, und für den Stern L die südliche Abweichung HA − HL = AL.

§. 125. Zus. 1. Ist die Abweichung eines Sterns AS bekannt: so findet man aus seiner Mittagshöhe HS, die Aequatorshöhe HA, und hieraus die Polhöhe PR.

§. 126. Zus. 2. Setzt man die Polhöhe PR $= \varepsilon$, die nordliche Abweichung eines Sterns $= \delta$, die südliche $= \Delta$, so giebt die Figur folgende Sätze:

I. Ist der Abstand eines nordlichen Sterns von seinem Pole $> \varepsilon$, so kömmt er gewiß unter den Horizont; ist solcher Abstand $< 2R - \varepsilon$, so kömmt er gewiß über den Horizont.

II. Ist der Abstand eines südlichen Sterns vom Nordpole $< 2R - \varepsilon$, so kömmt er gewiß über den Horizont.

III. Für $R - \delta = \varepsilon$, ist $\delta = R - \varepsilon$, und für $R + \Delta = 2R - \varepsilon$, ist $\Delta = R - \varepsilon$. Zwischen diesen Gränzen sind also die Abweichungen aller Sterne, die auf und untergehen, enthalten.

§. 127. Zus. 3. Eine grössere südliche Abweichung giebt Sterne, die nicht aufgehen; eine grössere nordliche aber solche, die nicht untergehen.

§. 128. Zus. 4. Die Mittagshöhe eines nordlichen Sterns, oder HA $+ \delta$ ist $= R - \varepsilon + \delta$, folglich seine Weite vom Zenith, oder die Ergänzung der Mittagshöhe zu 90°, $= \varepsilon - \delta$. Für einen südlichen Stern ist jene $= R - \varepsilon - \Delta$; diese $= \varepsilon + \Delta$. Demnach giebt Obiges der Mittagshöhe mehr als 90°, wenn $\delta > \varepsilon$ ist; da dann auch die Weite vom Scheitel verneint wird, d. i. ein solcher Stern geht nordwärts des Scheitels nähmlich zwischen P und Z, durch die Mittagsfläche. Für $\delta < \varepsilon$ ist der Durchgang südwärts des Scheitels;

und

und für $\delta = \varepsilon$ im Scheitel, das heißt, der Stern wird vertical. Für einen Stern, der nicht untergehet, gilt Obiges von seinem höchsten Durchgange; sein niedrigster ist offenbahr allemal nördlich. Ist die Mittagshöhe eines Sterns der Aequatorshöhe gleich, so ist der Stern im Aequator.

4. Von der eigenen Bewegung einiger Himmelskörper, besonders der Sonne.

§. 129. Erfahr. Bemerkt man die Fixsterne, bey denen der Mond an einem gewissen Abende stehet; so findet man am folgenden Abende diesen Stern westlich vom Monde, und dagegen andere bey ihm, die gestern östlich waren. Dies gehet immer so fort, bis nach ohngefähr 27 Tagen der Mond wieder bey denselben Sternen, wie am ersten Abende, stehet.

§. 130. Zus. Der Mond scheint also, nebst der gemeinen oder täglichen Bewegung von Ost nach West, §. 46, auch noch eine entgegengesetzte von West nach Ost zu haben, mit welcher er innerhalb etwa 27 Tagen am Himmel umläuft.

§. 131. Anm. Die verschiedenen Gestalten seines Lichts, die Phasen des Mondes, die er während dieser Zeit zeigt, gehören nicht hieher, und können auch erst im Folgenden betrachtet werden.

§. 132. Erkl. Die Bewegung, mit welcher ein Himmelskörper, wie der Mond §. 130, vom Abend nach Morgen fortrückt, heißt seine eigene Bewegung, motus proprius, und der Körper selbst ein Planet. §. 9.

§. 133. Erkl. Die (scheinbare) Bahn, orbita, eines Planeten, heißt der Kreis, den er mit eigener Bewegung beschreibt; und seine Umlaufszeit, periodus, die Zeit, in welcher er seine Bahn vollendet.

§. 134. Anm. Bey den Fixsternen zeigt sich blos die gemeine Bewegung, bey den Planeten aber auch noch die eigene Bewegung. Da aber diese jener entgegengesetzt ist: so können beyde zugleich nicht statt finden. Daher muß wenigstens eine davon nur scheinbar seyn. Welche aber dieses sey, oder ob sie es gar beyde seyen, läßt sich noch nicht entscheiden Wir können uns unterdeß die Vorstellung machen, als würde, während der Umdrehung der Himmelskugel von Ost nach West, der Planet an dieser Kugel um einen gewissen Bogen von West nach Ost fortgeschoben.

§. 135. Erfahr. Nächst dem Monde (☽) und der Sonne (☉) haben die Alten noch fünf Planeten gekannt: Mercur (☿) Venus (♀) Mars (♂) Jupiter (♃) und Saturn. (♄) Zu diesen ist durch die Entdeckung des H. D. Herschel im Jahre 1781 noch ein sechster Uranus (♅) hinzugekommen.

§. 136. Anm. 1. Anstatt der Sonne, muß, wie die Folge lehren wird, unsre Erde (♁) gesetzt; auch muß der Mond zu einer besondern Klasse der Planeten gerechnet werden. Die Umlaufszeiten der Planeten sind nach neuern Beobachtungen, (die erst in der Folge erklärt, und noch genauer bestimmt werden können) für den Mond 27 T. 7 St. 43 M. Mercur. 87 T. 23 St. Venus. 224 T. 17 St. Erde 1 Jahr. Mars. 1 Jahr 321 T. 23 St. Jupiter 11 Jahr 316 T. Saturn 29 Jahr 162 Tage. Uranus 83 Jahr 52 T. (la Lande Astron art. 85.)

§. 137. Anm. 2. Die zuverlässigste Art, diese Planeten zu erkennen, und von einander zu unterscheiden, geben die Gesetze ihrer Bewegung, die aber erst im Folgenden bestimmt werden können. Einige derselben sind noch glänzender, als die Fixsterne, aber mit einem stillern, nicht so funkelndem Lichte; wenn man etwa die Venus ausnimmt. Auch erscheinen sie durch Fernröhre vergrößert, wovon eher das Gegentheil bei den Fixsternen statt findet. Ein sicheres Unterscheidungszeichen ist ihre Veränderung in der Mittagshöhe, und ihrer Morgen und Abendweite. Sie selbst werden von einander,

der, durch ein geübtes Auge auch an ihrem Lichte unterschieden, welches sich aber aus bloßen Beschreibungen nicht erkennen läßt.

§. 138. Anm 3 Wir verlassen jetzt gänzlich die Betrachtung der Planeten, die erst in der Folge wieder vorgenommen werden kann, und wenden uns zu einer vor jetzt nothwendigern Betrachtung der Sonne.

§. 139. Erfahr. Beobachtet man bald nach dem Untergang der Sonne an der Abendseite einen Fixstern, womit man aber keinen Planeten verwechseln darf; so wird man ihn in den folgenden Tagen zu eben der Stunde näher bey der Sonne erblicken, bis er sich zuletzt ganz in ihren Strahlen verliehrt. Dafür nehmen immer andere jene östlich gelegenem Sterne seinen verlassenen Stand ein, bis nach 365 Tagen derselbe Stern, wie am ersten Tage zu eben der Zeit, und an eben dem Orte wieder erscheint.

§. 140. Zus. 1. Die Sonne scheint also, wie der Mond und die andern Planeten, mit eigener Bewegung von Abend nach Morgen unter den Fixsternen fortzurücken, und ihre Bahn innerhalb 365 Tagen, oder einem Jahre, zu vollenden.

§. 141. Zus. 2. Bey oder bald nach Sonnenuntergange werden an den folgenden Tagen diejenigen Sterne, die zu der Zeit an den vorhergehenden Tagen aufgingen, nunmehr höher stehen, und dafür andere aufgehen, die vorher noch nicht aufgegangen waren; diejenigen aber, die zu der Zeit an den vorhergehenden Tagen untergingen, nunmehr schon untergegangen seyn, und dafür andere untergehen, die vorher an der Abendseite höher standen.

§. 142. Zus. 3. Bey oder kurz vor Sonnenaufgange werden an den folgenden Tagen diejenigen Sterne, die zu der Zeit an den vorhergehenden Tagen aufgingen, nunmehr höher stehen, und dafür andere aufgehen, die vorher noch nicht aufgegangen waren; diejenigen aber, die zu der Zeit an den vorhergehenden Tagen untergingen, nunmehr schon untergegangen seyn, und dafür andere untergehen, die vorher an der Abendseite höher standen.

§. 143. Zus. 4. Auch muß die Sonne bey ihrem Fortrücken von West nach Ost, immer andere und andere östlichere Sterne mit ihren Strahlen erreichen, und sie durch die Stärke ihres Lichts unsichtbar machen, daß sie sich ganz in ihren Strahlen verliehren; aus denen dann die westlichern Sterne, welche sie verläßt, wieder hervortreten.

§. 144. Anm. 1. Obige Folgerungen §. 141 bis 43 aus der eigenen Bewegung der Sonne §. 140, sind auch unmittelbahre Erfahrungen, aus denen die eigene Bewegung der Sonne §. 140. gefolgert werden kann.

§. 145. Anm. Wegen dieser eigenen Bewegung ist die Sonne mit zu den Planeten gerechnet worden. §. 132. aber in der Folge wird sich zeigen, daß solche Bewegung nur scheinbar ist, und von der eigenen Bewegung unserer Erde (♁) herkömmt, welche deshalb zu den Planeten gezählt werden muß. §. 136

§. 146. Erfahr. Beobachtet man die Mittagshöhen des Mittelpunkts der Sonne, während ihres Umlaufs; so findet man dieselben zweymahl (am 21 März und 20 September) der Aequatorshöhe fast gleich; und in den Zwischenzeiten (am 21 Junius und 21 December) das eine mahl am größten, das andere mahl am kleinsten

§. 147.

§. 147. Exempel. Die alten Chaldäer fanden zu Babylon die Mittagshöhe der Sonne im Frühling und Herbst 57 Grad, oder der Aequatorshöhe daselbst gleich, im Sommer aber 81, und im Winter 33 Grad. (la Lande. Astron. art. 64.)

§. 148. Zus. 1. Die Sonne erreicht bey ihrem Umlaufe ohngefähr 24 Grad nordliche, und eben so viele südliche Abweichung. Aus dem Folgenden wird erhellen, daß wir dafür 23° 28′ setzen müssen. (là Lande Astron. art. 2749.)

§. 149. Zus. 2. Die Bahn der Sonne ist also vom Aequator unterschieden, muß ihn aber in zwey Punkten durchschneiden, und um etwa 23½ Grad sich über ihn erheben, und senken.

§. 150. Zus. 3. Hieraus folgt zugleich die Aenderung der Sonne in ihrer Morgen- und Abendweite; die auch eine unmittelbahre Erfahrung ist.

§. 151. Erfahr. Beobachtet man die Fixsterne, die zur Zeit obgedachter beyden Durchschnittspunkte, gleich nach der Sonne untergehen: so findet man, daß sie einander gerade gegen über liegen, oder um den Durchmesser der Kugel von einander abstehen.

§. 152. Zus. Die Bahn der Sonne halbirt demnach den Aequator, oder ist ein größter Kreis, der den Aequator in zweyen um den Durchmesser abstehenden Punkten unter dem Winkel §. 148. schneidet.

§. 153. Erfahr. Hat man eine gewisse Mittagshöhe der Sonne, z. E. am 21 März beobachtet: so findet man daß die Sonne nach 365

Tagen, oder einem Jahre, dieser Höhe wieder nahe gekommen ist; aber nach 60 solchen Jahren noch 15 Tage gebraucht, ehe sie wieder zu solcher Höhe gelangt. (La Lande Astron. Art. 80.)

§. 154. Zus. Vertheilt man diese 15 Tage unter die 60 Jahre: so findet man 365 Tage 6 Stunden für die Umlaufszeit der Sonne, oder die Größe des Sonnenjahres. Im Folgenden wird sich zeigen, daß genauere Beobachtungen dafür 365 T. 5 St. 48′ 48″ geben. (la Lande Astron. art. 886.)

5. Von der Ecliptik, und den zugehörigen Kreisen.

§. 155. Erkl. (Fig. 13.) Ein größter Kreis am Himmel, EVL, den die Sonne innerhalb eines Jahres mit eigener Bewegung zu durchlaufen scheint, heißt die Sonnenbahn, oder Ecliptik; weil die Finsternisse, eclipses, der Sonne und des Mondes in demselben sich eräugnen.

§. 156. Erkl. Der Winkel, LVQ oder AVE, unter welchem die Ecliptik EL den Aequator AQ schneidet, welcher also von der größten Abweichung der Sonne, LQ oder AE, gemessen wird, heißt die Schiefe, obliquitas, der Ecliptik, die (nach §. 148.) 23° 28′ beträgt.

§. 157. Zus. Der Abstand des Pols der Ecliptik K vom Weltpole P ist der Schiefe der Ecliptik LQ gleich; weil KP + PL = 90° = PL + LQ ist.

§. 158. Erkl. Die Durchschnitte der Ecliptik mit dem Aequator heißen Nachtgleichspunkte, aequinoctialia: und zwar der Frühlingspunkt V, von welchem an die Sonne zu ihrer größten nordlichen Abweichung steigt; der Herbstpunkt, von welchem an sich die Sonne zu ihrer größten südlichen Abweichung senkt. Die Zeit, da die Sonne in diesen beyden Punkten ist, heißt die Nachtgleiche, aequinoctium (vernale et autumnale) weil alsdann Tag und Nacht gleich sind.

§. 159. Anm. 1. Der Frühlingspunkt V drehet sich zugleich mit der Himmelskugel um, und kömmt also in verschiedene Lagen gegen den Horizont. Man sucht ihn aber in jeder Lage am Himmel genau zu bestimmen, weil von da an die Ecliptik sowohl, als der Aequator eingetheilt werden.

§. 160. Anm. 2. Sind, wie in der 13 Figur, die Pole der Ecliptik im Meridian, also diese Kreise auf einander senkrecht; so sind die Nachtgleichspunkte in des Meridians Polen folglich VL, VQ, Quadranten. Es ist aber hier verstattet, diese Lage anzunehmen, weil durch das Umdrehen der Himmelskugel die Lage der Fixsterne gegen die Ecliptik und den Aequator nicht geändert werden.

§. 161. Erkl. Die Punkte der Ecliptik, in denen die Sonne ihre größte Abweichung hat, heissen Sonnenstandspunkte, solstitialia; und zwar Sommerpunkt in Norden, und Winterpunkt in Süden. Die Zeit, da die Sonne in diesen Punkten ist, heißt der Sonnenstand, solstitium (aestivum et brumale) weil alsdann die Abweichung der Sonne sich nur unmerklich ändert.

§. 162. Erkl. Wendekreise, tropici, heißen die Tagekreise der Solstitien: der eine der Sommerwende, oder des Krebses, cancri; der andere der Winterwende, oder des Steinbocks, capricorni.

§. 163. Erkl. Polarkreise, polares, heißen die Tagekreise der Pole der Ecliptik; deren jeder also von seinem Weltpole um die Schiefe der Ecliptik absteher. §. 157.

§. 164. Anm. Bey den Alten hießen Polarkreise diejenigen Tagekreise, die von dem Weltpole um die Polhöhe des Orts abstehen, die also diejenigen Sterne einschließen, welche dem Orte nie untergehen, und diejenigen, die ihm nie aufgehen. (la Lande Astron. art. 136. 395.)

§. 165. Erkl. Der Abweichungskreis durch die Aequinoctialpunkte oder Solstitialpunkte, heißt ein Colur, colurus; und zwar ersterer der Nachtgleichen, aequinoctiorum; letzterer der Sonnenstände, solistitiorum.

§. 166. Erkl. Die Ringkugel oder Reifkugel, sphaera armillaris, ist aus dem Horizont, Meridian, Aequator, der Ecliptik, den Coluren, und den Wende- und Polarkreisen gehörig zusammengefügt.

§. 167. Anm. Vom hohen Alterthum der Ringkugel sehe man la Lande Astron. art. 105. Der Sonderbarkeit wegen vergleiche man ein Urtheil über die Ringkugel im Emile par Rousseau, livre 3. pag. 16. der Zweybrücker Ausgabe.

§. 168. Erkl. Der Thierkreis, Zodiacus, ist ein Streifen, zona, am Himmel, welchen zwey mit der Ecliptik parallel geführte Kreise, etwa 10 Grad weit auf jeder Seite, einschliessen. Dieser Streifen bestimmt den Raum, worinn, wie die Folge lehren wird, der Lauf der Planeten eingeschränkt ist.

§. 169. Erkl. Die Ecliptik sowohl, als der Thierkreis, wird vom Frühlingspunkte an, nach dem Gange der Sonne von Abend nach Morgen zu, in zwölf gleiche Theile eingetheilt, davon jeder also 30 Grad enthält,

enthält, und ein himmlisches Zeichen, signum, heißt. Sie heißen nach der Ordnung:

1. Widder, aries. ♈.	7. Waage, libra. ♎.
2. Stier, taurus. ♉.	8. Scorpion, scorpio. ♏.
3. Zwillinge, gemini. ♊.	9. Schütze, sagittarius. ♐.
4. Krebs, cancer. ♋.	10. Steinbock, capricornus. ♑.
5. Löwe, leo. ♌.	11. Wassermann, aquarius. ♒.
6. Jungfrau, virgo. ♍.	12. Fische, pisces. ♓.

§. 170. Anm. 1. Für das Gedächtniß sind diese Nahmen in folgende zwey Verse gebracht:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo;
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora,
Pisces.

Poetischer beschreibt sie Manilii Astronomicon. lib. 1. vers. 263 ad 274.

§. 171. Anm. 2. Diese himmlische Zeichen der Ecliptik, und des Thierkreises, dodecatemoria, wonach auch der Stand der Planeten angegeben wird, muß man von den im Folgenden vorkommenden Sternbildern, asterismi, die mit ihnen einerley Namen führen, sorgfältig unterscheiden, z. E. das Zeichen des Widders vom Sternbilde des Widders. Alle Verwechselung zu vermeiden, pflegt man oft die Zeichen blos der Zahl nach, ohne ihren Nahmen anzugeben. So sagt man z. E. der 30 Gr. des dritten ist der 0 Grad des vierten Zeichens.

§. 172. Anm. 3. Aufsteigende Zeichen nennen wir solche, in denen die Sonne sich nach Norden hin bewegt, als welches uns oben ist; absteigende aber, in denen sie sich nach Süden zu senkt. Hienach sind:

im 1ten Quad. nordlich aufsteigende, oder Frühlingszeichen;
im 2ten nordlich absteigende, oder Sommerzeichen;
im 3ten südlich absteigende, oder Herbstzeichen;
im 4ten südlich aufsteigende, oder Winterzeichen.

§. 173. Anm. 4. Da die himmlischen Zeichen in der genannten Ordnung auf- und untergehen müssen; daß also z. E. wenn das 1. Zeichen anfängt unterzugehen, das 7. Zeichen anfängt aufzugehen: so kann man die Richtung am Himmel von Abend nach Morgen, und die entgegengesetzte von Morgen nach Abend allgemeiner und bestimmter unterscheiden, wenn man sagt: daß jene nach der Ordnung der Zeichen, und diese gegen die Ordnung der Zeichen erfolge.

§. 174.

§. 174. Erkl. (Fig. 12.) Die gerade Aufsteigung, ascensio recta, eines Sterns F ist der Bogen VG des Aequators, vom Frühlingspunkte V an nach der Ordnung der Zeichen, bis an den Punkt G, worinn des Sterns Abweichungskreis PG den Aequator schneidet, oder welcher mit dem Sterne zugleich culminiret.

§. 175. Zus. Durch die gerade Aufsteigung und die Abweichung eines Sterns F ist seine Lage gegen den Aequator gegeben. (Vergl. §. 95. 79.)

§. 176. Erkl. (Fig. 12.) Die schiefe Aufsteigung, ascensio obliqua, eines Sterns F, ist der Bogen VO des Aequators vom Frühlingspunkte V an, nach der Ordnung der Zeichen, bis an den Punkt O, der mit dem Sterne zugleich aufgehet. Die schiefe Absteigung, ist der eben so bestimmte Bogen, aber bis an den Punkt, der mit dem Sterne zugleich untergeht. Der Aufsteigungsunterschied, differentia ascensionalis, OG, ist der Unterschied zwischen der geraden Aufsteigung VG, und der schiefen VO.

§. 177. Zus. Hat man aus §. 108. den halben Tagebogen AG: so ist, weil VG die gerade Aufsteigung, VO die schiefe, OG der Aufsteigungsunterschied §. 176. folglich $OG = AG - 90°$ gegeben; da dann, wenn $AG < 90°$, OG verneint wird. Aus VG aber und OG findet man VO, oder die schiefe Aufsteigung, die in dem letztgedachten Falle grösser, als die gerade ist.

§. 178. Erkl. (Fig. 14.) Ein Breitenkreis heißt jeder Kreis durch die Pole der Ecliptik K, k, der also senkrecht auf die Ecliptik EL ist. Z. E. Für die

Sterne

Sterne S, T, sind die Breitenkreise KM, KN, durch K und die Sterne senkrecht auf die Ecliptik.

§. 179. Erkl. (Fig. 14.) Der Bogen eines Breitenkreises von der Ekliptik bis zum Sterne, heißt dieses Sterns Breite, latitudo (Abstand von der Ecliptik) welche nordlich oder südlich ist, je nachdem der Stern auf der Nord- oder Südseite der Ecliptik ist. Z. E. Für die Sterne S, T, sind die nordlichen Breiten SM, TN. Für die Sonne, und überhaupt für jeden Stern in der Ecliptik ist die Breite Null.

§. 180. Erkl. (Fig. 14.) Die Länge, longitudo, eines Sterns ist der Bogen der Ecliptik vom Frühlingspunkte an nach der Ordnung der Zeichen, bis an den Punkt, wo des Sterns Breitenkreis einschneidet. Z. E. Die Längen der Sterne S, T, sind VM, VN. Die Sonne in M, N, hat eben diese Längen.

§. 181. Anm. Da die Länge der Sonne innerhalb eines Jahres, oder $365\frac{1}{4}$ Tagen (§. 154.) um 360 Grad wächst: so kömmt im Durchschnitte etwa 1 Grad auf jeden Tag.

§. 182. Zus. 1. Durch Länge und Breite eines Sterns ist seine Lage gegen die Ecliptik gegeben, (Vergl. §. 175.) Hienach pflegt man die Stellen der Planeten sowohl, als auch der Fixsterne zu bestimmen: jener, weil, da sie sich, wie die Folge lehren wird, in Bahnen bewegen, die wenig von der Ecliptik abweichen, solches eine einfachere und bequemere Rechnung giebt; dieser, weil man durch sie die jedesmahligen Stellen der Planeten angiebt. Bey Beobachtungen hingegen zieht man mit Recht der Ecliptik den Aequator §. 175. vor. (la Lande Astron. art. 97. 98. 99.)

§. 183.

§. 183. Zus. 2. Der Winkel MKN, den die Breitenkreise zweyer Sterne S, T, einschliessen, hat zum Maaße den Unterschied ihrer Längen MN.

§. 184. Zus. 3. Ziehet man vom Auge C nach N, und nach dem Orte der Sonne M, gerade Linien CN, CM: so heißt der Winkel NCM, die Elongation des Sterns T, dessen Maaß gleichfalls der Bogen MN, oder der Unterschied beyderseitiger Längen ist.

§. 185. Zus. 4. Je weiter der Stern T von der Ecliptik absteher, desto mehr ist dieser Bogen MN, von dem Bogen MT, oder der Weite des Sterns von der Sonne, d. i. der Winkel NCM vom Winkel TCM, unterschieden.

§. 186. Zus. 5. Ein Stern, oder ein Planet ist mit der Sonne in Conjunction oder Opposition, je nachdem seine Elongation Null, oder 180 Grad ist.

§. 187. Zus. 6. Ist der Stern oder der Planet in der Ecliptik: so siehet man ihn bey der Conjunction in einer geraden Linie mit der Sonne; und bey der Opposition in eben der Linie, nur der Sonne entgegengesetzt. Ist er außerhalb der Ecliptik: so gilt Obiges von seinem auf die Ecliptik reducirten Orte, d. i. dem Punkte, wo sein Breitenkreis die Ecliptik schneidet.

§. 188. Anm. Obige Begriffe finden auch statt, wenn man zwey Planeten mit einander, oder einen Planeten mit einem Fixsterne vergleicht.

§. 189. Erkl. Der Positionswinkel ist, welchen der Breitenkreis, und Abweichungskreis, der par-

allac-

allactische Winkel, welchen der Breitenkreis und Scheitelkreis einschliessen.

§. 190. Der Positionswinkel, wird durch die Lage des Sterns gegen Aequator, und Ecliptik bestimmt, und bestimmt selbst die Lage der vornehmsten durch den Stern gelegten Kreise.

§. 191. Der parallactische Winkel zeigt die Parallaxe des Sterns an, und wird aus dem Positions- und Variationswinkel berechnet. (Vergl. §. 97.)

6. Vom Fortrücken der Sonne in der Ecliptik.

§. 192. Aufg. (Fig. 13.) Vergleichungen zu finden zwischen der Länge, Abweichung, und geraden Aufsteigung der Sonne, der Schiefe der Ecliptik und dem Winkel, den die Ecliptik mit dem Abweichungskreise, folglich, wenn die Sonne culminirt, mit dem Mittagskreise, macht.

Aufl. In dem bey G rechtwinkl. Δ VGF setze man nach Kästners 3ter astron. Abhandl. §. 528.

die Länge der Sonne	VF	$= \lambda$,
die gerade Aufsteigung	VG	$= \gamma$,
die Abweichung	FG	$= \delta$,
die Schiefe der Ecliptik	FVG	$= \theta$,
den Winkel	VFG	$= \varphi$:

so ist nach Trigon. V. wo a die Hypotenuse; b, c, die Catheten, und B, C, die gegenüberliegenden Winkel bedeuten.

1. für

1. für den Winkel θ mit 2 Seiten verbunden.

I. $\sin\delta = \sin\theta.\ \sin\lambda.$ (Trigon. V. 1.)
II. $\cot\lambda = \cos\theta.\ \cot\gamma.$ (5.)
III. $\text{tang}\,\delta = \text{tang}\,\theta.\ \sin\gamma.$ (2.)

2. für die 3 Seiten.

IV. $\cos\lambda = \cos\delta.\ \cos\gamma.$ (3.)

3. für den Winkel φ mit 2 Seiten verbunden.

V. $\text{tang}\,\delta = \cos\varphi.\ \text{tang}\,\lambda.$ (8.)
VI. $\sin\gamma = \sin\varphi.\ \sin\lambda.$ (1.)
VII. $\text{tang}\,\gamma = \text{tang}\,\varphi.\ \sin\delta.$ (2.)

4. für beyde Winkel mit 1 Seite.

VIII. $\cot\varphi = \text{tang}\,\theta.\ \cos\lambda.$ (6.)
IX. $\cos\theta = \cos\delta.\ \sin\varphi.$ (4.)
X. $\cos\varphi = \cos\gamma.\ \sin\theta.$ (4.)

§. 193. Zus. 1. Aus obigen Gleichungen, wovon die vier ersten am häufigsten gebraucht werden, lassen sich, für vorkommende Fälle, mehrere andere herleiten. Z. E. Wollte man den sin. oder cos. der geraden Aufsteigung haben, so setze man in §. 192. II, $\frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}$ anstatt $\cot\gamma$. Hierdurch erhält man $\cot\lambda^2.\ \sin\gamma^2 = \cos\theta^2.\ \cos\gamma^2$, oder, $1 - \cos\gamma^2$ anstatt $\sin\gamma^2$ gesetzt, $\cot\lambda^2 - \cot\lambda^2.\ \cos\gamma^2 = \cos\theta^2.\ \cos\gamma^2$; folglich $\cot\lambda^2 = (\cos\theta^2 + \cot\lambda^2)\cos\gamma^2$, folglich $\frac{\cot\lambda}{\sqrt{(\cos\theta^2 + \cot\lambda^2)}} = \cos\gamma$.

Auf eben die Art erhält man $\sin\gamma = \frac{\cos\theta}{\sqrt{(\cos\theta^2 + \cot\lambda^2)}}$ wenn man $1 - \sin\gamma^2$ anstatt $\cos\gamma^2$ setzt.

§. 194. Zus. 2. Wäre die Länge über zwey Quadranten, so braucht man nur die Herbstnachtgleiche für V zu setzen; da dann F gegen G südlich liegt. Oder: die obigen Formeln hienach einzurichten, setze man $\lambda = 2R + \mu$; da dann aus (Trigon. I. 7.) $\cos\lambda = -\cos\mu$, $\sin\lambda = -\sin\mu$, $\tan\lambda = +\tan\mu$ wird; folglich z. E. aus §. 192. I. $\sin\delta = -\sin\theta . \sin\mu$, oder aus §. 192. II. $\tan\gamma = \cos\theta . \tan\mu$.

§. 195. Zus. 3. Will man eine allgemeine Gleichung für den Unterschied z. E. zwischen Länge und gerader Aufsteigung finden: so ist $\tan(\lambda - \gamma) = \frac{\tan\lambda - \tan\gamma}{1 + \tan\lambda . \tan\gamma}$ (Trigon. II. 19.) Nun ist $\tan\gamma = \cos\theta . \tan\lambda$. §. 191. II. Folglich ist der Zähler $(1 - \cos\theta)\tan\lambda = 2\sin\frac{1}{2}\theta^2 . \tan\lambda$ (Trigon. II. 37.) und der Nenner $1 + \cos\theta . \tan\lambda^2$. Demnach ist $\tan(\lambda - \gamma) = \frac{2\sin\frac{1}{2}\theta^2 . \tan\lambda}{1 + \cos\theta . \tan\lambda^2} = \frac{2\sin\frac{1}{2}\theta^2}{\cot\lambda + \cos\theta . \tan\lambda}$.

§. 196. Anm. Aus der eben gefundenen Formel läßt sich eine Tafel berechnen für die Reduction der Ecliptik auf den Aequator, welche nach den Längen geordnet zeigt, wieviel von oder zu der Länge (die das Argument d. i. die Größe ist, wovon eine Gleichung abhängt) kommen muß, um die gerade Aufsteigung zu haben.

§. 197. Erstes Exempel zu §. 192. Soll man aus der gegebenen Schiefe der Ecliptik die Abweichung eines jeden ihrer Punkte finden: so ist aus §. 192. I. $\sin\delta = \sin\theta . \sin\lambda$. Setzt man daher $\theta = 23° 28'$ §. 156, und λ zuerst 1° dann 89°:

so ist $\log\frac{\sin\theta}{r} = 9{,}6001181 - 10$

1) $\log\sin 1° = 8{,}2418553$

$\log\sin\delta = 7{,}8419734$ giebt $\delta = 23' 53{,}5''$

2) $\log \sin 89^{\circ} = 9,9999338$

$\log \sin \delta = 9,6000519$ giebt $\delta = 23^{\circ}\ 27'\ 48''$

§. 198. Zus. 1. Auf diese Art lassen sich die Abweichungen der Sonne für jeden Grad ihrer Länge berechnen, jedoch braucht dies nur für den ersten Quadranten zu geschehen; weil in den übrigen für gleiche Weiten von den Nachtgleichen dieselben Abweichungen wieder kommen.

§. 199. Zus. 2. Für jeden Grad der Veränderung in der Länge, gehört eine Veränderung in der Abweichung die um die Nachtgleichen beynahe 24', um die Solstitien aber nur 18''; und überhaupt desto weniger beträgt, je näher die Länge der Sonne dem Quadranten kömmt.

§. 200. Zus. 3. Von einem Mittag zum nächstfolgenden gehört der Veränderung in der Länge eine Veränderung in der Abweichung zu. Beyde erfolgen allmählig durch die ganze Zwischenzeit, ohne daß man das Gesetz kennt, nach welchem sie erfolgen. Man muß sie also, wenn man etwas bestimmen will, für gleichförmig annehmen, und jede unter die Zwischenzeit gleich vertheilen.

§. 201. Zweytes Exempel zu §. 192: Soll man aus der Schiefe der Ecliptik, die gerade Aufsteigung eines jeden ihrer Punkte finden: so ist aus §. 192. II. $\operatorname{tang} \gamma = \cos \theta . \operatorname{tang} \lambda$, folglich wie §. 197.

$$\log \frac{\cos \theta}{r} = 9,9625076 - 10$$

1) $\log \operatorname{tang} 1^{\circ} = 8,2419215$

$\log \operatorname{tang} \gamma = 8,2044291$ giebt $\gamma = 55'\ 2,3''$

2) log

2) log tang 89° = 11,7580785

log tang γ = 11,7205861 giebt γ = 88° 54′ 35″

§. 202. Zus. 1. Diese Rechnung für alle Grade des ersten Quadranten durchgeführt, dient zugleich für die drey übrigen, wenn man das Gefundene im zweyten Quadr. von 180° und im 4ten von 360° subtrahirt, im 3ten aber zu 180° addirt.

Oder allgemein: Es bedeute m einen spitzen Winkel, und man setze cos θ . tang m = tang p, so kann λ vier Werthe haben: m, 2 R − m, 2 R + m, 4 R − m; für welche nach der Ordnung die Werthe von tang λ:

$$+ \text{tang m}, - \text{tang m}, + \text{tang m}, - \text{tang m},$$

und die Werthe von γ: p, 2 R − p, 2 R + p, 4 R − p.

§. 203. Zus. 2. Für jeden Grad der Veränderung in der Länge, gehört eine Veränderung in der geraden Aufsteigung, die um die Nachtgleichen 55′ 2″, um die Solstitien aber 1° 5′ 25″, und überhaupt desto mehr beträgt, je näher die Länge der Sonne dem Quadranten kömmt.

§. 204. Zus. 3. Da die Werthe der Länge einerley tang ($\lambda - \gamma$) haben, nur daß sie im 1ten und 3ten Quadr. bejaht, im 2ten und 4ten verneint sind §. 195: so ist dort die Länge, hier die gerade Aufsteigung grösser. Berechnet man also die Unterschiede $\lambda - \gamma$ für den 1. Quadranten, so lassen sie sich dergestalt in eine Tafel bringen, daß man jedem 4 Längen zuschreibe, und dabey anmerke, zu welchen sie kommen, und von welchen sie abgehen müsse.

§. 205. Aufg. Die Mittagslinie eines gegebenen Orts aus übereinstimmenden Sonnenhöhen zu finden.

Aufl. I. Man verfahre mit der Sonne, wie §. 113. 116. mit einem Fixsterne; nur wähle man dazu die Zeit der Solstitien, (am besten des Sommersolstitiums) da sich die Abweichung wenigstens an einem Tage nicht merklich ändert §. 181. 199.

II. Anstatt des Quadrantens dienen auch gleiche Schattenlängen auf folgende Art: Auf einer wagerechten Ebene beschreibe man aus einem willkührlichen Punkte einen Kreisbogen, und bemerke darinnen Vor- und Nachmittags die Enden der Schatten, welche ein im Mittelpunkte lothrecht errichteter Stift wirft; da dann die Sonne gleiche Höhen hat (Opt. §. 45.) und die Halbirung des Winkels, den die vom Mittelpunkte nach den bemerkten Punkten gezogenen Linien einschliessen, die Lage der Mittagslinie giebt. §. 102. Zu grösserer Sicherheit kann man noch mehrere Punkte gleich langer Schatten suchen. (Vergl. §. 114.)

§. 206. Zus. 1. Beyde Methoden erfodern auch eine Verbesserung des Mittags, die sich auf Kenntniß von der eigenen Bewegung der Sonne gründet. Indeß ist die zweyte dem Gebrauche des Azimutalquadranten §. 116. vorzuziehen, und die hienach gefundene Mittagslinie kann, wie das Folgende lehren wird, verbessert und berichtigt werden. (Vergl. §. 262.)

§. 207. Zus. 2. Anstatt gleicher Schattenlängen lasse man durch einen Gehülfen bloß einen willkührlichen Punkt in jedem der Schatten bemerken, die der

Stift

Stift in den beyden Augenblicken wirft, da man mittelst eines Quadranten gleiche Sonnenhöhen nimmt. Denn hiedurch erhält man die Lage dieser beyden Schatten, die sich schärfer als ihre Enden bemerken läßt, und kann den Winkel, den sie am Ende des Stifts einschliessen, halbiren.

§. 208. Zus. 3. Anstatt des Schattens kann man sich eines Sonnenstrahls bedienen, der durch ein Loch dringet, und des Schattens Länge begränzt, indem von dem Loche ein Faden, mit einem Lothe beschweret, herabhängt, welches sich unten in eine Spitze endigt, die genau in der Linie des Fadens ist, und denjenigen Punkt der wagrechten Ebene trift, von dem des Fadens Schatten ausgehet. Eine dergleichen Vorrichtung heißt ein Gnomon, wovon eine Art Opt. §. 53. beschrieben worden ist. Nachrichten von den berühmtesten Gnomonen giebt la Lande Astr. art. 2285. Wie aus der jedesmahligen Schattenlänge die zugehörige Sonnenhöhe berechnet werde, sehe man Opt. §. 46.

§. 209. Aufg. Die Schiefe der Ecliptik durch Beobachtung zu finden.

Aufl. I. Einige Tage um das Sommersolstitium messe man die Mittagshöhen der Sonne, bis sie wieder abzunehmen anfangen. Von der hiedurch gefundenen größten Mittagshöhe subtrahire man die Aequatorshöhe: so hat man die größte Abweichung der Sonne, folglich die Schiefe der Ecliptik.

II. Oder man suche auf ähnliche Art auch noch um das Wintersolstitium die kleinste Mittagshöhe der Sonne, und suche aus beyden das arithmetische Mittel.

Beweis. Fällt das Solstitium genau in den Mittag, so ist die Sache klar. Fällt es aber nicht in diese Zeit, so muß es doch zwischen diesen Mittag und den vorhergehenden oder folgenden Mittag fallen; da dann die Veränderung in der Abweichung so gering ist, daß der Fehler noch keine halbe Minute betragen könnte. §. 199.

§. 210. Anm. 1. Die erste Methode ist der zweyten vorzuziehen, weil die Refraction, die im Folgenden vorkommen wird, bey uns im Sommer und Winter gar zu sehr verschieden ist. Auch ist, wie neuere Beobachtungen zeigen, der dabey zu besorgende Fehler noch wohl geringer als §. 209 angegeben worden. Für Beobachtungen unter dem Aequator ist auch die zweyte Methode gut.

§. 211. Anm. 2. Die Alten fanden die Schiefe der Ecliptik durch Beobachtung der Schattenlängen in den beyden Solstitien. (Vergl. §. 208 und la Lande Astr. art 72.) Von Beobachtung der Nachtgleichen und Sonnenwenden bey den Alten siehe la Lande Astr. art. 801. 862.

§. 212. Zus. Kennt man die Schiefe der Ecliptik, so findet man, aus den Mittagshöhen der Sonne in den Solstitien, die Aequatorshöhe des Orts, und hiedurch die Polhöhe.

§. 213. Erfahr. Die Beobachtungen geben durchgängig die Schiefe der Ecliptik in vorhergehenden Zeiten größer an, als in folgenden.

§. 214. Zus. Man schließt hieraus mit Recht auf eine fortdaurende Veränderung der Schiefe der Ecliptik.

§. 215. Anm. 1. La Lande Astr. art. 2749. setzt solche Verminderung 50″ in 100 Jahren, also jährlich ½″ und hat danach eine Tafel der Schiefe vom J. v. C. 800, bis zum J. n. C. 1833. (Astr. n. Tom. 1. Table 1.) berechnet, wo für das J. n. C. 1786 die Schiefe 23° 28′ 5″ oder nach einer mittlern Zahl, 23° 28′

könnte

kömmt. Mit letzterer Größe sind von ihm die vornehmsten Beobachtungen aller Zeiten verglichen worden. Astr. art. 2740 bis 47, wovon folgender Auszug.

Zeiten	Beobachter	Schiefe über 23°.	Unterschied von 23° 28′	Säcularverminderung.
v. C. 200	Eratosthenes und Ptolem.	51′	1380″	69″
v. C. 100	Chineser	39′ 18″	678″	35″
n. C. 900	Albategenius	35′ 40″	460″	51″
1278	Co-Chou-King	32′ 12″	252″	50″
1490	Walther	29′ 47″	107″	35″
1587	Tycho	29′ 30″	90″	45″
1660	Hevelius	29′ 0″	60″	47″

§. 216. Anm. 2. Im Folgenden kömmt noch eine periodische Ab- und Zunahme der Schiefe vor, die also dadurch immer wieder hergestellt wird. Daß aber die Verminderung nie bis auf Null kommen könne, zeigt la Lande Astr. art. 2770.

§. 217. Aufg. (Fig. 12.) Die Größe des Sonnenjahres aus Mittagshöhen der Sonne zu finden.

Aufl. An einem beliebigen Tage messe man die Mittagshöhe der Sonne z. E. HA, nach einem Jahre wieder, da man sie nach 365 Tagen HM und nach 366 Tagen HN finden wird, wovon der Unterschied MN ist. Setzt man nun $MN : MA = 24$ Stunden: $\frac{24 . MA}{MN}$: so ist die Größe des Jahres 365 Tage + $\frac{MA}{MN} . 24$ Stunden.

Bew. Hat die Sonne eben die Mittagshöhe, folglich eben denselben Punkt der Ecliptik wieder erreicht, so hat sie ihren Umlauf vollendet. Da nun die vorjährige Mittagshöhe HA zwischen HM und HN liegt, wo MN die Veränderung der Abweichung in 24 Stunden ist: so findet man durch obige Proportion die Zeit, in der sie MA wird §. 200, und die also zu 365 Tagen hinzukömmt, um ein Jahr zu machen.

§. 218. Exempel, welches Kästner Anfangsgr. der Astron. §. 120. anführt. Zu Paris war

am 21 März 1715, $HA = 41^\circ\ 33'$
20 März 1716, $HM = 41^\circ\ 27'\ 10''$.
21 März 1716, $HN = 41^\circ\ 51'$

folglich $MN = 23\frac{5}{6}'$ und $MA = 5\frac{5}{6}'$, folglich $\frac{MA}{MN} \cdot 24$ St.

$= \frac{5\frac{5}{6}}{23\frac{5}{6}} \cdot 24$ St $=$ 5 St. $52'\ 27''$.

§. 219. Anm. 1. Man wähle zu diesen Beobachtungen die Zeiten der Nachtgleichen wo sich die Abweichung der Sonne am stärksten ändert. §. 199, und bestimme dadurch die Zeitdauer von einer Nachtgleiche bis wieder zu derselben, welche das tropische Sonnenjahr heißt.

§. 220. Anm. 2. Die neueste Methode, die Zeit der Nachtgleichen und Solstitien zu finden, kann erst weiter unten §. 281. u. f. erklärt werden. Man gebraucht aber mehrere Beobachtungen solcher Zeiten, die viele Jahre von einander abstehen, aus denen man das Mittel für die Größe des Sonnenjahrs nimmt. Die dafür gefundene verschiedene Zahlen, welche größtentheils nur in den Secunden von einander abweichen, führt la Lande Astr. art. 884 bis 86 an. Er selbst setzt art. 886. für die Größe des tropischen Jahres 365 T. 5 St. 48' 48''.

§. 221. Anm. 3. In der Folge wird eine Bemerkung über das, was über die vollen Tage ist, vorkommen, §. 267.

§. 222. Aufg. Die Länge und gerade Aufsteigung der Sonne an jedem Mittage zu finden.

Aufl.

Aufl. Man messe die Mittagshöhe der Sonne, so hat man ihre Abweichung δ §. 124. Nun kennt man auch die Schiefe der Ecliptik θ §. 215. Folglich hat man aus §. 192. $\sin\lambda = \frac{\sin\delta}{\sin\theta}$, und $\sin\gamma = \tan\delta \cdot \cot\theta$.

§. 223. Zus. 1. Dieses Verfahren ist um die Solstitien unsicher, aber um die Nachtgleichen brauchbar; weil die Veränderung in der Abweichung dort am geringsten hier am beträchtlichsten ist §. 199.

§. 224. Zus. 2. Durch wiederholte Beobachtung der Mittagshöhen der Sonne findet man von einem Mittage zum andern die tägliche Veränderung in der Abweichung, und hieraus durch Rechnung die tägliche Zunahme in der Länge und in der geraden Aufsteigung.

§. 225. Anm. Das Verfahren §. 222. hängt zu sehr von der Aequatorshöhe, und der gemessenen Mittagshöhe ab, daher gar leicht ein Fehler in der Abweichung kömmt, der einen noch größern Fehler an der Länge und geraden Aufsteigung veranlaßt. Vergl. la Lande Astr. art. 870. und Kästners III. astron. Abh. 617 bis 624. In der Folge §. 278. wird eine andere Methode angegeben, die diesen Irrungen nicht unterworfen ist.

§. 226. Erfahr. Die Veränderung der Sonne in der Abweichung; so wie ihre Zunahme in der Länge sowohl, als in der geraden Aufsteigung findet man nicht für jeden Tag einerley.

§. 227. Erkl. Die mittlere tägliche Zunahme in der Länge sowohl, als in der geraden Aufsteigun der Sonne heißt diejenige, welche statt finden würde, wenn die Veränderung gleichförmig erfolgte.

§. 228. Zus. 1. Setzt man nach §. 220. Die Grösse des Sonnenjahres $= 365$ T. 5 St. $48' 48''$, (wo $48'' = 0, 8'$) so beträgt das, was zu den vollen Tagen hinzukömmt, $\left(\frac{5}{24} + \frac{48, 8}{60 . 24}\right)$ Tag d. i. $\frac{348, 8}{60 . 24}$ T. oder wenn man mit 8 . 20 dividirt, $\frac{2, 18}{9}$; folglich das ganze Jahr $\left[365 + \frac{2, 18}{9}\right]$ T. d. i. $\frac{3287, 18}{9}$ T.

Werden nun 360 Grade, oder 21600 Min. mit der Zahl dieser Tage dividirt, so kömmt auf einen Tag $\frac{9 . 21600'}{3287, 18} = \frac{19440000'}{328718} = 59' + 8, 33017'' = 59' + 8'' + 19, 8107'''$ welches also die mittlere tägliche Zunahme ist.

§. 229. Anm. Setzt man nach weniger genauen Beobachtungen §. 153. das Jahr $= 365\frac{1}{4}$ T. so erhält man für die mittlere tägliche Zunahme $59' 8'' 15'''$ welches zu wenig ist, weil der Divisor zu groß war. Setzt man mit Weglassung der Secunden das Jahr $= 365$ T. 5 St. 48 M, so erhält man $59' 8'' 20'''$. Kästners Anfangsgr. der Astron. §. 365, welches zu viel ist, weil der Divisor zu klein war; dieser Fehler aber beträgt noch keine ganze Tertie, wie die Rechnung §. 228 zeigt.

§. 230. Zus. 2. Aus der gefundenen mittlern täglichen Zunahme, kann man die mittlere Länge und gerade Aufsteigung für jeden Mittag berechnen, und sie mit den §. 222. gefundenen Grössen vergleichen.

7. Von

7. Von dem Unterschiede der Zeit, und dem Gebrauche der Uhren.

§. 231. Erfahr. Die Zeit zwischen zwey nächsten obern Culminationen eines jeden Fixsterns, die man an einer gleichmäßig gehenden Pendeluhr (Stat. §. 279.) bemerkt, bleibt sich immer gleich.

§. 232. Erkl. Diese Zeit §. 231. heißt ein Sterntag, oder Tag der ersten Bewegung, dies fixarum, s. primi mobilis, und wird in 24 gleiche Theile, oder Stunden getheilt, und diese ferner immer durch 60 in Minuten, Secunden, Tertien, Quarten ꝛc.

Anm. Eine speciellere Bestimmung des Sterntages, und des Tages der ersten Bewegung kömmt im Folgenden vor. §. 340.

§. 133 Erfahr. Beobachtet man die Zeiten, da zwey Fixsterne im Aequator nach einander culminiren: so verhält sich ihre Weite zum ganzen Umfange des Aequators, wie die Zwischenzeit ihrer Culminationen zum ganzen Sterntage.

§. 234. Zus. Die Himmelskugel drehet sich demnach gleichförmig um die Weltaxe, so daß eines jeden Fixsterns Abstand vom Mittagskreise §. 93. sich wie die Zeit verhält, die er gebraucht, um von da in den Mittagskreis zu kommen; welches auch die Erfahrung unmittelbahr lehret.

§. 235. Erkl. (Fig. 9.) Daher heißt auch der Winkel DPA, der solchen Abstand bestimmt §. 93. der

der Stundenwinkel, und dessen Maaß AD, der Zeitbogen, so wie des Sterns Abweichungskreis PGD, der Stundenkreis.

§. 236. Zus. Hienach lassen sich Sternzeit und Bogen des Aequators gegenseitig in einander verwandeln, wenn man setzt 360 Grad zum Zeitbogen wie 24 Stunden zu der Zeit, in welcher dieser Bogen, durch den Mittagskreis gehet. Hiedurch findet man für 15 Grad im Bogen 1 Stunde Zeit, folglich für

1 Grad 4' Zeit	1 Stunde 15 Grad,
1 Min. 4"	1 Min. 15'
1 Sec. 4'''	1 Sec. 15".

u. s. w.

§. 237. Aufgabe. (Fig. 10.) Die Rectascension der Sonne zu Mittag und eines Fixsterns sind gegeben; man soll finden, wie lange nach diesem Mittage der Stern durch die Mittagsfläche geht, desgleichen, wie weit er zu einer gegebenen Zeit von der Mittagsfläche absteheт.

Aufl. I. Es sey NGMFN der Aequator, der sich durch den Meridian PMH nach der Richtung FAM durchschiebt. V sey der Frühlingspunkt (hier auf der Abendseite, der aber eben so gut auf der Morgenseite stehen könnte.) VM die Rectascension der Sonne im Mittage $= \beta$, VMA oder VB die Rectascension eines Sterns $= \gamma$: so ist beyder Unterschied im ersten Falle MA $= \gamma - \beta$, im zweyten MB $= \beta - \gamma$, und es schiebt sich durch die Mittagsfläche zwischen Mittag und dem Durchgange des Sterns, im ersten Falle der Bogen MA $= \gamma - \beta$, im zweyten der Bogen BNA $= \pi -$

(β-

$(\beta - \gamma)$ wo π für 360° stehet; man verlangt die Zeit x für diesen Bogen, wenn H Sternstunden bedeutet; da dann im ersten Falle $\pi : \gamma - \beta = 24\ H : x$, folglich $x = \frac{\gamma - \beta}{\pi} . 24\ H$, also eben so im zweyten $x = \frac{\pi - \beta + \gamma}{\pi} . 24\ H$.

II. Es sey VD die Rectascension der Sonne im Mittage, welche sich aber schon um den Bogen MD $= \mu$ durch die Mittagsfläche geschoben hat; man verlangt den Abstand des Sterns A oder B von der Mittagsfläche zu gleicher Zeit, der ζ heiße. Dieser ist für den ersten Stern $AM = DMA - MD = \gamma - \beta - \mu$, und für den zweyten Stern $MB = BD + MD = \beta - \gamma + \mu$; daher im ersten Falle $\mu = \gamma - \beta - \zeta$, im zweyten $\mu = \zeta - (\beta - \gamma.)$

Anm. Hiebey muß man sich erinnern, daß ζ im ersten Falle für einen östlichen, im zweyten für einen westlichen Abstand vom Meridian gesetzt ist. Findet sich also der Stern im ersten Falle auf der Abendseite, oder im zweyten auf der Morgenseite: so ist sein Abstand der Ergänzungsbogen des vorigen ζ zu 360 Graden.

§. 238. Zus. 1. Ist VD die Rectascension der Sonne im Mittage: so ist π – VD der Bogen, der sich durchschieben muß bis zur nächsten Culmination des Frühlingspunktes, oder der östliche Stundenwinkel dieses Punktes. Ist dieser sowohl, als die Rectascension der Fixsterne in Sternzeit angegeben: so findet man aus jenem die Zeit, wenn jeder Fixstern in den Meridian kömmt, oder wenn er einen gegebenen Abstand hat.

§. 239. Zus. 2. Setzt man §. 237. II. in der Gleichung $\zeta = \beta - \gamma + \mu$, für den Frühlingspunkt

$\gamma =$

$\gamma = 0$: so ist $\beta + \mu$ der Abstand des Frühlingspunktes vom Meridian, wenn Nachmittags die dem Bogen μ zugehörige Zeit verflossen ist; und dieser Abstand ist zugleich die Rectascension des im selbigen Augenblick culminirenden Punktes des Aequators, welcher die Mitte des Himmels medietas coeli, heißt, weil er in der Gränze der nordlichen und südlichen sowohl, als der östlichen und westlichen Halbkugel ist.

§. 240. Aufg. Den Gang einer Uhr mit Sternzeit zu vergleichen.

Aufl. Hat man das Fernrohr nach einem beliebigen Fixstern gerichtet, und bey unverrückter Lage desselben an der Uhr die Zeit bemerkt, wenn der Fixstern heute und am folgenden Tage in den Durchschnitt der Kreutzfäden eintritt: so zeigt die Zwischenzeit, wieviel Stunden, Minuten, Secunden der Uhr auf einen Sterntag gehen. z. E. Zeigte die Uhr am zweyten Abend soviel, als am ersten, so gingen 24 Stunden der Uhr auf einen Sterntag, oder so zeigte die Uhr Sternzeit; zeigte sie aber z. E. 3′ 21″ weniger, so gingen 23 St. 56′ 39″ der Uhr auf einen Sterntag.

§. 241. Anm. I. Dergleichen Beobachtungen bey mehrern Höhen eines Sterns, oder mit mehrern Sternen, etwa mittelst eines Quadranten vorgenommen, geben nicht nur größere Zuverlässigkeit, sondern zeigen auch, ob die Uhr während eines Sterntages gleichförmig gehe.

II. Durch Verlängerung und Verkürzung des Perpendikels (Mechan. §. 115.) könnte man die Uhr stellen, daß sie genau Sternzeit angäbe. Dieses aber ist mislich und langweilig, und wird durch folgende zwey Aufgaben ganz entbehrlich.

§. 242. Aufg. Man weiß, wieviel der Sterntag in der Zeit der Uhr beträgt §. 240, und soll die Uhrzeit in Sternzeit verwandeln.

Aufl.

Aufl. Man bezeichne die Sternzeit mit H, M, S, T; die Uhrzeit mit $\mathfrak{h}$, m, $\mathfrak{s}$, t, und setze den nach §. 239. gefundenen Unterschied in Secunden $= \delta$: so ist $24\,\mathfrak{h} - \delta\mathfrak{s} = 24\,H$, oder $(86400-\delta)\,\mathfrak{s} = 86400\,S$; folglich $\mathfrak{s} = \frac{86400}{86400-\delta} S$, wo man anstatt $\mathfrak{s}$, S, auch m, M, oder $\mathfrak{h}$, H setzen kann. Dividirt man nun mit dem Nenner, so kömmt $\mathfrak{h} = \left[1 + \frac{\delta}{86400-\delta}\right] H = H + \frac{\delta \cdot 3600}{86400-\delta} S$; folglich $24\,\mathfrak{h} = 24\,H + \frac{\delta \cdot 86400}{86400-\delta} S$.

z. E. Setzt man nach dem Exempel in §. 239. $\delta = 3'\,21'' = 201\,\mathfrak{s}$: so giebt die logarithmische Rechnung $\mathfrak{h} = H + 8{,}394\,S$, folglich $24\,\mathfrak{h} = 24\,H + 201{,}468\,S$.

§. 243. Zus. Hier hätte man, wenn man bloß ganze Secunden sucht, sogleich $24\,\mathfrak{h} = 24\,H + \delta . S$, also $\mathfrak{h} = H + \frac{\delta}{24} S$, setzen können. Dies findet immer statt, so lange, wie bey unsern Uhren, $\delta < 293$ ist. Denn setzt man $86400 = m$, und $\frac{\delta m}{m-\delta} < \delta + 1$: so ist $\delta m < (\delta + 1)(m - \delta)$ d. i. $\delta m < m\delta + m - \delta^2 - \delta$, folglich $\delta^2 + \delta < m$ d. i. $\delta(\delta + 1) < 86400$, und findet daher gewiß statt, wenn $\delta + 1 < \sqrt{86400}$, also $\delta < 293$ ist.

§. 244.

§. 244. Aufg. Man hat eine Stunde der Uhr in Sternzeit, und soll jede gegebene Zeit der Uhr in Sternzeit ausdrücken.

Aufl. Aus der gegebenen Sternzeit, für eine Uhrstunde, durch den gewöhnlichen Nahmen ausgedrückt, findet man, durch die fortgesetzte Division mit 60, die kleinern Zeittheile der Uhr in Sternzeit, und kann danach jede Zeit der Uhr in Sternzeit angeben. z. E. Nach den Angaben in §. 142. 143. ist $h = H + \frac{201}{24} S$; also:

$$h = H + 8S + 23T + 40Q$$
$$m = M + 8T + 23Q$$
$$s = S + 8Q.$$

Demnach wären z. E. $2h + 3m + 4s =$

$$\begin{array}{rrrrr}
2H + 4M & + 4S & & & \\
 & + 16S & + 46T & + 80Q. & \\
 & & + 24T & + 69Q & \\
 & & & + 32Q & \\
\hline
2H + 4M & + 21S & + 13T & + 1Q &
\end{array}$$

§. 245. Anm. Dergleichen Arbeit, wie §. 244. zu erleichtern, hat man eine besondere Tafel Canon sexagenarum, welche alle Produkte aus jeden zwey Zahlen von 1 bis 60 so ausdrückt, daß die Einheiten verschiedener Ordnungen abgesondert sind, deren Werthe sich aus Arithm. §. 218. leicht angeben lassen. Solche Tafel findet man unter andern in Hausen elem. Mathes. pag. 77, oder in Strauchii tab. sinuum etc.

§. 246. Zus. Beobachtet man an einer geprüften Uhr die Zeit von einem Mittage zum andern, und drückt sie durch Sternzeit aus: so giebt diese, in Bogen des Aequators §. 236. verwandelt, die Zunahme der geraden Aufsteigung der Sonne, zwischen beyden Mittagen

zuver-

zuverläßiger, als §. 224. Vergl. Kästners III. astr. Abh. 82.

§. 247. Erkl. Die Zeit von einem Mittage §. 82. bis zum nächsten Mittag, heißt ein wahrer Sonnentag, und wird wie der Sterntag §. 232. eingetheilt.

Anm. Der astronomische Tag wird vom Mittag an zu 24 Stunden, der bürgerliche Tag aber von der vorhergehenden Mitternacht an von 12 Stunden zu 12 Stunden gezählt.

§. 248. Zus. 1. Wegen der Zunahme in der geraden Aufsteigung ist der Sonnentag größer als der Sterntag. Vergl. §. 134. Da aber diese Zunahme veränderlich ist, §. 226: so ist auch der Unterschied zwischen beyden Tagen veränderlich.

§. 249. Anm. Den jedesmaligen Unterschied zeigt eine genaue Sternuhr, an welcher man die Zeit zwischen zwey nächsten obern Culminationen der Sonne, welche z. E. ein Gnomon §. 208. angiebt, beobachtet.

§. 250. Zus. 2. Hätte die Sonne eine mittlere Veränderung §. 227. in der geraden Aufsteigung: so würde der Unterschied §. 247. sich immer gleich bleiben, und ein Sonnentag soviel länger als ein Sterntag seyn, soviel Zeit obiger Bogen des Aequators von 59′ 8,33″ §. 228. gebraucht, durch den Mittagskreis zu gehen. Vergl. §. 134.

§. 251. Erkl. Ein mittlerer Sonnentag, dies medius, heißt die Zeit, welche ein Stern gebraucht, um 360° 59′ 8, 33″ zu durchlaufen, und wird in seine mittlere Stunden und kleinere Theile getheilt.

§. 252. Zus. Da das Maaß der Zeit gleichförmig seyn muß: so dienen dazu die ungleichen wahren Sonnentage nicht, wohl aber die gleichen Sterntage; nur

sind diese zum Gebrauch für das gemeine Leben nicht so bequem, als die mittlere Zeit, tempus medium, wonach unsere Uhren eingerichtet sind, und welche als ein allgemeines Maaß auch von den Astronomen eingeführt ist.

§. 253. Aufg. Jede gegebene mittlere Zeit in Sternzeit auszudrücken.

Aufl. Die mittlere tägliche Zunahme in der geraden Aufsteigung der Sonne ist 59′8,33″ §. 228. Dieser Bogen giebt in Sternzeit 236,555″ d. i. 3′56″33‴ §. 237. Bezeichnet man also durch h, m, ſ, t mittlere Zeit, und wie oben durch H, M, S, T Sternzeit: so ist

$$24\,h = 24\,H + 3\,M + 56\,S + 33\,T, \text{ folglich}$$

$$h = H + 0M + 9S + 51\,T + 22\,Q$$
$$m = M + 0\,S + 9T + 51\,Q + 22^{v}$$
$$ſ = S + 0T + 9Q + 51^{v} + 22^{vi}$$
$$t = T + 0Q + 9^{v} + 51^{vi} + 22^{vii}$$

Die Vielfachen hiervon giebt der Canon sexagenarum §. 245, wodurch sich jede gegebene mittlere Zeit in Sternzeit ausdrücken läßt. Vergl. §. 244.

§. 254. Aufg. Jede gegebene Sternzeit in mittlerer Zeit auszudrücken.

Aufl. Aus §. 253. hat man 24 H + 236,555 S = 24 h, oder (da die Stunde 86400″ enthält) 86636,555 S = 86400 ſ, oder (mit 5 dividirt, und mit 60 multiplicirt) 17327,311 H = 17280 h. Demnach ist

H =

$$H = \frac{17280}{17327,311} h = 0,9972695\,h$$
$$= 0\,h + 59\,m + 50,17045\,s$$
$$= 0\,h + 59\,m + 50\,s + 10\,t + 13\,q$$

Hieraus entsteht folgende Tafel:

$$24H = 23\,h + 56\,m + 4\,s + 5,2\,t = 23\,h + 56\,m + 4,0908\,s$$
$$H = 59\,m + 50\,s + 10\,t + 13\,q$$
$$M = 59\,s + 50\,t + 10\,q + 13^{v}$$
$$S = 59\,t + 50\,q + 10^{v} + 13^{vi}$$
$$T = 59\,q + 50^{v} + 10^{vi} + 13^{vii}$$

Die Vielfachen hievon giebt der Canon sexagenarum §. 245, wodurch sich jede gegebene Sternzeit in mittlerer Zeit ausdrücken läßt.

§. 255. Erkl. Der Unterschied des mittlern Tages vom Sterntage beträgt also 3 m + 55 s + 54, 8 t = 235,909 s (nach §. 253. aber 236,555 S) und heißt die tägliche Beschleunigung, acceleratio, des Sterns, weil derselbe anzeigt, um wieviel später die mittlere Sonne, also um wieviel zeitiger der Stern culminire.

§. 256. Zus. Man pflegt zu den Beobachtungen die Uhren nahe auf Sternzeit oder nahe auf mittlere Zeit einzurichten. Zeigt nun die Uhr §. 240. genau 24 St. oder genau 23 h + 56 m + 4 s: so zeigt sie im ersten Falle Sternzeit, im zweyten mittlere Zeit. Ist aber keins von beyden: so ist für die Sternzeit das Nöthige §. 242. angegeben, also dasselbe nun noch für die mittlere Zeit zu zeigen.

§. 257. **Aufg.** Man weiß, wieviel der Sterntag in Zeit der Uhr beträgt, und soll die Uhrzeit in mittlere Zeit verwandeln.

Aufl. Aus §. 240. 255. hat man $24\,H = 24\,\mathfrak{h} - \delta\,\text{ſ} = 24\,h - 235\,\text{ſ}$. Nun setze man $\mathfrak{h} = h + z$, also $\text{ſ} = \mathfrak{h} + \frac{z}{3600}$. Folglich ist $24\,h + 24\,z - \delta\,\text{ſ} - \frac{\delta z}{3600}$

$= 24\,h - 235\,\text{ſ}$ oder $\left[24 - \frac{\delta}{3600}\right] z = (\delta - 235)\,\text{ſ}$

d. i. $(86400 - \delta)\,z = 3600\,(\delta - 235)\,\text{ſ}$; folglich $z = \frac{3600\,(\delta - 235)\,\text{ſ}}{86400 - \delta}$, folglich $24\,z = \frac{86400\,(\delta - 235)\,\text{ſ}}{86400 - \delta}$

Zeigte die Uhr beynahe Sternzeit, so wäre, wie §. 243. ohne beträchtlichen Fehler $24\,z = (\delta - 235)\,\text{ſ}$.

§. 258. Zus. Aus der hier gefundenen Bestimmung läßt sich jede gegebene Zeit der Uhr in mittlerer Zeit ausdrücken, wie §. 244. in Sternzeit.

§. 259. **Aufg.** Mittlere Zeit und Bogen des Aequators gegenseitig in einander zu verwandeln.

Aufl. I. Nach §. 254. gehören

zu 360° in Zeit $23h + 56m + 4\text{ſ} + 5\,t + 12q$

folglich zu 60° —— $3\,h + 59m + 20\text{ſ} + 40t + 52q$

1° —— $3m + 59\,\text{ſ} + 20t + 40q + 52v$

$1'$ —— $3\,\text{ſ} + 59\,t + 20q + 40^{v} + 52^{VI}$

$1''$ —— $3\,t + 59\,q + 20^{v} + 40^{VI} + 52^{VII}$

$1'''$ —— $3q + 59^{v} + 20^{VI} + 40^{VII} + 52^{VIII}$

II. Nach

II. Nach §. 251. gehören

	zu 24 h in Bogen	360°	$59'$	$8''$	$20'''$	
folglich zu h	---	15°	$2'$	$27''$	$50'''$	50^{IV}
m	---	$15'$	$2''$	$27'''$	50^{IV}	50^{V}
s	---	$15''$	$2'''$	27^{IV}	50^{V}	50^{VI}
t	---	$15'''$	2^{IV}	27^{V}	50^{VI}	50^{VII}

§. 260. Aufg. Die Zeit der Culmination eines Sterns zu finden.

Aufl. I. Aus übereinstimmenden Höhen: Bemerkt man die Zeit, die eine gleichförmig gehende Uhr bey beyden Höhen zeigt, welches man zu grösserer Zuverlässigkeit bey mehreren Paaren übereinstimmender Höhen wiederhohlt: so war die Hälfte der Zwischenzeit bey jedem Paare die Zeit der Culmination, welche man findet, wenn man 12 Stunden zur zweyten Zeit addirt, und das arithmetische Mittel sucht.

Z. E. Für ein Paar zeige die Uhr bey der ersten Höhe 8 St. 7′ 13″, bey der zweyten 4 St. 17′ 21″: so ist die Summe von beyden nebst 12 St. = 24 St. 24′ 34″, wovon die Hälfte 12 St. 12′ 34″ die Zeit der Culmination war.

II. Hat man bereits die Lage der Mittagsfläche zuverlässig gefunden, und kann den Stern eintreten sehen: so giebt die Uhr unmittelbahr die Zeit der Culmination.

§. 261. Anm. Die erste Auflösung kann auf die Sonne, welche in der Zwischenzeit ihre Abweichung ändert, nicht unmittelbahr angewendet werden, sondern erfodert eine Verbesserung des Mittags die hier nicht erklärt werden kann. Sollte bey der zweyten die Beobachtung durch die Witterung verhindert werden: so bleibt die erste

 für

für Fixsterne, und mit der Verbesserung auch für die Sonne; doch kann man auch, und vielleicht noch vortheilhafter, den Unterschied der geraden Aufsteigung zwischen einem Sterne und der Sonne hiezu gebrauchen, wovon im Folgenden das Nähere. §. 275. Vergl. Kästners III. astron. Abh. 361 bis 363.

§. 262. Zus. 1. Aus der gefundenen Zeit der Culmination eines Fixsterns nach der ersten Auflösung §. 260. weiß man zu welcher Zeit am folgenden Tage der Stern culminiren wird. §. 255. Richtet man nun genau um diese Zeit das Fernrohr nach den Stern, so hat man die Lage der Mittagsfläche, welches anstatt §. 113. dient.

§. 263. Zus. 2. Die §. 113. 205. bereits gefundene Lage der Mittagsfläche läßt sich auf das genaueste prüfen und verbessern, wenn man beobachtet, ob der Stern genau um diese Zeit eintritt.

§. 264. Zus. 3. Hat man sich der Lage der Mittagsfläche aus §. 262. 263. genugsam versichert, und an zwey nächsten Mittagen die Zeit der Uhr nach der zweyten Aufl. §. 260. gefunden: so läßt sich hieraus der Unterschied der Mittage, oder der wahre Sonnentag §. 246. in Zeit der Uhr angeben.

z. E. nach Hells Ephem. für 1764. S. 161. war der Mittag 2 Jan. 23 h + 56 m + 32 s
3 Jan. 23 h + 56 m + 50 s

also der Unterschied 18 s; folglich wenn H, M, S, T wahre Zeit bedeuten, 24 h + 18 s = 24 H. Hätte aber die Uhr am folgenden Mittage eben soviel als am vorhergehenden gezeigt; so wäre 24 h = 24 H gewesen. Hätte sie am folgenden Tage 18 s weniger gezeigt, so hätte man 24 h − 18 s = 24 H. Allgemein wäre, wenn δ den Unterschied in Secunden bedeutet, welcher positiv

positiv oder negativ seyn kann, die Gleichung: 24 h $+ \delta$ $s = 24$ H der Gleichung in §. 242. ähnlich.

§. 265. Aufg. Der Augenblick einer Beobachtung ist nach Uhrzeit angegeben; man soll denselben nach wahrer Zeit bestimmen.

Aufl. Man suche den Unterschied der Mittage vor und nach der Beobachtung oder die Gleichung §. 264, und rechne, wie bey Sternzeit §. 242 bis 245, oder auf folgende Art:

Es verfliessen α Secunden der Uhr zwischen den beyden Mittagen: so ist $\alpha s = 86400$ S, folglich $s = \frac{86400}{\alpha}$ S. und es falle die Begebenheit β s nach dem ersten Mittage d. i. $\frac{\beta \cdot 86400}{\alpha}$ S, wofür man γ S setze. Oder es sey $\beta - \delta = \gamma$: so ist $\delta = \beta - \gamma = \beta - \frac{\beta \cdot 86400}{\alpha} = \frac{\alpha - 86400}{\alpha} \cdot \beta$; wo man $\beta s = (\beta - \delta)$ S als β S ansehen kann.

§. 266. Exempel aus Hells Ephem. für 1764. vergl. Kästners Anfangsgr. der Astron. §. 367. XIII.

Die Uhr zeigte am 2. Jan. zu Mittag 23 h 53 m. 32 s. daß also an vollen 24 St. noch 3′ 28″ fehlten. Nun erfolgte der Austritt eines Jupiterstrabanten

	11 h.	16 m.	23 s.	nach 12 St. d. Uhr
folglich +		3 m.	28 s.	nach dem Mittage
d. i.	11 h.	19 m.	51 s.	$= 40791 = \beta$

Am 3ten Jan. zeigte die Uhr zu Mittage 23 h. 56 m. 50 s. daß also der wahre Sonnentag $= 24$ h $+ 18$ s $= 86418 = \alpha$.

Demnach ist

$$\begin{array}{lcl} \log.\ 86400 & = & 4,9365137 \\ \log.\ \beta & = & 4,6105644 \\ \hline & & 9,5470781 \\ \log\ \alpha & = & 4,9366042 \\ \hline \log\ \gamma & = & 4,6104739 \text{ giebt } \gamma = 40782,5'' \end{array}$$

= 11 H. 19 M. 42,5 S.

Oder um die Reduction der Secunden zu vermeiden, nach der andern Formel:

$$\begin{array}{lcl} \log(\alpha - 86400) & = & 1,2552725 \\ \log\ \alpha & = & 4,9366042 \\ \hline & & 0,3186683 - 4 \\ \log\ \beta & = & 4,6105644 \\ \hline \log\ \delta & = & 0,9292327 \text{ giebt } \delta = 8,4964 \end{array}$$

Folglich von β S = 11 H. 19 M. 51 S

abgezogen δ S = 8,5

ist γ S = 11 H. 19 M. 42,5 S.

§. 267. Anm. Wenn man aus Beobachtungen, wie §. 217. die Grösse des Sonnenjahres herleitet: so ist das, was zu den vollen Tagen hinzukömmt, nach wahrer Zeit des Tages berechnet, an welchem das Ende des Jahres fällt, d. i. die §. 218. gefundenen 5 St. 52′ 27″ sind wahre Zeit. Wenn aber, wie §. 219, aus entfernten Beobachtungen der Nachtgleichen und Solstitien geschlossen wird, da die Zeit zwischen zwey Solstitien so lang ist, als zwischen zwey Nachtgleichen, aber der wahre Tag um die Solstitien nicht so lang ist, als um die Nachtgleichen: so kann die Rechnung für die Solstitien nicht genau so viel Zeit angeben als die Rechnung §. 218. für die Nachtgleichen. Wird nun aus mehrern solchen Bestimmungen das Mittel genommen: so sind die dadurch §. 220. gefundenen 5 St. 48 M. 48 S. keine bestimmte wahre Zeit zwischen zwey gegebenen Mittagen, sondern eigentlich als eine Art mittlerer Zeit anzusehen, die aber hier für wahre Zeit genommen werden kann, weil der Unterschied in Vergleichung mit einem ganzen Jahre nur unbeträchtlich ist.

§. 268. Aufg. Wahre Zeit mit Stundenwinkeln der Sonne zu vergleichen.

Aufl.

Aufl. Hat man nämlich den Augenblick einer Beobachtung in wahrer Sonnenzeit bestimmt, §. 265. so bestimme man hieraus den Stundenwinkel der Sonne für diesen Augenblick auf eben die Art, wie man aus der Sternzeit den Stundenwinkel eines Sterns bestimmt. §. 236.

Bew. Für einen Stern hält der Bogen von α Grad 4 α Sternminuten §. 236. Aber die Sonne verändert beständig ihre gerade Aufsteigung. Gesetzt, dies betrage für den ganzen Sonnentag ζ Grad, und für dessen Theil durch den gegebenen Stundenwinkel η Grad: so ist der wahre Tag in Sternzeit $(360 + \zeta)$ 4 M, und gedachter Theil des Tages $(\alpha + \eta)$ 4 M, also ihre Verhältniß $360 + \zeta : \alpha + \eta$. Da man nun annehmen muß, daß solche Veränderung in den Theilen des Tages gleichförmig geschehe, wie bey der Abweichung §. 200, daß sich also obige Zeiten wie $\zeta : \eta$ verhalten: so setze man

$360 + \zeta : \alpha + \eta = \zeta : \eta$. Demnach ist auch $360 : \alpha = \zeta : \eta$ (Arithm. §. 373.) oder es verhalten sich obige Zeiten, wie bey den Stundenwinkeln für die Fixsterne. Da nun der Sonnentag 24 H = 4 . 360 M, so gehören für den Stundenwinkel von α Grad, 4 α M, d. i. einen gegebenen Stundenwinkel zu beschreiben, braucht die Sonne soviel wahre Zeit, als ein Fixstern Sternzeit, daß z. E. 15 Grad auf eine Stunde kommen.

§. 269. Zus. 1. Hat man den halben Tagebogen der Sonne §. 109. gefunden, so verwandle man ihn in wahre Zeit, wie Bogen des Aequators in Sternzeit §. 236.

Z. E. Die Polhöhe ε sey 51° 32′, und die Abweichung δ der Sonne am längsten Tage 23° 28′; so

ist nach der Vorschrift §. 109. $\cos \tau = -\tang \varepsilon . \tang \delta$; daher

$$\log \tang 51^\circ 32' = 10{,}0999135$$
$$\log \tang 23^\circ 28' = 9{,}6376106$$
$$\log \cos \tau = 9{,}7375241$$

giebt $\tau = 56^\circ 52' 43''$, dessen Nebenwinkel $123^\circ 7' 17''$ der halbe Tagebogen der Sonne am längsten Tage unter der angegebenen Polhöhe ist, welcher nach §. 236. auf folgende Art in wahre Zeit verwandelt wird:

$$123^\circ = \frac{123 \cdot 4}{60}\ \mathfrak{H} = 8\ \mathfrak{H}\ 12\ \mathfrak{M}.$$
$$7' = 7 \cdot 4\ \mathfrak{S} = 28\ \mathfrak{S}.$$
$$17'' = 17 \cdot 4\ \mathfrak{T} = 1\ \mathfrak{S}.\ 8\ \mathfrak{T}.$$
$$8\ \mathfrak{H}\ 12\ \mathfrak{M}.\ 29\ \mathfrak{S}.\ 8\ \mathfrak{T}.$$

wovon das Doppelte die Länge des Tages, und diese von 24 H subtrahirt, die Länge der Nacht giebt. Beydes ist für den kürzesten Tag umgekehrt. §. 110.

§. 270. Zus. 2. Hat man den Stundenwinkel der Sonne aus ihrer Höhe gefunden §. 98. 100: so ließe sich derselbe auf eben die Art in wahre Zeit verwandeln, daß dadurch für die gegebene Sonnenhöhe die Zeit des Tages vor oder nach Mittag bestimmt würde.

§. 271. Anm. Die Formeln wonach hier gerechnet wird, setzen die Abweichung der Sonne im Augenblick der genommenen Höhe als bekannt zum Voraus, auch daß solche, während die Sonne den Stundenwinkel oder den Tagebogen durchläuft, dieselbe bleibe; da sich doch die Abweichung der Sonne wohl an jedem Mittage, aber nicht so leicht ausser Mittag beobachten läßt, auch dieselbe sich beständig verändert, wozu noch Unsicherheit wegen der Höhe, und Refraction kömmt. Daher brauchen jetzt die Astronomen, wenn sie die Zeit bis

auf

auf einzelne Secunden bestimmen wollen, nicht gern einzelne Höhen. Für gemeine Uhren aber, wo man an Minuten oder Paare von Minuten genug hat, ist eine einzelne Höhe hinreichend, wobey man die Abweichung der Sonne für den zunächst liegenden Mittag annimmt, und ihre Veränderung nicht in Betracht ziehet. Wie man diese Veränderung dennoch mit in Rechnung bringen, und wie man sich der Zeit aus einzelnen Sonnenhöhen richtiger, als der Sonnenuhren bedienen könne, zeigt Kästners III. astron. Abhandl. 40. 42. Warum man den halben Tagebogen der Sonne in wahrer Zeit ausdrückt, sehe man Kästners Anfangsgr. der Astron. 102. VIII bis X.

8. Von der Lage der Fixsterne.

§. 272. Aufg. (Fig. 12.) Den Unterschied in der Abweichung sowohl, als in der geraden Aufsteigung zweyer Sterne S, T, zu finden.

Aufl. Man beobachte beyder Sterne Mittagshöhen, und die Zeit ihrer Culmination §. 260: so giebt der Unterschied der Höhen unmittelbahr den Unterschied ihrer Abweichungen, und der Unterschied der Zeiten in Bogen des Aequators verwandelt §. 244. 238. den Unterschied DG ihrer geraden Aufsteigungen.

§. 273. Anm. Ein zuverläßiger Mauerquadrant §. 119. giebt unmittelbahr zugleich die Mittagshöhe, und mit Hülfe der Uhr die Zeit des Durchgangs durch die Mittagsfläche; Sonst kann man auch mittelbahr die Zeit des Durchgangs aus übereinstimmenden Höhen eines jeden der beyden Sterne finden §. 260. und ihre Abweichungen aus solchen Höhen berechnen. §. 111.

§. 274. Zus. 1. Legt man durch S und T einen größten Kreis: so wird in dem △ SPT der Winkel P von DG, dem Unterschiede ihrer geraden Aufsteigungen, gemessen; die ihn einschliessenden Seiten PS, PT, sind die Ergänzungen ihrer Abweichungen SD, TG; und die ihm gegenüberliegende Seite ST ist die Weite der beyden Sterne. Von diesen vier Dingen läßt sich also

jedes

jedes aus den drey übrigen finden, wenn man den △ SPT wie §. 98. u. f. den △ SPZ behandelt.

§. 275. Zus. 2. Kennt man die Abweichung und gerade Aufsteigung irgend eines Sterns S: so findet man aus dem §. 272. beobachteten Unterschiede, die Abweichung und gerade Aufsteigung eines jeden andern Sterns T.

§. 276. Zus. 3. Sucht man für einen beliebigen Mittag die gerade Aufsteigung der Sonne aus ihrer Abweichung §. 222, beobachtet die Zeit, wie lange ein Fixstern nach diesem Mittag durch den Meridian gehet, und verwandelt sie in Bogen des Aequators §. 244. 238: so giebt dieser Bogen zu der geraden Aufsteigung der Sonne addirt, die gerade Aufsteigung dieses Sterns.

§. 277. Anm. Die gerade Aufsteigung der Sonne aus ihrer Abweichung zu suchen, ist sehr mißlich §. 225. Zwar ließe sich diese Operation in einer Hälfte der Ecliptik VGW (Fig. 17.) bey zwey gleichen Abweichungen AB, CD, vornehmen; da man dann die gerade Aufsteigung das andere Mahl um so viel kleiner finden würde, als man sie das erste Mahl zu groß gefunden hat, wenn man nämlich in beyden Fällen einerley irrige Abweichung angenommen hätte. (Vergl. Kästners III. astron. Abh. 625. 626. la Lande Astr. art. 870.) Aber auch diese Methode hat ihre Schwierigkeiten. Daher haben die Astronomen für eine so wichtige Aufgabe, worauf die Sternverzeichnisse, und daher die ganze Astronomie, beruhen, ein anderes Verfahren erwählt, wie folget.

§. 278. Aufg. (Fig. 17.) Die gerade Aufsteigung der Sonne, und eines Sterns zugleich, und ohne Hülfe der Abweichung zu finden.

Aufl. I. Vorläufig zur Uebersicht: Es sey VFWWMV der Aequator; VGWWHV die Ecliptik;

V,

V, W, die Nachtgleichen, und G, H, die Sonnenwenden: so ist die Sonne, wenn sie in A und C gleiche Mittagshöhen, also gleiche Abweichungen AB, CD, hat, in gleichen Entfernungen von dem Sommerpunkte G, und den beyden Nachtgleichen, V, W, daß also VF = FW, und VB = DW ist. Beobachtet man nun die Zeit wie lange der Fixstern S nach der Sonne in A, und vor der Sonne in C culminirt: so findet man nach §. 272. die Unterschiede seiner und der Sonne Rectascension, BE, ED, folglich $\frac{BE + ED}{2}$ = BF = DF, welches von 90 Grad subtrahirt VB, und zu 90 Grad addirt VD, für die Rectascension der Sonne in A und C giebt; da dann die Rectascension des Sterns VE = VB + BE = VD − DE ist.

Anm. Beobachtet man die Zeit, wie lange ein Stern S nach der Sonne in C culminirt: so giebt der solcher Zeit zugehörige Bogen von 360 Gr. subtrahirt, den Bogen ED, welchem die Zeit zugehört, wie lange der Stern vor der Sonne culminirte.

II. Allgemein: Es sey für die Sonne in A die Rectascension eines Sterns γ, der Sonne ζ, und $\gamma - \zeta = \varphi$ nach §. 272. beobachtet. Eben so sey für die Sonne in B die Rectascension des Sterns g, (Vergl. unten §. 328.) der Sonne z, und $g - z = f$ beobachtet. Hienach ist $\zeta = \gamma - \varphi$, und $z = g - f$, folglich der Bogen BD d. i. $z - \zeta = \varphi - f + g - \gamma$. Oder setzt man nach I. Anm. $360° - \varphi = \varrho$, und $360° - f = r$, wo φ, f, der Zeit gehören, wie lange der Stern nach dem Mittage, ϱ, r, aber der Zeit, wie lange er vor dem Mittage culminirte: so ist $z - \zeta = r - \varrho + g - \gamma$. Demnach ist $BF = FD = \frac{1}{2}(\varphi - f) + \frac{1}{2}(g - \gamma) = \frac{1}{2}(r - \varrho) + \frac{1}{2}(g - \gamma)$ und man findet hieraus, wie in I. die Rectascension der Sonne

in

in A und C, und des Sterns S. Was aber hiebey noch besonders in Betracht zu ziehen ist, wird sich am bequemsten bey dem nun folgenden Exempel beybringen lassen.

§. 279. Exempel aus la Caille Leçons elem. d'Astronom. Paris 1764 art. 487, welches la Lande Astron. art. 876, und Kästners III. Astron. Abh. 638 u. f. gebrauchen:

I. Im Jahre 1749 war die Mittagshöhe der Sonne am 12. Apr. 49° 58′ 33″, und am 30. Aug. 50° 3′ 8″ mit einem Ueberschusse von 4′ 35″ = 275″ Für den hellen Stern L in der Leyer war das erste Mahl BFWWM oder φ = 260° 9′ 6″, also MVB oder ϱ = 103° 50′ 54″; das andere Mahl DWWM oder f = 118° 16′ 34″, also MVD oder r = 241° 43′ 26″.

II. Da die beyden Mittagshöhen, also die beyden Abweichungen der Sonne zu der Zeit, nicht genau gleich sind, welches auch wohl nie zu erwarten ist: so muß man suchen, wieviel zu der Rectascension der Sonne zu Mittage am 12ten April noch hinzukommen muß, daß sie der Abweichung zu Mittag am 30ten Aug. zugehöre. Hiezu muß man die Zunahme der Rectascension und Declination vom 12. bis 13. April wissen, welche man entweder nach §. 224. findet, oder aus den astron. Tafeln nimmt. Nach letztern war die Zunahme der Rectascension = 3310, 4″ der Declin. = 1305, 4″. Nun fehlten der Declin. zu Mittage am 12. Apr. noch 275″. Man setze daher (nach §. 290.) 1305, 4 : 275 = 3310, 4 : 697, 38; da dann das gefundene letzte Glied dieser Proportion = 11′ 37″ noch zu dem Obigen ϱ hinzugethan giebt

	ϱ =	104°	2′	31″	
Nun war	r =	241	43	26	Folglich ist
BD, oder	r − ϱ =	137	40	55	

III. Die Größe g − γ (die von einer Veränderung in der Rectascension des Sterns kommt, wovon erst im Folgenden gehandelt werden kann) setzt eine Kenntniß der Rectasc. des Sterns voraus, die man doch erst finden will. Da aber erstere nur klein ist, so kann man letztere entweder aus ältern Beobachtungen nehmen, oder auf folgende Art verfahren: Man setze zuerst g − γ = 0, wie wir auch nach dem Bisherigen annehmen müssen, und berechne für diese Voraus-

Voraussetzung die Rectascension des Sterns. Hierauf bestimme man $g - \gamma$ (wie aber erst in dem Folgenden §. 329. erklärt werden kann.) und bringe diese Größe mit in Rechnung, um die Rectascension auf das genaueste zu bekommen. In dem Exempel kömmt $g - \gamma = 18''$ (Vergl. unten §. 330.)

IV. Demnach ist $r - \varrho + g - \gamma = 137^\circ\ 41'\ 13''$, wovon die Hälfte $68^\circ\ 50'\ 36,5''$ von 90 Gr. subtrahirt, und zu 90 Gr. addirt, für die Rectascension der Sonne giebt am 12. Apr. $21^\circ\ 9'\ 23,5''$ am 30 Aug. $158^\circ\ 50'\ 36,5''$.

V. Für die Rectascension des Sterns subtrahire man von MB oder ϱ (d. i. von dem westlichen Abstande des Sterns von der Sonne am 12. Apr.) die Rectascension der Sonne VB, um den westlichen Abstand MV des Sterns vom Frühlingspunkte zu haben, welcher, von 360 Gr. subtrahirt, die Rectascension des Sterns giebt.

Nämlich ϱ =	104°	$2'$	$31''$	
VB =	21	9	23,	5
MV =	82	53	7,	5
360° =	359	59	60	
Rectascension des Sterns =	277	6	52,	5

VI. Noch ist zu bemerken, daß wegen Messung der Höhen, die Zeiten zunächst um die Nachtgleichen, da sich die Abweichung der Sonne am schnellsten ändert §. 199, die bequemsten zu obigem Verfahren sind.

§. 280. Anm. Durch eine Menge von Beobachtungen hat man gefunden, daß für den ersten Jan. 1750 die Rectascension des hellen Sterns in der Leyer $277^\circ\ 7'\ 4,2''$ und des Sirius $98^\circ\ 32'\ 2''$ betrage (la Lande Astron. art. 877.) Mit diesen beyden Sternen hat la Caille alle andere verglichen §. 275, und darnach sein Verzeichniß der Fixsterne gemacht, worinn die Stellen der Sterne für den Anfang des Jahres 1750 angegeben sind. Rechenschaft über dieses Verzeichniß geben seine Astronomiae Fundamenta. Paris. 1754. 4.

§. 281.

§. 281. Zus. 1. Aus VE §. 278. findet man auch FE und EW, die Unterschiede der Rectascension des Sterns und der Sonne im Sommer und Herbstpunkte. Nun beobachte man die Unterschiede der Rectascension am 21 März, 19 Jun. und 22 Sept. zu Mittage, vergleiche sie mit EV, EF und EW, und berechne aus der täglichen Zunahme der Rectascension der Sonne, zu welcher Stunde, Minute, Secunde die Sonne in den Abstand EV, EF, EW gekommen ist; welches dann die genaue Zeit des Sonnenstandes und der Nachtgleichen giebt.

Exempel aus la Caille haben la Lande Astron. art. 880, 881. und Kästners III. Astron. Abh. 653. 655; wobey zur leichtern Uebersicht der Methode, die kleinen Verbesserungen für die Rectascension des Sterns weggelassen worden.

§. 282. Exempel für die Zeit des Sonnenstandes.

Da G in der Mitte zwischen A und C liegt; so gehört im Exempel §. 279, die Zeit, wie lange dieser Punkt G nach dem Sterne durch den Meridian gehet, dem Bogen $\frac{1}{2}$ (r + g) = 172° 52′ 58, 5″. Nun fand man den Bogen, welcher der Zeit gehört, in welcher der Stern vor dem Mittage des 19ten Jun. 1749 durch den Meridian gegangen war, = 170° 53′ 10, 5″, also um 1° 59′ 48″ d. i. um 7118″ kleiner, als die vorigen. Um soviel mußte also vom Mittage des 19 Jun. an die Rectasc. der Sonne wachsen, bis sie in G anlangte. Nun fand man aus Beobachtungen und Tafeln die damahlige tägliche Zunahme ihrer Rectasc. = 3743″. Man setze daher (nach §. 200.) 3743 : 7188 = 24 h : 46, 089 h, wo das gefundene letzte Glied der Proportion = 46 h + 5 m + 20, 4 f die Zeit nach dem Mittage des 19 Jun. giebt, da die Sonne in G eintrat; d. i. 22 h + 5 m + 20, 4 f nach dem Mittage des 20 Jun. Wären auch am 20ten Jun. solche Beobachtungen angestellt worden, so hätte die Rectasc. der Sonne dadurch noch eine kleine Aenderung erhalten.

§. 283. Exempel für die Zeit der Nachtgleiche.

Aus

Aus des Sterns Rectase zur Zeit der ersten Beobachtung 277° 6′ 52, 5″ §. 279. von 360 Gr. abgezogen, erhält man 82° 53′ 7, 5″ als den Zeitbogen, um welchen der Stern vor der Frühlingsnachtgleiche durch den Meridian gehet. Nun fand man den Zeitbogen, um welchen er vor dem Mittag des 21. März durch den Meridian gieng = 83° 49′ 18, 8″ also um 56′ 11, 3″ d. i. um 3371, 3″ größer, als den vorigen; und es war die tägliche Zunahme der Rectase. der Sonne um diese Zeit 3272″. Man setze daher 3272″ : 3371, 3 = 24 h : 24, 728 h, da dann das letzte Glied der Proportion = 24 h + 44 m anzeigt, wie lange vor dem Mittage des 21. März die Frühlingsnachtgleiche gewesen, die also am 19. März 23 h 16 m erfolgt war.

§. 284. Zus. 2. Aus der §. 283. gefundenen Zeit der Nachtgleiche, findet man die Zeit, wenn der Durchschnittspunkt der Ecliptik mit dem Aequator durch den Mittagskreis gegangen ist; nebst dem Punkte des Aequators, der am Mittage dieses Tages in dem Mittagskreise lag.

§. 285. Zus. 3. Bestimmt man nach §. 282. 283. die Zeit, welche zwischen zweyen nächsten Eintritten der Sonne in einerley Punkt des Sonnenstandes oder der Nachtgleiche verfließt: so findet man dadurch die Größe des tropischen Sonnenjahres, vergl. §. 217. Aus Vergleichung mehrerer Beobachtungen, die viele Jahre von einander sind, setzt la Lande diese Größe 365 T. 5 St. 48′ 48″, wie bereits §. 220. angezeigt worden, wobey der Ueberschuß über die vollen Tage für wahre Zeit gelten kann §. 267.

§. 286. Anm. Hat man nach Obigem durch die Declination und Rectase. der Fixsterne ihre Lage gegen den Aequator §. 175. bestimmt; so läßt sich hieraus auch ihre Lage gegen die Ecliptik §. 182 berechnen, wie nun zu zeigen ist. Für die Sonne braucht man nur die Rectase. zu beobachten, um daraus, mit Hülfe der Schiefe der Ecliptik, ihre Abweichung und Länge zu finden. §. 192.

§. 287. Aufg. (Fig. 15.) Aus der Rectascension und Declination eines Sterns S, seine Länge und Breite zu berechnen.

Aufl. (Nach Kästners II. Astr. Abh. III. Cap. 1. Aufgabe.)

I. Es sey AQ der Aequator und P dessen Pol, EL die Ecliptik, und K deren Pol, folglich $PK = LQ = \theta$ die Schiefe der Ecliptik. §. 157. Durch den Stern S gehe der Declinationskreis PG, und Breitenkreis KH: so ist (wenn die Declination $SG = \delta$, und die Rectascension $VG = \alpha$) $SP = R - \delta$, und $SPL = R - \alpha$, folglich $KPS = 2R - SPL = R + \alpha$. Demnach sind in dem Δ KPS, der Winkel P, und die einschließenden Seiten gegeben, und man sucht (wenn die Breite $SH = \beta$, die Länge $AH = \lambda$ gesetzt wird) $KS = R - \beta$, und $SKP = R - \lambda$, auch $PSK = \varphi$ dem Positionswinkel. §. 189.

II. In der Formel (Trigon. VI. 3.) sind zwey Seiten b, c, und der eingeschlossene Winkel A gegeben, und man sucht a die dritte Seite, und C den der Seite c gegenüberliegenden Winkel. Demnach hat man hier

b	c	A	a	C	B
KP	PS	KPS	KS	SKP	PSK
θ	$R-\delta$	$R+\alpha$	$R-\beta$	$R-\lambda$	φ

folglich $b + c = R + \theta - \delta$, $b - c = \theta + \delta - R$; und (Trigon. I. 7.) $\sin A = \cos\alpha$, $\cos A = -\sin\alpha$, $\sin a = \cos\beta$, $\cos a = \sin\beta$ u. s. w.

III.

III. Für die dritte Seite ist (Trigon. VI. 3.) $\cos a = \cos A \,.\, \sin b \,.\, \sin c + \cos b \,.\, \cos c$, folglich hier $\sin \beta = -\sin \alpha \,.\, \sin \theta \,.\, \cos \delta + \cos \theta \,.\, \sin \delta$.

IV. Für den Winkel hat man (Trigon. VI. 19.)

$\tan B = \frac{\sin A \,.\, \tan b}{\sin c - \tan b \,.\, \cos c \,.\, \cos A}$, also auch, wenn man C, c, anstatt B, b, setzt, $\tan C = \frac{\sin A \,.\, \tan c}{\sin b - \tan c \,.\, \cos b \,.\, \cos A}$, folglich hier $\cot \lambda = \frac{\cot \alpha \,.\, \cot \delta}{\sin \theta + \cot \delta \,.\, \cos \theta \,.\, \sin \alpha}$, oder mit $\cot \delta$ dividirt

$$\tan \lambda = \frac{\sin \theta \,.\, \tan \delta + \cos \theta \,.\, \sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Letztere Formel führt la Lande Astron. art. 905. ganz zu Ende beyläufig an.

V. Für beyde Winkel S und K ist eben so aus (Trigon. VI. 7. 8.)

$$\tan \tfrac{1}{2}(S + K) = \frac{\cos \frac{1}{2}(\theta + \delta - R) \,.\, \tan \frac{1}{2}(R - \alpha)}{\cos \frac{1}{2}(\theta - \delta + R)}$$

$$\tan \tfrac{1}{2}(S - K) = \frac{\sin \frac{1}{2}(\theta + \delta - R) \,.\, \tan \frac{1}{2}(R - \alpha)}{\sin \frac{1}{2}(\theta - \delta + R)}$$

Kömmt hiebey $\tan \frac{1}{2}(S + K)$ verneint, so bedeutet dies einen Bogen $> 90^\circ$; kömmt aber $\tan \frac{1}{2}(S - K)$ verneint, so ist $\tan \frac{1}{2}(K - S)$ bejaht, und bedeutet also nur, daß $K > S$ sey.

Hieraus findet man die Winkel S und K, wo K $= R - \lambda$, folglich $\lambda = R - K$, also $\cos\lambda = \sin K$; und aus den Winkeln die Seite $KS = R - \beta$, da dann

$\sin P = \cos\alpha$, und $\sin K : \sin P = \sin PS : \sin KS$

d. i. $\cos\lambda : \cos\alpha = \cos\delta : \cos\beta$, folglich

$$\cos\beta = \frac{\cos\alpha \cdot \cos\delta}{\cos\lambda}.$$

VI. Setzt man in III. $\sin\alpha = 1 - \zeta$; also $-\sin\alpha = \zeta - 1$, so wird daselbst $\sin\beta = \zeta \cdot \sin\theta \cdot \cos\delta - \sin\theta \cdot \cos\delta + \cos\theta \cdot \sin\delta = \zeta \cdot \sin\theta \cdot \cos\delta + \sin(\delta - \theta)$ (Trigon. II. 15.).

§. 288. Anm. Die Formeln §. 287. sind so lange bequem, als α nicht > 2 R. Wird aber $\alpha > 2$ R, wenn die Ecliptik unter dem Aequator lieget: so müßte man θ verneint annehmen. Um aber hier alle Irrung zu vermeiden, ist es besser, für diesen Fall besondere Formeln zu machen, wie folget:

§. 289. Auflösung der Aufgabe §. 287. für die Fälle, wo $\alpha > 180$ Gr. ist.

I. Es seyen (Fig. 16.) die nähmlichen Buchstaben, wie §. 15., nur daß W den Herbstpunkt bedeutet: so ist die Rectascension des Sterns $\alpha = 2R + WG$, die Länge $\lambda = 2R + WH$, Declin. $\delta = SG$, und Breite $\beta = SH$, wie zuvor; folglich in dem $\triangle$ KPS (wo $SKA = HE = 3R - \lambda$, und $PKS = 2R - SKA = \lambda - R$)

b	c	A	a	C
KP	PS	KPS = AG	KS	PKS
θ	$R - \delta$	$3R - \alpha$	$R - \beta$	$\lambda - R$

folglich $\cos A = -\sin\alpha$, $\sin A = -\cos\alpha$, $\tang C = -\tang\lambda$, $\cot\frac{1}{2}A = \tang\frac{1}{2}(\alpha - R)$,

II. Vergleicht man diese Werthe mit denen im §. 287. II, so erhält man aus III. IV. daselbst
$\sin\beta = -\sin\alpha . \sin\theta . \cos\delta + \cos\theta . \sin\delta$, und

$$-\operatorname{tang}\lambda = \frac{\sin\theta . \operatorname{tang}\delta + \cos\theta . \sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

III. Auf eben die Art erhält man aus §. 287. V.

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(S + K) = \frac{\cos\tfrac{1}{2}(\theta + \delta - R) . \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\alpha - R)}{\cos\tfrac{1}{2}(\theta - \delta + R)}$$

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(S - K) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(\theta + \delta - R) . \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(\alpha - R)}{\sin\tfrac{1}{2}(\theta - \delta + R)}$$

Da dann $K = \lambda - R$, folglich $\lambda = K + R$, und $\sin K : \sin P = \sin PS : \sin KS$

d. i. $\sin K : -\cos\alpha = \cos\delta : \cos\beta$

folglich $\cos\beta = \dfrac{-\cos\alpha . \cos\delta}{\sin K}$.

IV. Setzt man in II. bey dem Sinus der Breite $\sin\alpha = \zeta - 1$, folglich $-\sin\alpha = 1 - \zeta$, so wird daselbst $\sin\beta = \sin\theta . \cos\delta + \cos\theta . \sin\delta - \zeta . \sin\theta . \cos\delta = \sin(\delta + \theta) - \zeta . \sin\theta . \cos\delta$ (Trigon. II. 14.)

§. 290. Exempel aus Kästners II. Astron. Abh. 3. Cap. 1. Aufg.

I. Es sey eines Sterns (etwa der Kornähre der Jungfrau) Rectasc. $\alpha = 198^\circ\ 17' = 2R + 18^\circ\ 17'$, und südliche Abweichung $-\delta = 9^\circ\ 58'$; die Schiefe der Ecliptik $\theta = 23^\circ\ 28'$: so ist $\sin\alpha = -\sin 18^\circ\ 17'$; $\cos\alpha = -\cos 18^\circ\ 17'$; $\frac{1}{2}(\theta+\delta-R) = -38^\circ\ 15'$; $\frac{1}{2}(\theta-\delta+R) = 61^\circ\ 43'$; $\frac{1}{2}(\alpha-R) = 54^\circ\ 8'\ 30''$

II. Hienach ist in §. 289. III.

$$
\begin{array}{rl}
\log\cos\frac{1}{2}(\theta+\delta-R) = & 9{,}8950450 \\
\log\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\alpha-R) = & 10{,}1409989 \\
\hline
 & 20{,}0360439 \\
\log\cos\frac{1}{2}(\theta-\delta+R) = & 9{,}6756245 \\
\hline
\log\operatorname{tang}\frac{1}{2}(S+K) = & 10{,}3604194
\end{array}
$$

Diese Tangente ist bejaht, weil im Zähler der cos des negativen Bogens bejaht ist. Daher ist $\frac{1}{2}(S+K) = 66^\circ\ 26'\ 17{,}6''$.

$$
\begin{array}{rl}
\text{Ferner } \log\sin\frac{1}{2}(\theta+\delta-R) = & 9{,}7917566 \\
\log\operatorname{tang}\frac{1}{2}(\alpha-R) = & 10{,}1409989 \\
\hline
 & 19{,}9327555 \\
\log\sin\frac{1}{2}(\theta-\delta+R) = & 9{,}9447862 \\
\hline
\log\operatorname{tang}\frac{1}{2}(S-K) = & 9{,}9879693
\end{array}
$$

Diese Tangente ist verneint, weil im Zähler der sin des verneinten Bogens verneint ist. Daher ist

$$
\begin{array}{rllll}
\frac{1}{2}(K-S) = & 44^\circ & 12' & 23{,}4'', & \text{und es war} \\
\frac{1}{2}(K+S) = & 66 & 26 & 17{,}6 & \text{Folglich ist} \\
\hline
K = & 110 & 38 & 41 & \\
S = & 22 & 13 & 54 & \\
\lambda = K + 90^\circ = & 200 & 38 & 41 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
\text{Ferner } \log\cos\alpha = & 9{,}9775026 \\
\log\cos\delta = & 9{,}9933959 \\
\hline
 & 19{,}9708985 \\
\log\sin K = & 9{,}9711759 \\
\hline
\log\cos\beta = & 9{,}9997226
\end{array}
$$

giebt

giebt $\beta = 2^\circ\ 2'\ 50''$. Nun ist §. 289. II. in der Formel für $\sin\beta$, sowohl $\sin\alpha$ als $\sin\delta$ verneint, folglich auch $\sin\beta$; d. i. die Breite ist südlich.

III. Nach der Formel für $\sin\beta$ §. 289. II. wo hier $\sin\alpha$ und $\sin\delta$ verneint, also das erste Glied bejaht, das zweyte verneint ist, wird auf folgende Art gerechnet:

$$\begin{array}{lcll}
\log\sin\alpha & = & 9,4965370 & -\ 10 \\
\log\sin\theta & = & 9,6001181 & -\ 10 \\
\log\cos\delta & = & 9,9933959 & -\ 10 \\
\hline
 & & 9,0900510 & -\ 1 \\
 & & \text{giebt die Zahl} & 0,1230413 \\
\log\cos\theta & = & 9,9625076 & -\ 10 \\
\log\sin\delta & = & 9,2382349 & -\ 10 \\
\hline
 & & 9,2007425 & -\ 1 \\
 & & \text{giebt die Zahl} & 0,1587605 \\
\hline
 & & \text{verneinte Differenz} = & 0,0357192
\end{array}$$

wovon der log mit der Characteristik 10 vermehrt $= 8,5530233 = \log\sin'\beta$, daher $-\beta = 2^\circ\ 2'\ 50''$.

IV. Nach der Formel für $-\operatorname{tang}\lambda$ §. 289. II. wird auf folgende Art gerechnet:

$$\begin{array}{lcll}
\log\sin\theta & = & 9,6001181 & -\ 10 \\
\log\operatorname{tang}\delta & = & 9,2448389 & -\ 10 \\
\hline
 & & 0,8449570 & -\ 2 \\
 & & \text{giebt die Zahl} & 0,0699773 \\
\log\cos\theta & = & 9,9625076 & -\ 10 \\
\log\sin\alpha & = & 9,4965370 & -\ 10 \\
\hline
 & & 9,4590446 & -\ 1 \\
 & & \text{giebt die Zahl} & 0,2877694 \\
\hline
 & & \text{Summa} = & 0,3577467
\end{array}$$

wovon

wovon der log mit der Characteristik 10 vermehrt

$$= 19,5535756 - 10$$
$$\log \cos \alpha = 9,5775026 - 10$$

$\log - \text{tang}\,\lambda = 9,5760730$, daher $\lambda = 180^\circ + 20^\circ\ 38'\ 41''$.

§. 291. Zus. (Fig. 15.) Aus §. 287. siehet man, daß sich der Positionswinkel $PSK = \varphi$ auf unterschiedene Arten finden lasse, unter denen wohl die vorzüglichste, wenn das Gegebene so viel als möglich unveränderlich ist, dergleichen Schiefe der Ecliptik, und Breite des Sterns sind; da dann

$$\sin SK : \sin SPK = \sin PK : \sin PSK,$$

d. i. $\cos\beta : \cos\alpha = \sin\theta : \sin\varphi$,

folglich $\sin\varphi = \dfrac{\cos\alpha\,.\,\sin\theta}{\cos\beta}$; daher φ im 1. und 4ten Quadranten bejaht, im 2. und 3ten verneint ist.

§. 292. Anm. Die Formeln §. 287. enthalten mancherley Aufgaben, je nachdem man andere Dinge als gegeben ansieht. Insbesondere läßt sich gedachte Aufgabe umkehren, daß man aus der gegebenen Lage eines Sterns gegen die Ecliptik, seine Lage gegen den Aequator suche, wozu Folgendes:

§. 293. Aufg. (Fig. 15.) Aus der Länge und Breite eines Sterns S, seine Rectascension und Declination zu berechnen.

Aufl. (Nach Kästners II. Astr. Abh. 3. Cap. 2. Aufg.)

I. Im $\triangle$ PKS hat man $KP = \theta$, $KS = R - \beta$, und $SKP = R - \lambda$; man sucht $PS = R - \delta$, und $KPS = R + \alpha$. Demnach ist hier $b = \theta$, $c = R - \beta$, $A = R - \lambda$; $a = R - \delta$, $C = R + \alpha$, $B = S$; folglich $b + c = R + \theta - \beta$; $b - c = \theta + \beta - R$; $\text{tang}\, C = -\cot\alpha$.

II.

II. Für die dritte Seite, und den Winkel P, hat man demnach aus Trigon. VI. 3. 19.

$$\sin\delta = \sin\lambda \,.\, \sin\theta \,.\, \cos\beta + \cos\theta \,.\, \sin\beta,$$

$$\cot\alpha = \frac{\cos\lambda \,.\, \cot\beta}{\cos\beta \,.\, \cos\theta \,.\, \sin\lambda - \sin\theta},$$

$$\tang\alpha = \frac{\cos\theta \,.\, \sin\lambda - \sin\theta \,.\, \tang\beta}{\cos\lambda}.$$

III. Für beyde Winkel P und S hat man aus Trigon. VI. 7. 8.

$$\tang\tfrac{1}{2}(P+S) = \frac{\cos\tfrac{1}{2}(\theta+\beta-R) \,.\, \tang\tfrac{1}{2}(R+\lambda)}{\cos\tfrac{1}{2}(\theta-\beta+R)}$$

$$\tang\tfrac{1}{2}(P-S) = \frac{\sin\tfrac{1}{2}(\theta+\beta-R) \,.\, \tang\tfrac{1}{2}(R+\lambda)}{\sin\tfrac{1}{2}(\theta-\beta+R)}$$

und $\sin P : \sin K = \sin KS : \sin PS$, folglich
$$\cos\delta = \frac{\cos\beta \,.\, \cos\lambda}{\cos\alpha}.$$

§. 294. Zus. Für geringe Breiten ist $P > S$; für $\beta + \theta = R$, wird $P = S$, und für größere Breiten im ersten Quadranten $P < S$. Auch ist aus §. 293. II, wenn $\lambda = R$, die Abweichung am größten, und daher bey gegebener Breite die größte Abweichung der Summe der Schiefe der Ecliptik und der Breite.

§. 295. Anm. Zum Schlusse dieser ganzen Untersuchung von der Lage der Sterne ist noch zu merken: Die Alten konnten aus Mangel an Uhren, die Sonne mit einem Sterne nicht, wie wir, unmittelbahr vergleichen, sondern verglichen zuvor die Sonne mit dem Monde, wenn beyde zugleich über dem Horizonte waren, und hierauf den Mond mit dem Sterne. Tycho gebrauchte zuerst hiezu an-

statt des Mondes die Venus, wenn sie durch ihre Helligkeit am Tage sichtbar wär (Vergl. la Lande Astron. art. 913, 14.)

9. Von der Kenntniß der Sterne, oder der Astrognosie.

§. 296. Die Astrognosie heißt die Kenntniß der Sterne nach ihren Nahmen und Lagen am Himmel, wozu man dieselben in Verzeichnisse gebracht; sie nach ihrer scheinbahren Größe in Classen eingetheilt; einige mit eigenen Nahmen belegt; mehrere zusammen in Sternbilder vereinigt; sie in Sternchartenperspectivisch abgebildet; auch sie auf künstliche Himmelskugeln oder Sternkegel aufgetragen hat.

§. 297. Nach der scheinbahren Größe der Sterne hat man: Sterne, die mit bloßen Augen zu erkennen sind, von der ersten bis zur sechsten Größe; telescopische Sterne, die man blos mittelst der Fernröhre erblickt, und von denen ein weißer heller Streif am Himmel, die Milchstraße, Galaxia, via lactea, eine unzählbahre Menge enthält, die bis zur 12. Größe und drüber gehen; neblichte Sterne, nebulosae, die wie helle Wölkchen am Himmel erscheinen; neue, veränderliche, verlohrne, doppelte, und andere wunderbahre Sterne, die erst später sich zeigen, auch wohl wieder verschwinden, sich vergrößern oder verkleinern.

§. 298. Die Sternverzeichnisse, catalogi fixarum, geben die einzelnen Sterne nach ihren Lagen, durch Länge und Breite, oder durch Rectascension und Declination an.

§. 299. Anm. Das älteste Verzeichniß ist vom Hipparch (Ἵππαρχος) 150 Jahr v. C. welches vom Ptolemäus (Πτολεμαῖος) 130 J. n. C. im 7. Buche seines Almagests (des Cl. Ptolemäus Beobachtung und Beschreibung der Gestirne von J. E. Bode. Berlin 1795. 8.) aufbehalten worden, und 1022 Sterne in 48 Sternbilder vertheilt, in sich enthält. Tycho de Brahe hat nach ihm zuerst aus eigenen Beobachtungen ein neues Verzeichniß geliefert. Die nachfolgenden Verzeichnisse des Hevel, Flamsteed, la Caille, Bradley, sind durch Hr. Prof. Bode in Eins zusammengebracht, in der Sammlung astronomischer Tafeln, Berlin 1776. 1 Band, vergl. Astron. Jahrbuch für 1779. S. 72. Das vollständigste Sternverzeichniß findet man in Vorstellung der Gestirne auf 34 Kupfertafeln von J. E. Bode Berlin 1782, wovon derselbe eine vergrößerte und sehr vermehrte Ausgabe neuerlich angekündigt hat, welcher der beste Fortgang zu wünschen ist. Das neueste Verzeichniß von 381 Sternen durch H. v. Zach ist seinen Tabulis motuum solis Gothae 1792. 4. beygefügt, vergl. Bode's Astron. Jahrbuch für 1795. S. 243. Eine critische Herzählung der Sternverzeichnisse s. la Lande Astron. Art. 704 bis 721.

§. 300. Sternbilder, Gestirne, asterismi, sind Sammlungen von Sternen, die man durch Gränzen (Bilder) abgesondert hat. Sie werden in Bilder des Thierkreises, und zu beyden Seiten desselben in nördliche und südliche eingetheilt. Die außerhalb der Sternbilder zerstreut gelassenen Sterne heißen Unförmliche, sporades, s. informes. Die Anzahl der alten Sternbilder ist, besonders seit der Schiffarth jenseit der Linie, durch neuere ansehnlich vermehrt worden.

§. 301. Anm. 1. Phil. Cäsius von Cesen in coelo astronomico- poetico Amst. 1662. 8. hat das Meiste von den alten Nahmen und Bedeutungen der Sternbilder gesammlet, woraus la Lande Astr. livr. III. das Wichtigste anführt. Obgleich Beda, Schickard, Bartsch, Zesen und Harsdörfer, die ältern Nahmen mit biblischen verwechselt haben; Julius Schiller aber sowohl Figuren als Nahmen aus der Bibel und der Kirchengeschichte neu gemacht; und Erhard Weigel den Himmel mit den Wappen der Regenten besetzt hat: so hat doch keiner von diesen sonderbahren Einfällen Beyfall gefunden, sondern die Astronomen haben mit Recht die alten Figuren und Nahmen beybehalten.

§. 302. Anm. 2. Die in den Uebersetzungen der Bibel vorkommenden Nahmen der Sternbilder, beweisen nichts für ihren Ursprung; indem sie in der Vulgata aus den 70 Dollmetschern übergetragen sind, welche sie für die hebräischen Nahmen Kimah, Kesil, Ajisch, Hiob. 9, 9. 38, 31. 32. Jos. 13, 10. Amos 5, 8. gesetzt haben. Vergl. la Lande Astr. Art. 562.

§. 303. Die Sterncharten, Himmelscharten, sind Projectionen, oder perspectivische Abbildungen des ganzen Sternhimmels, oder einzelner Sternbilder auf ebenen Flächen, entweder von der erhobenen, oder besser von der hohlen Seite.

§. 304. Anm. I. Man hat drey Klassen der Kugelprojectionen:

1. Die orthographische Proj. wenn das Auge in unendlicher Entfernung von der Kugel, und die Tafel die Grundfläche des abzubildenden Kugelsegments ist. (Persp. §. 3.)

2. Die Central Proj. wenn das Auge im Mittelpuncte der Kugel, und die Tafel das abzubildende Segment im Zenith berühret.

3. Die stereographische Proj. wenn das Auge im Nadir des abzubildenden Segments, und die Tafel ein größter Kreis ist.

II. Jede dieser Klassen hat drey Arten unter sich:

1. Die Polar- oder parallele Proj. wenn das Zenith des Segments der Weltpol, und die Tafel der Aequator oder ihm parallel ist.

2. Die äquatorische oder gerade Proj. wenn das Zenith des Segments ein Punkt des Aequators, und die Tafel ein Meridian oder ihm parallel ist.

3. Die horizontale, oder schiefe Proj. wenn das Zenith des Segments weder der Weltpol, noch ein Punkt des Aequators, und die Tafel der Horizont oder ihm parallel ist.

III. Zu den vornehmsten Himmelscharten (la Lande Astr. Art. 722 bis 734) gehören:

1. Io. Bayeri Vranometria, welche zu Augsburg 1603. Fol. zuerst herausgekommen, und alle Sternbilder der Alten, nebst 12 neuern südlichen Gestirnen, enthält. Zur Bezeichnung der einzelnen Sterne hat er zuerst das griechische Alphabet gebraucht, und wo dies nicht ausreicht, das lateinische zu Hülfe genommen. Hiezu gehört auch: Ej. explicatio characterum Vranometrias. 4.

2. Io. Gabr. Doppelmaieri Atlas novus coelestis. Nürnberg 1742. Fol. Er hat die lateinischen anstatt Bayers Griechischen Buchstaben gebraucht. Eine Vergleichung beyder s. Helmuths Gestirnbeschreibung. Braunschweig 1774. 8. und Bode's Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels 1792. 8. S. 103.

3. Ioh. Flamsteed Atlas coelestis. London 1729. 1753. Fol. Ein bequemer Nachdruck hievon von Fortin Paris 1776. 4; ein anderer von Bode: Vorstellung der Gestirne auf 34 Kupfertafeln, nebst einem Verzeichnisse von 5058 Sternen. (Das vollständigste, was bisher vorhanden ist.) Berlin 1782. Im astronom. Jahrbuche für 1798. S. 234. verspricht H. Prof. Bode, sein Unternehmen diese Charten im größten Formate zu liefern, im nächsten Jahrbuche näher bekannt zu machen, welches nunmehr geschehen ist.

4. Des Rob. Vaugondy zwey große Planisphären, Paris 1764 für die erhobene Seite, hat Funk für die hohle Seite Leipzig 1777 herausgegeben.

5. J. E. Bode's allgemeine Himmelscharte mit einem durchscheinenden Horizonte ist seiner Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels beygefügt, auch davon eine besondere Beschreibung Berlin 1786. 8. herausgekommen.

§. 305. Die künstliche Himmelskugel, globus artificialis coelestis, stellt die erhobene Seite des Sternhimmels vor, und dient, nicht nur die Sterne mit Leichtigkeit kennen zu lernen, sondern auch verschiedene Aufgaben der Astronomie mechanisch aufzulösen, wenigstens zu erläutern, und vorzubereiten. Man siehet darauf das Gemählde des Sternhimmels auf der umgekehrten Seite.

§. 306. Anm. 1. Von ältern und neuern Himmels- und Erdkugeln giebt la Lande Astr. Art. 726 bis 728. Nachricht.

1. In Deutschland sind die gemeinsten, die laut der Homannischen Officin 1750 zu 12, 8, und 4 Zoll im Durchmesser; die neuesten zu Nürnberg von Bauer und von Beringer. Zu letztern haben Bode und Goßmann die Segmente gezeichnet. Astron. Jahrbuch für 1795. S. 107. 1796. S. 244.

2. Die Schwedischen, von Akrel gestochen. 1759.

3. Die neuesten Französischen von la Lande bey Lottre 1775 und von Messier bey Frontin und la Marche 1759.

§. 307. Anm. 2. Für den Gebrauch der künstlichen Himmelskugel diene im Allgemeinen Folgendes:

Den breiten Horizont, worauf der Kalender mit dem Laufe der Sonne verzeichnet, und den metallenen Meridian, der in seine Grade abgetheilt ist, denke man sich in der unbeweglichen Himmelskugel §. 62, innerhalb welcher sich die bewegliche von Morgen nach Abend binnen 24 Stunden umdrehet, welches der Zeiger an dem Stundenringe bemerklich macht. Hat man nun die Kugel nach den Weltgegenden gerichtet, und auf die Polhöhe des Orts gestellt, auch den Ort der Sonne für den jedesmahligen Tag unter den Meridian gebracht, und den Zeiger auf 12 Uhr gerückt: so läßt sich die Kugel auf jede beliebige Stunde drehen, und zeigt für dieselbe den Stand des Sternhimmels, wenn man sich die Kugel hohl und durchsichtig gedenkt, und das Auge in ihren Mittelpunkt setzt.

Anstatt des Stundenringes läßt sich genauer der Zeitbogen §. 236. mittelst des in seine Grade eingetheilten Aequators gebrauchen. la Lande Astr. Art. 196. Kästners III. astron. Abh. 825 bis 829.

Für die speciellen Aufgaben vergl. man la Lande Astr. art. 203 bis 218. Zu den eigenen hiezu dienenden Büchern gehören vor andern: Scheibels vollständiger Unterricht vom Gebrauch der künstlichen Himmels- und Erdkugeln. Breslau 1779. 8. nebst dessen Erläuterungen und Zusätzen 1785; Müllers Anweisung zur Kenntniß, und dem Gebrauche der künstlichen Himmelskugeln und Erdkugeln. Nürnberg 1791. 8.

§. 308. Die hohlen Himmelskugeln stellen die Gestirne an der innern Fläche vor. Dahin:

1. Zwey

1. Zwey nach dem Aequator getheilte Halbkugeln von Bayer in Hamburg. 1718.

2. Weigels heraldische Himmelskugel von Kupferblech, in welcher, ohnweit des Südpols, Oeffnungen angebracht sind, durch welche das Auge die durchlöcherten Sterne erblickt.

3. Jede so große Kugel, daß sie Zuschauer in sich aufnehmen kann, welche die an der innern Fläche abgebildeten Sterne betrachten; dergleichen der berühmte Gottorpische Globus von 11 Fuß im Durchmesser zu Petersburg ist.

§. 309. Die Sternkegel, coniglobia, auf deren innern Fläche die Sterne abgebildet sind, sollen die Stelle der hohlen Halbkugeln vertreten. Ihre Geschichte sehe man in Scheibels l. c. S. 35. Die neusten und besten Sternkegel von Funk sind in dessen Anweisung zur Kenntniß der Gestirne auf zwey Planiglobien und zwey Sternkegeln, Leipzig 1777. 8, beschrieben.

§. 310. Die nordlichen Sternbilder der Alten sind nach der Ordnung der Zeichen:

1. Cassiepea, Κασσιεπεια: α, 3ter Größe. Schedir.

2. Andromeda: β, 2. Mirach; γ, 2. Alamak.

3. Der nordliche Triangel.

4. Perseus: α, 2. Algenib; β, 2. Algol, am Haupte der Medusa.

5. Der Fuhrmann, Auriga: α, 1. die Ziege, capella; ζ, η, 4ter Gr. die Lämmer oder Böcklein, hoedi.

6. Der grosse Bär, Vrsus s. Arctos major, oder der große Wagen, plaustrum maius: α, 2. Dubbe; ε, 2. Alioth;

rth; ζ, 2. Mizar, bey dem g, 5, Alcor, der kleine Reuter; η, 2. Benetnasch.

7. Der Bärenhüter, Bootes: α, 1. Arcturus.

8. Der kleine Bär, Ursus s. Arctos minor, oder der kleine Wagen: α, 2. der Polarstern, Cynosura; β, 2. und γ, 3. die Wächter, Vigiles.

9. Die nordliche Krone: α, 2. der Edelstein, gemma s. gnosia

10. Die Schlange, Serpens.

11. Der Drache, Draco: γ, 2. Etanin.

12. Hercules, s. Engonasis, s. Ingeniculus: α, 3. Ras Algethi.

13. Der Schlangenträger, Serpentarius s. Ophiuchus: α, 2. Ras Alhague.

14. Die Leyer, Lyra, oder der Geyer, Vultur cadens: α, 1. Wega, Fidicula.

15. Der Pfeil, Sagitta.

16. Der Adler, Vultur volans: α, 1. Atair.

17. Der Schwan, Cygnus: α, 2. Deneb.

18. Das Meerschwein, Delphinus.

19. Das kleine Pferd, Equuleus.

20. Cepheus: α, 3. Alderamin.

21. Der Pegasus: α, 2. Markab oder Markab; β, 2. Scheat Alpheras; γ, 2. Algenib.

Hieher gehören noch zwey Sternbilder der Alten, Vergl. la Lande Astron. art. 630. 643.

1. Antinous, aus den unförmlichen Sternen beym Adler. 2. Das Haar der Berenice, coma Berenices, aus den unförmlichen Sternen beym Löwen.

§. 311.

§. 311. Die Sternbilder des Thierkreises sind:

12. Die Fische, Pisces.

1. Der Widder, Aries: γ, 4. Mesarthim.

2. Der Stier, Taurus: α, 1. Aldebaran, Palilicium, Oculus Tauri, der mit den 4 kleinen θ, γ, δ, ε, die Regensterne, Hyades, oder die Sau mit den Ferkeln, Suculae, ausmacht. Nordwärts von den Hyaden stehet das Siebengestirn, Pleiades, s. Atlantides, s. Vergiliae, ein Häuflein kleiner Sterne, von denen der helleste η, 3. Alcyone oder die Gluckhenne heißt.

3. Die Zwillinge, Gemini: α, 2. Castor; β, 2. Pollux; H. Propus, ein etwas dunkler Stern, beym Fuße des Castors.

4. Der Krebs, Cancer: ε, 4. die Krippe, Praesepe zwischen γ, δ, 4. Aselli, der nördliche und südliche kleine Esel.

5. Der Löwe, Leo major, α, 1. das Löwenherz, Cor Leonis, s. Regulus, β, 1. Denebola s. Cauda Leonis.

6. Die Jungfrau, Virgo: α, 1. die Kornähre, Spica Virginis; ε, 3. die Schnitterin, Vindemiatrix.

7. Die Wage, Libra: α, 2. Zubeneschemali; β, 2, Zubenelgemubi.

8. Der Scorpion, Scorpius: α, 1. das Herz des Scorpions, s. Antares, s. Vespertilio.

9. Der Schütze, Sagittarius.

10. Der Steinbock, Capricornus: γ, 4. Deneb Algedi.

11. Der Wassermann, Aquarius: δ, 3. Scheat.

§. 312. Die südlichen Sternbilder der Alten sind nach der Ordnung der Zeichen:

1. Der Wallfisch, Cetus: α, 2. Menkar, β, 2. Deneb Kaitos.

2. Der Fluß Eridanus: α, 1. Acharnar.

3. Orion: α, 1. Betrigeuze; β, 1. Rigel; γ, 2. Bellatrix; δ, ε, ζ, (2.) der Jacobsstab, oder die drey Könige, im Gürtel.

4. Der Haase, Lepus.

5. Der große Hund, Canis maior: α, 1. Sirius, f. Canicula.

6. Der kleine Hund, Canis minor: α, 1. Procyon.

7. Das Schiff Argo, Navis: α, 1. Canopus.

8. Die Wasserschlange, Hydra: α, 1. Alphard, oder das Herz der Wasserschlange.

9. Der Becher, Crater.

10 Der Rabe, Corvus: δ, 3. Algorab.

11. Der Centaur.

12. Der Wolf, Lupus.

13. Der Altar, Ara.

14. Die südliche Krone, Corona australis.

15. Der südliche Fisch, Piscis australis: α, 1. Fomahand.

§. 313. Die neuern Sternbilder, die noch vor dem jetzigen Jahrhunderte von verschiedenen Beobachtern den alten nach und nach beygefügt worden, sind folgende:

I. Von verschiedenen Seefahrern, bald nach Entdeckung der Schiffahrt jenseit der Linie, sind neue Sterne gefunden, und daraus 12 Sternbilder um den Südpol formirt worden: 1. Der Pfau, Pavo. 2. Die Amerikanische Gans, Toucan. 3. Der Kranich, Grus. 4. Der Phönix. 5. Der Goldfisch, Dorado. 6. fliegende Fisch. 7. Die männliche Wasserschlange. 8. Das Chamäleon. 9. Die Biene, Apis. 10. Der Paradiesvogel, Apus. 11. Der südliche Triangel. 12. Der Indianer, Indus.

II. Von Edmund Halley kömmt 1. in Süden die Eiche Carls II. und vermuthlich auch 2. in Norden das Herz Carls II.

III. Von Augustin Royer kömmt:

A. in

A. in Norden: 1. Die Giraffe, Camelopardalus, zwischen dem Polarstern und Fuhrmann. 2. 3. Der Fluß Jordan, und Tigris. 4. Der Scepter. 5. Die Lilie.

B. in Süden: 1. Das Kreuz, bey den Hinterfüßen des Centaur. 2. Die Taube, unter dem Haasen. 3. 4. Die große und kleine Wolke, Nubecula maior et minor, beym Südpol.

IV. Von Gottfr. Kirch: in Norden, die Chursächsischen Schwerdter; in Süden der Brandenburgische Scepter.

V. Von Joh. Herel

A. in Norden: 1. Die Eydexe, Lacerta, (anstatt des Scepters.) zwischen dem Schwan und der Andromeda. 2. Die Fliege, Musca, (anstatt der Lilie) über dem Widder. 3. Die Jagdhunde, Canes venatici: Asterion und Chara, die der Bootes an Zäumen hält. (der Stern 2ter Gr. am Halsbande der Chara ist das Herz Carls des zweyten.) 4. Der kleine Löwe, zwischen dem Löwen und großen Bär. 5. Der Luchs, Lynx, über den Zwillingen. (num. 3. 4. 5. sind an die Stelle des Flusses Jordan gekommen.) 6. Der Fuchs mit der Gans, Vulpecula cum ansere (anstatt des Flusses Tigris) zwischen dem Schwan und Pfeile. 7. Der Berg Mänalus unter den Füßen des Bootes. (Hiezu gehören die 8 Sterne der Chursächsischen Schwerdter. 8. Der kleine Triangel, beym großen. 9. Der Cerberus, und der Zweig mit Aepfeln Cerberus et Frons, die Hercules hält.

B. in Süden: 1. Das Sobieskische Schild, scutum, über dem Kopfe des Schützen. 2. Das Einhorn, Monoceros, zwischen beyden Hunden. 3. Der Sextant, Sextans Uraniae, zwischen dem Löwen und der Wasserschlange.

§. 314. Die neuesten Sternbilder von la Caille seit dem J. 1752. in Süden: 1. Die Bildhauerwerkstätte, Apparatus sculptoris, zwischen dem südlichen Fische und Wallfische. 2. Der Chemische Ofen, Fornax chemiae, zwischen dem Wallfische und Eridanus. 3. Die Pendeluhr, Horologium, zwischen dem Goldfische und Eridanus. 4. Das Rhomboidalnetz, Reticulus, bey der Pendeluhr. 5. Der Grabstichel, Caelum sculptorium, zwischen der Taube und dem Eridanus. 7. Die Staffeley,

Equuleus sculptorius, zwischen dem Goldfische und Schiffe. 7. Der Seecompaß, Pixis nautica, beym Schiffe, der Staffeley gegenüber. 8. Die Luftpumpe, Antlia pneumatica, zwischen dem Seecompaß und der Wasserschlange. 9. Der Octant, Octans, am Südpole. 10. Cirkel, Circinus, bey den Vorderfüßen des Centaur. 11. Das Winkelmaaß, Norma, zwischen dem Wolfe und Altar. 12. Das Fernrohr, Telescopium, zwischen dem Altar und Schützen. 13. Das Vergrößerungsglas, Microscopium, zwischen dem Schützen und Kranich. 14. Der Tafelberg, Mons mensae, unter der großen Wolke.

Die Sterne der Eiche Carls II. brachte la Caille wieder zu dem Schiffe Argo, von dem sie genommen waren.

§. 315. Die übrigen neuesten Sternbilder sind:

1. le Monnier setzte 1737 das Rennthier, Equicervus, zwischen Cepheus, und Cassiepea; und 1776 den Einsiedlervogel zwischen Wage, Scorpion und Wasserschlange.

2. Der polnische Astronom Poczobut setzte 1777 den königl. Stier des Poniatowsky zwischen Schlange und Adler.

3. la Lande setzte 1774. den Erndtehüter, Messier, Custos messium, zwischen Cassiepea, Cepheus, und Giraffe. In der neuen Ausgabe, welche derselbe von dem kleinen Flammsteedschen Himmelsatlas jetzt veranstaltet, wird er ein neues Gestirn, den Mauerquadranten, zwischen θ und ι im Drachen, h im Bootes und υ im Hercules verzeichnen. Vergl. Bode's astron. Jahrb. für 1798. S. 242.

4. Bode nahm 1782 den von Kirch eingeführten Brandenburgischen Scepter beym Eridanus wieder auf, und brachte 1787. zwischen Cassiepea, Andromeda, Pegasus und Schwan, ein neues Sternbild, Friedrichs Ehre, welches aus einem Schwerdte, Oel- und Lorbeerzweige und einer Strahlenkrone besteht. Vergl. Astron. Jahrb. für 1790. S. 234.

5. Hell setzte in seinen Ephemeriden von 1790. drey neue Bilder: den Georgenpsalter, zwischen den Stier und Eridanus, und das große und kleine Herschelsche Telescop, jenes zwischen Luchs und Zwillinge, dieses zwischen Stier und Orion.

§. 316.

§. 316. Zu den besondern Arten von Sternen (vergl. Röslers Handbuch der pract. Astron. Tübingen 1788. 2ter Theil. 21. Cap.) gehören:

1. Die wandelbahren, verlohrnen, und neuen Sterne (la Lande Astr. art. 786 bis 825.) dergleichen z. E. der wandelbahre Stern o im Wallfische, und χ im Schwane, und der neue Stern in der Cassiepea, der mit α, β, γ, einen Rhombus machte. Dieser erschien 1572. im Nov. mit einem stärkern Lichte, als der Sirius, welches aber schon im Dec. abzunehmen anfing, bis er im May 1574 verschwand. Bey Herschels genauer Durchsicht des Himmels hat sich gezeigt, daß viele Sterne des Flamsteedschen Verzeichnisses sich nicht mehr finden lassen.

2. Die doppelten, und andere sonderbahre Sterne. (la Lande art. 826. bis 831.) dergleichen z. E. γ im Widder, γ in der Jungfrau, α im Centaur. Herschel hat 3 bis 6fache Sterne, und im Orion um den Stern β einen Trabanten gefunden.

3. Die Milchstraße (l. c. art. 832 bis 834.) welche beynahe einen größten Kugelkreis beschreibt, und die Ecliptik gegen die Solstitialpunkte unter einem Winkel von etwa 60 Grad schneidet. Vergl. §. 297.

4. Die Nebelsterne, und Nebelflecken (l. c. art. 835 bis 843.) wozu z. E. der am Gürtel der Andromeda, der im Krebse, der im Orion um den mittelsten Stern im Schwerde; desgleichen die große und kleine Wolke, die weißen Capflecken genannt (im Gegensatz der schwarzen Capflecken, oder des großen und kleinen Kohlensackes, die wie schwarze Wolken erscheinen: der eine im östlichen Theile des Kreutzes, der andere unter den Aesten der Carlseiche. Vergl. la Lande art. 840, und Karstens Auszug der Mathematik 1781. S. 628.)

5. Einige Sterne sollen, nach Christ. Mayers zu Manheim Beobachtung, Trabanten haben; und von mehrern haben Halley, Cassini, le Monnier, Tob. Mayer und andere eine eigene Bewegung angenommen. Vergl. Bode's Astron. Jahrb. für 1785. S. 132. u. f. und für 1787. S. 224. u. f. la Lande Astr. art. 2771. folg.

§. 317. Die Anzahl der beobachteten Sterne wächst von Zeit zu Zeit. Die Alten zählten 50 Sternbilder und 1022 einzelne Sterne. Jener sind nunmehr an 100, und dieser in Flamsteeds Verzeichnisse an 3000, in Bodens Himmelscharten über 5000. Letztere Zahl vergrößert sich immer mehr, je bessere Fernrohre man zu Hülfe nimmt. La Lande hatte schon im Jun. 1791 mit einem achtfüßigen achro-

achromatischen Fernrohre blos um den Pol bis 45 Grad, wo Flamstedt nur 1000 angegeben, 8000 Sterne deutlich beobachtet, welches für den ganzen Himmel 55000 ausmachen würde. (la Lande Astr. art. 558. 714. Additions.) La Caille hat blos in Süden 10000 Sterne beobachtet, und Herschel mit seinem Telescope, welches 5 bis 6tausendmal vergrössert, in einem Streifen von 8 Gr. Länge und 3 Gr. Breite die Zahl der Sterne an 44000 geschätzt, welches für den ganzen Himmel 75 Millionen betragen würde. (l. c. art. 558.) Herschel hat über 700 zwey bis 6fache Sterne beobachtet (l. c. art. 827.) und in der Milchstraße in einem Raume von 15 Gr. Länge und 2 Grad Breite 50000 Sterne mit seinem großen Telescope unterschieden. (l. c art. 833) Derselbe hat auch verschiedene Räume am Himmel so häufig mit Nebelsternen besetzt gefunden, daß er in einem derselben binnen einer halben Stunde 31 entdeckt. (l. c. art. 842.) In Bode's astron. Jahrb. für 1791 und 94 stehet das Verzeichniß von 2000 neuen Nebelsternen und Nebelflecken, die Herschel von 1782 bis 88 entdeckt hat.

10. Von der scheinbahren eigenen Bewegung gesammter Fixsterne, oder dem Vorrücken der Nachtgleichen.

§. 318. Erfahr. Nach allen bisherigen Beobachtungen bleibt die Breite der Fixsterne unverändert, aber ihre Länge, Rectascension, und Declination ändern sich.

§. 319. Hipparchus von Rhodus 128. J. v. C. erkannte, daß die Längen aller Fixsterne größer waren, als die Beobachtungen des Tymachares und Aristillus 294. J. v. C. und des Eudoxus Beschreibung der Himmelskugel 400 Jahr v. C. angegeben hatten. Ptolemäus von Alexandrien 136. J. n. C. fand die Länge der Sterne noch größer, als sie zu

Hip-

Hipparchus Zeiten gewesen war, und so zeigten die folgenden Beobachtungen bis auf unsere Zeiten immer eine größere Zunahme in der Länge.

§. 320. Anm. Diese Zunahme fällt besonders an den Bildern des Thierkreises in die Augen, wenn man annimmt, daß die Zeichen der Ecliptik §. 169. nach den dabey stehenden Bildern zu Anfang benannt worden, welche aber jetzt ohngefähr 30 Grad davon stehen, woraus der Unterschied zwischen dem gebildeten und ungebildeten Zeichen §. 171. entstehet.

§. 321. Zus. 1. Um die Zunahme in der Länge genauer zu bestimmen, vergleiche man ältere und neuere Beobachtungen. Z. E. die Länge der spica virginis war nach Hipparch

128. J. v. C.	5 Zeichen + 24°	nach Beobachtung
v. J. 1750. n. C.	6 Zeichen + 20° + 21′,	folglich
Zunahme der Länge in 1878 J.	26° 21′	

welches im Durchschnitt auf ein Jahr $50\frac{1}{2}''$ beträgt.

La Lande nahm aus dem Verzeichniß des Ptolemäus 14 Sterne, deren Längen nach Hipparch angegeben sind, und fand die mittlere Zunahme 1° 23′ 52″ für ein Jahrhundert, wofür la Caille 1° 23′ 55″ setzt; woraus die jährliche Zunahme $50\frac{1}{3}''$ folgt.

Aus Vergleichung von 200 Längen in den Verzeichnissen von Flamsteed und la Caille fand la Lande die Säcular-Zunahme 1° 23′ 45″ = 5025″, welches für ein Jahr 50, 25″ oder $50\frac{1}{4}''$ beträgt. (la Lande Astron. art. 915 bis 918.)

De Lambre hat seine und des la Caille Beobachtungen verglichen, und daraus die Säcular-Zunahme

 5013″

5013" gefunden. (Bode's astron. Jahrb. für 1795. S. 198.)

§. 322. Zus. 2. Daß die Fixsterne ihre Breite beybehalten, und nur ihre Länge ändern, kömmt entweder von einer wirklichen Bewegung der Sterne, die in Kreisen mit der Ecliptik parallel vorwärts gehen, also sich gemeinschaftlich um der Ecliptik Pole drehen; oder blos davon, daß der Frühlingspunkt rückwärts gehet.

Denn es sey (Fig. 18.) EL die Ecliptik, AQ der Aequator, S ein Fixstern, dessen Breite = SV, und Länge = 0: so muß, wenn letztere zunimmt, ohne daß sich erstere ändert, entweder der Stern S um so viel nach s mit EL parallel östlich gegangen, oder der Frühlingspunkt V westlich nach v um eben so viel gerückt seyn.

§. 323. Zus. 3. Da die Zunahme in der Länge allen Fixsternen gemein, und bey dem einen so groß als bey dem andern ist: so ist es natürlicher anzunehmen, daß blos der Frühlingspunkt rückwärts gehe, als daß alle Sterne, einer so viel als der andere vorwärts gehen sollten.

§. 324. **Erkl.** Diese eigene Bewegung des Frühlingspunktes von Osten nach Westen, wodurch die Länge der Sterne um dieselbe Größe vermehrt wird, heißt das **Vorrücken der Nachtgleichen**, praecessio aequinoctiorum, welches jährlich $50\frac{1}{4}$ S. beträgt. §. 321.

§. 325. Anm. In Absicht der Zeichen der Ecliptik ist dieses ein Zurückweichen, indem der Frühlingspunkt westlich gegen die Ordnung der Zeichen, also rückwärts gehet. Weil aber hiedurch der Frühlingspunkt bey der täglichen Umdrehung der Himmelskugel den Fixsternen zuvoreilt, und bey der jährlichen Bewegung der Sonne ihr entgegenkömmt, so hat man es das Vorrücken genennt. (Vergl. la Lande Astron. art. 876. pag. 294 not. a.) Von den Ursachen des Vorrückens handelt l. c. art. 3692. bis 3745.

§. 326. Zus. 1. (Fig. 18.) Das Vorrücken der Nachtgleichen wird erfolgen, wenn die Ecliptik EL unbeweglich ist, der Aequator AQ aber, der sie in V schneidet, (mit paralleler Bewegung, in so fern die Schiefe der Ecliptik unverändert bleibt) nach a q herabrückt, und die Ecliptik nunmehr in v schneidet.

Nach dieser Hypothese ist die Breite des Sterns S noch die vorige SV; die Länge, die vorher Null war, nun vV; die Declination, die vorher ST war, nun St; und die Rectascension, die vorher VQAT war, nun vt. Demnach ist die Breite unverändert geblieben, mit der Länge aber zugleich Declination und Rectascension verändert worden; alles wie es die Beobachtungen und Rechnungen lehren.

§. 327. Zus. 2. (Fig. 19.) Diese Veränderung in der Lage der Aequatorsebene, und ihrer Durchschnittspunkte mit der festen Ebene der Ecliptik, setzt eine Umdrehung der Axe des Aequators um die unverrückte Axe der Ecliptik voraus, wobey der Pol des Aequators um den Pol der Ecliptik einen Kreis beschreibt, dessen Halbmesser der unveränderten Schiefe der Ecliptik zugehört.

Denn es sey EL die Ecliptik und deren Pol K; AQ der Aequator, und dessen Pol P; V und W die

Nachtgleichen, oder Durchschnittspunkte der beyden Ebenen. Legt man nun durch K und P den größten Kreis KPEA, so stehet dessen Bogen EA von den Durchschnittspunkten V, W, um 90 Gr. ab, und ist also das Maaß der Neigung beyder Ebenen, auch dem Bogen PK gleich, weil PA = KE = 90°. Verrücken sich demnach die Punkte V, W, so muß auch der Kreis AK, der von ihnen immer um 90 Gr. entfernt bleibt, um eben so viel sich verrücken, wodurch P um K einen Kreis beschreibt; eben so, als wenn die Axe des Aequators CP, um die unverrückte Axe der Ecliptik CK einen Kegel beschriebe, dessen Grundfläche dann der Kreis ist, den P um K beschreibt. (Vergl. la Lande Astron. art. 1353.) Da die Schiefe der Ecliptik eine kleine Veränderung leidet §. 215: so bildet diese Bewegung nur beynahe einen Kreis, den man aber so lange als einen vollkommenen Kreis ansehen kann, als sich die Schiefe der Ecliptik unverändert setzen läßt.

§. 328. Zus. 3. Setzt man hienach alle Sterne in ihren Stellen unverrückt, daß blos der Weltpol um den unverrückten Pol der Ecliptik einen Kreis beschreibe: so wird der Weltpol sich immer andern und andern Sternen nähern, und der Aequator die Ecliptik in andern und andern Punkten schneiden, also der Frühlingspunkt andere und andere Sterne treffen; wobey deren Breite unverändert bleibt, die Länge um eine bestimmte Größe zunimmt, Rectascension aber und Declination nach der verschiedenen Lage der Sterne verschiedentlich geändert werden. Und dieses ist auch der Grund, warum §. 278. II. die Rectascension des Sterns das eine Mahl γ, das andere Mahl g gesetzt wurde.

§. 329.

§. 329. Zus. 4. Da sich aus gegebener Länge und Breite eines Sterns, seine Rectascension und Declination berechnen läßt §. 293: so läßt sich auch aus der Veränderung in dem Gegebenen, die dadurch bewürkte Veränderung in dem Gesuchten finden.

§. 330. Anm. Diese Rechnung wird viel bequemer und sicherer mittelst der Differentialformeln geführt, welches aber hier übergangen werden muß. Man vergleiche Kästners III. astron. Abh. 473. bis 513. la Lande Astron. art. 2720 bis 2737. Die §. 279. III. gesetzte Differenz $g - \gamma = 18''$ ist die Würkung des Vorrückens, der Aberration und Nutation (la Lande Astr. art. 876. not. c.)

§. 331. Zus. 5. Da das Vorrücken der Nachtgleichen jährlich 50, 25'' beträgt §. 321, folglich in 70 Jahren beynahe einen Grad, und 360 Grad in 25793 Jahren: so rücken die Sternbilder, indem unser Nordpol westlicher wird, immer weiter vom Frühlingspunkte östlich ab; bis nach Ende der oben angegebenen Zeit der ganze Lauf vollendet, und alles seine anfängliche Stelle wieder eingenommen hat. Man nennt diesen Zeitraum das große oder das Platonische Jahr. (la Lande Astron. art. 1574.) welches von den Auslegern zu 12954 Jahren angesetzt wird, Tacitus de orat. 16; aber gewiß die ganz andere Periode der Zusammenkunft aller Planeten anzeigt. Platon. Timaeus ed. Bipont. Tom. IX. p. 321. d. (Die Uebersetzung dieser Stelle Cic. Oper. Bipont. Tom. XII. pag. 341.) Cic. de nat. Deor. II. 20.

§. 332. Zus. 6. Die Sternverzeichnisse, Charten und Kugeln, welche die Lage der Sterne gegen die Ecliptik und den Aequator angeben, können also nur für eine gewisse Zeit gelten. Sind sie indeß für irgend

gend eine Zeit richtig: so kann man aus ihnen Folgerungen für vergangene sowohl, als zukünftige Zeiten herleiten. §. 329.

§. 333. Anm. 1. Man könnte sehr leicht unsern künstlichen Himmelskugeln eine grössere Brauchbarkeit geben, (theils um das Vorrücken der Nachtgleichen, und dessen Folgen sinnlich zu machen, theils den Stand des Himmels für jede Zeit darzustellen) wenn man mit Weglassung des unnützen Stundenrings §. 307. in den Polen der Ecliptik kleine Pfannen anbrächte, worinn man die zu den Weltpolen gehörigen Stifte einschraubte, um dieselben im Mittagsringe einzuhängen, daß sich die Kugel so wohl um die Pole der Ecliptik, als um die Weltpole drehen könnte.

§. 334. Anm. 2. Noch genauer, aber umständlicher, dient hiezu die Einrichtung, welche Erhard Weigel seiner (heraldischen) Himmelskugel gegeben hat, um sie dadurch für alle Zeiten brauchbar zu machen. Es drehet sich nämlich seine Kugel im Colur der Solstitien, mit welchem noch zwey messingene gehörig einander schneidende und eingetheilte Ringe verbunden sind, welche den Aequator und die Ecliptik vorstellen. Diese die Sternkugel umgebende innere Ringkugel drehet sich mit ihr zugleich um die Weltpole in dem Mittagskreise, womit der in Viertelstunden eingetheilte Aequinoctialkreis, nebst einem Ringe durch beyde sechste Stunden, und den beyden Wendekreisen von Drath, verbunden ist. Diese äussere aus den oben genannten 5 Stücken bestehende Ringkugel, wird in dem Gestelle, welches den hölzernen Horizont trägt, befestigt, und mittelst des in seine Grade eingetheilten Mittagsrings nach der Polhöhe des Orts gestellt. Vergl. Weigelii globorum correctorum descriptio Ienae 1681. 4.

§. 335. Anm. 3. In des Cl. Ptolemäus Beobachtung und Beschreibung der Gestirne von J. E. Bode Berlin 1795. 8. findet man eine Zeichnung der beyden Stern-Hemisphären für die Zeit des Ptolemäus, welche nebst deren Beschreibung S. 241. u. f. für die hieher gehörigen Untersuchungen von grosser Brauchbarkeit ist.

§. 336. Erkl. Ein siderisches Sonnenjahr ist die Zeit, in welcher die Sonne von einem Fixsterne, bis wieder zu demselben umläuft; zum Unterschiede vom tropischen Sonnenjahre, oder der Zeit, in welcher die Sonne vom Frühlings

lingspunkte bis wieder zu demselben umläuft. §. 219.

§. 337. Zus. 1. Da der Fixstern seine Stelle unverändert beybehält, der Frühlingspunkt aber der Sonne um $50\frac{1}{4}''$ entgegen kömmt §. 324: so giebt das siderische Sonnenjahr einen vollen Umlauf von 360 Gr. das tropische aber nur einen Umlauf von $360^0 - 50\frac{1}{4}''$.

§. 338. Zus. 2. Setzt man T das siderische Sonnenjahr, t das tropische, π die ganze Peripherie, und p die Präcession: so ist $\pi - p : \pi = t : T$, folglich $T = \frac{\pi t}{\pi - p}$; folglich $T - t = \frac{p}{\pi - p} \cdot t = \frac{1}{\frac{\pi}{p} - 1} \cdot t$; wo

$\pi = 1296000''$, und $p = 50,25''$, also $\frac{\pi}{p} = 25791$,

folglich $T - t = \frac{1}{25790} \cdot t$ ist. Nun ist nach §. 220.

$t = 365$ T. 5 St. $48'\ 48'' = 365,24222 \ldots$ T. = $31556928''$ welches mit 25790 dividirt

giebt $T - t = 1223,6$

folglich $T = 31558151,6$

oder da $T - t = 1223,6'' = 20'\ 23,6''$ so ist $T = 365$ T. 6 St. $9'\ 11,6''$, welches mit la Lande Astr. art. 891. übereinstimmt.

§. 339. Anm. Für das bürgerliche Leben ist das tropische Sonnenjahr zur Eintheilung der Zeit bequemer, weil sich Tageslängen und Jahreszeiten nach dem Stande der Sonne gegen die Nachtgleichen richten; aber in der Astronomie muß man auch das siderische Sonnenjahr, welches einen vollen Umlauf giebt, kennen. Dieses liesse sich nach den Methoden §. 278. durch die unmittelbahre Beobachtung der Zeit finden, in welcher die Sonne einerley Stand gegen den Fixstern wieder erhält.

II. Das

11. Das Weitere von der gemeinen Bewegung der Himmelskörper.

§. 340. Erkl. Unterscheidet man Sterntag und Tag der ersten Bewegung von einander: so verstehe man unter letzterm die Zeit zwischen zwey nächsten Culminationen des Frühlingspunktes, welcher wegen der Präcession, die man hier als gleichförmig annimmt, dem Sterne um etwas ganz geringes voreilt. Letztern nennt man auch den künstlichen, und erstern den natürlichen Sterntag.

§. 341. Anm. I. Die Zeit, in welcher ein bestimmter Punkt am Himmel von einer obern Culmination bis zur nächsten kommt, heißt überhaupt ein Tag, und ist die Zeiteinheit, oder das Maaß, wonach wir die Zeit messen; welches also sich stets gleich bleiben, und in gleiche Theile eingetheilt werden muß. Zu einem solchen Maaße hat uns die Natur die gemeine Bewegung der Fixsterne gegeben, welche durchaus gleichförmig ist, §. 234. Jeder andere Punkt am Himmel, der seinen Stand gegen die Fixsterne ändert, ist dazu nicht eher tauglich, als bis man ihn unter Bedingungen betrachtet, welche seine Bewegung gleichförmig machen. Hieraus entsteht der Unterschied zwischen natürlichem und künstlichem Zeitmaaße, wobey aber ein Tag, welcher es auch sey, immer auf gleichförmige Art in 24 Stunden getheilt wird, und für jede Stunde 15 Grad in der Bewegung gerechnet werden.

II. Wenn bey Beobachtungen von Sternzeit die Rede ist, so wird darunter allemal der Tag der ersten Bewegung, oder die künstliche Sternzeit verstanden; wonach sich die Rectascension der Himmelskörper unmittelbahr beobachten läßt. Auch hat dieses seinen Grund in einem bestimmten Anfange des Sterntages, den die Culmination des Frühlingspunktes giebt. Der practische Astronom muß daher zwey Uhren haben, die eine für die mittlere Zeit, welche nach dem mittlern Mittage gestellt ist; die andere für die Sternzeit, welche nach der Culmination des Frühlingspunktes gestellt wird. Die nun folgende Vergleichung der Zeit ist aus einer vortrefflichen Abhandlung des Herrn Prof. Klügels genommen, die in dem astron. Jahrbuche für 1798. u. f. eingerückt ist.

§. 342.

§. 342. Aufg. Die Zeit der täglichen Umwälzung sey D für den Körper A, und $d < D$ für den Körper B; man verlangt die Verhältniß dieser Zeiten, wenn T die Zeit von einer Conjunction beyder Körper bis zur nächsten ist.

Aufl. I. Setzt man 360 Gr. oder 24 St. $= \pi$, so ist $d : D = \pi : \frac{\pi D}{d}$, also für B in der Zeit D der Bogen $\frac{\pi D}{d}$ also der Vorsprung vor A der Bogen $\frac{\pi D}{d} - \pi = \frac{\pi (D - d)}{d}$. Nun kommen beyde in der Zeit T wieder zusammen. Folglich ist $\frac{\pi (D - d)}{d} : \pi = D : T$, d. i. $D - d : d = D : T$, folglich $D : d = D + T : T$.

II. Da nach Obigem $D - d : D = d : T$, so ist auch $d : D = T - d : T$. Diese Proportion hätte man auch auf vorige Art aus der relativen Bewegung von A in der Zeit d finden können; nämlich $D : d = \pi : \frac{\pi d}{D}$, folglich $\pi - \frac{\pi d}{D} = \frac{\pi (D - d)}{D}$. Demnach ist $\frac{\pi (D - d)}{D} : \pi = d : T$, d. i. $D - d : D = d : T$.

§. 343. Zus. 1. Es sey A die gleichförmige Sonne, B ein Fixstern, so ist D ein mittlerer Sonnentag, d ein natürlicher Sterntag, und T ein siderisches

sches Sonnenjahr. Setzt man $T = a\,D$, so ist nach §. 342. $D : d = a + 1 : a$, und nach §. 338. $a =$ 365 T. 6 St. 9' 10, 6'', also $a + 1 =$ 366 T. 6 St. 9' 10, 6'', und man hat

$$\frac{D}{d} = \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} = 1 + \frac{86400''}{8766\ \text{St.}\ 9'\ 11,\ 6''}\text{.}\quad \frac{d}{D} = \frac{a}{a+1} = 1 - \frac{1}{a+1} = 1 - \frac{86400''}{8790\ \text{St.}\ 9'\ 11,\ 6''}$$

Diese Quotienten findet man durch die Sexagesimalrechnung §. 245, wenn man $\overset{-2}{86400}$ zuerst mit $\overset{0}{8766} + \overset{-1}{9} + \overset{-2}{11,\,6}$ und dann mit $\overset{0}{8790} + \overset{-1}{9} + \overset{-2}{11,\,6}$ dividirt; wodurch man erhält:

$$\frac{D}{d} = 1 + \frac{1}{a} = \overset{0}{1} + \overset{-2}{9} + \overset{-3}{51} + \overset{-4}{21} + \overset{-5}{56} \ldots\ldots$$

$$\frac{d}{D} = 1 - \frac{1}{a+1} = 1 - (\overset{-2}{9} + \overset{-3}{49} + \overset{-4}{45} + \overset{-5}{3} \ldots\ldots)$$

Multiplicirt man dies mit 24, so ist, wenn man mittlere Sonnenzeit durch h, m, s, t, und Sternzeit durch H, M, S, T, ausdrückt.

$$24\,h = 24\,H + 3\,M + 56\,S + 32\,T + 46^{IV} + \ldots$$
$$24\,H = 24\,h - (3\,m + 55\,s + 54\,t + 1^{IV} + \ldots)$$
$$= 23\,h + 56\,m + 4\,s + 5\,t + 59^{IV}.$$

(Vergl. §. 253. 254.)

§. 344. Zus. 2. Es sey A die mittlere Sonne, B der Frühlingspunkt: so ist D ein mittlerer Sonnen-

tag,

tag d ein künstlicher Sterntag (Tag der ersten Bewegung) und T ein tropisches Sonnenjahr. Setzt man dieses $T = bD$, so ist nach §. 342. $D : d = b + 1 : b$, oder $\frac{D}{d} = \frac{b+1}{b} = 1 + \frac{1}{b}$, und $\frac{d}{D} = \frac{b}{b+1}$

$= 1 - \frac{1}{b+1}$, wo $b = 365$ T. 5 St. 48′ 48″ und die Rechnung wie §. 343. geführt wird. Hiedurch findet man

$$\frac{D}{d} = \overset{0}{1} + \overset{-2}{9} + \overset{-3}{51} + \overset{-4}{23} + \overset{-5}{18} \ldots$$

$$\frac{d}{D} = \overset{0}{1} - (\overset{-2}{9} + \overset{-3}{49} + \overset{-4}{46} + \overset{-5}{25} \ldots) \text{ folglich}$$

$$24\ h = 24\ H + 3\ M + 56\ S + 33\ T + 19^{IV}$$
$$24\ H = 24\ h - (3'\ 54''\ 54'''\ 34^{IV})$$
$$= 23\ h + 56\ m + 4\ s + 5\ t + 26^{IV}.$$

§. 345. Zus. 3. Bey Stundenwinkeln der Fixsterne ist von natürlicher Sternzeit, bey der Rectascension aber von künstlicher Sternzeit die Rede; daher man dort die Quotienten in §. 343, hier aber die in §. 344. gebrauchen sollte, obgleich der Unterschied in Praxi fast unbeträchtlich ist.

§. 346. Zus. 4. Die Beschleunigung der Sterne §. 255. in der Zeit t ist nach §. 344. $\frac{t}{b}$ in Sternzeit, und $\frac{t}{b+1}$ in mittlerer Zeit. Da b = 365,2422... so ist für 24 St. oder 1440′ erstere 3′ 56,55″ letztere 3′ 55,909″ (Vergl. §. 255.)

§. 347. Aufg. (Fig. 26.) Man rechne die Zeit von des Körpers A Durchgange durch den Meridian Pp, da der Körper B um den Winkel δ (der durch den Unterschied der Rectascensionen beyder Körper gegeben ist) östlich vom Meridian entfernt war. Ihre täglichen Umlaufszeiten seyen D, d, wo $D >$ oder $< d$ seyn kann. Nun habe in einerley Zeit, A den Winkel x, B den Winkel $\delta + y$ beschrieben, wo y auch verneint seyn, also auch den östlichen Abstand des Körpers B vom Meridian zu solcher Zeit anzeigen kann; man sucht eine Vergleichung zwischen x und y.

Aufl. Da sich die in einerley Zeit beschriebenen Winkel, wie die Winkelgeschwindigkeiten, also umgekehrt wie die Umlaufszeiten verhalten: so ist $x : \delta + y = d : D$, folglich $x = \frac{d}{D}(\delta + y)$ und $y = \frac{D}{d} x - \delta$.

Oder, da aus obiger Proportion folgt $\delta + y - x : \delta + y = D - d : D$, und

$$\delta + y : x = D - d : d,$$ so ist auch

$$x = \delta + y - \frac{D-d}{D}(\delta + y) \text{ und } y = x - \delta + \frac{D-d}{d} x.$$

§. 348. Zus. 1. Drückt man die Winkel x, y, δ, in Zeit aus, und nennt T die Zeit der Culmination von B: so ist $x = T$, und $y = 0$, folglich $T = \frac{d}{D}\delta$

$$= \delta - \frac{D-d}{D}\delta.$$

§. 349.

§. 349. Zus. 2. Die Bewegung beyder Körper ist entweder gleichförmig, oder wird doch während eines Umlaufs als gleichförmig angesehen. Während eines solchen Umlaufs sey die Verminderung der Rectascension α für A und β für B, daß also $\alpha > \beta$, wenn $D > d$ ist. Folglich werden in der Zeit D, von A 360 Gr. oder π, von B aber $\pi + \alpha - \beta$ beschrieben, und es ist $d : D = \pi : \pi + \alpha - \beta$, folglich $d : D - d = \pi : \alpha - \beta$.

§. 350. Zus. 3. Setzt man diese Werthe in §. 347. 348: so erhält man $y = x - \delta + \frac{\alpha - \beta}{\pi} x$, und

$$T = \frac{\pi}{\pi + \alpha - \beta} \delta = \delta - \frac{\alpha - \beta}{\pi} \delta.$$

§. 351. Anm. Setzt man A die Sonne, B einen Planeten, so ist die Formel $\tau = \frac{\pi \delta}{\pi + \alpha - \beta}$ dieselbe, die in Kästners III. astron. Abh. 407 gegeben wird: $z = \frac{24 \alpha}{24 + \theta - \delta}$ wo z, 24, α, θ, δ anstatt τ, π, δ, α, β stehen. la Lande Astron. art. 999. schreibt dieselbe Formel $T = \frac{24\ A}{24 + S - P}$. Für einen rückläufigen Planeten wird unser β verneint: für einen Fixstern ist $\beta = 0$; da dann mit dem Werthe $\frac{\pi \delta}{\pi + \alpha}$ für die wahre Zeit der Werth $\frac{\gamma - \beta}{\pi}$. 24 H §. 234. I. für die Sternzeit, übereinstimmt, wenn man δ für $\gamma - \beta$ setzt und die Sternzeit durch wahre Zeit ausdrückt. Zur bequemen Berechnung obiger Formel, hat Hr. de Lambre eine Tafel gegeben, (Bode's astron. Jahrb. für

1790. S. 153.) welche die Logarithmen von $\frac{24}{24+\alpha-\beta}$ für jeden Werth von $\alpha-\beta$ von 10 zu 10″ enthält, wozu man also blos den log δ zu addiren hat. Beyspiele von der wahren Zeit der Culmination des hellen Sterns in der Leyer und des Mondes findet man Kästners l. c. 410. u. f.

§. 352. Zus. 4. Ist A die mittlere Sonne, B der Frühlingspunkt: so lassen sich mittelst der Formeln §. 347. mittlere Zeit und Zeit der ersten Bewegung in einander verwandeln. Denn hier bedeutet x, y, den westlichen Abstand der mittlern Sonne und des Frühlingspunktes vom Meridian. Setzt man nun A die Rectascension der Sonne zur Zeit des mittlern Mittags, und drückt alles in Zeit aus: so ist $\delta = 24$ St $-$ A (vergl. Fig. 15.) Da nun D : d = b + 1 : b §. 344: so ist aus §. 347.

$$x = 24 - A + y - \frac{1}{b+1}(24 - A + y) \text{ und}$$

$$y = x + A - 24 + \frac{1}{b}x; \text{ oder wenn } \delta = -A$$

(Vergl. Fig. 17.)

$$x = y - A - \frac{1}{b+1}(y - A) \text{ und}$$

$y = x + A + \frac{1}{b}x$. Zu diesen Rechnungen hat man aus §. 344.

$$\frac{1}{b} = 9^{-2} + 51^{-3} + 23^{-4} + 18^{-5}, \text{ und}$$

$$\frac{1}{b+1} = 9^{-2} + 49^{-3} + 46^{-4} + 25^{-5}.$$

Exempel.

Exempel. Am 31 Jan. 1791 ward zu Gotha in Sternzeit $y = 8\,H + 59\,M + 36,4\,S$ die Culmination des Uranus beobachtet, als $A = 20\,H + 42\,M + 26,5\,S$ war. Hieraus kommt die mittlere Sonnenzeit $x = 12\,h + 15\,m + 9,1\,s$.

Oder am 2 Jan. 1787 geschah zu Marseille in mittlerer Sonnenzeit $x = 17\,m + 25,5\,s$, die Culmination der Venus, als $A = 18\,h + 48\,m + 2,5\,s$ war. Hieraus kömmt die Sternzeit $y = 19\,H + 5\,M + 30,9\,S$.

§. 353. Zus. 5. Es läge ein Ort der Erde y Stunden westlicher als ein anderer, für welchen die Zeit τ der Culmination eines Weltkörpers B in Stunden des Tages D nach §. 348. berechnet ist, wonach $\delta = \frac{D}{d}\tau$. Setzt man diesen Werth für δ in §. 347: so ist $y = \frac{D}{d}(x - \tau)$ und $x = \tau + \frac{d}{D}y$ also $x - y = \tau - \frac{D-d}{D}y$. Letzteres ist die Zeit der Culmination von B für den westlichern Ort nach der Uhr dieses Orts gerechnet. Läge dieser Ort östlich, so wäre y negativ. Wären D und d nicht unmittelbahr gegeben, so muß man die Verhältniß $D : d$ oder $D : D - d$ aus den Veränderungen der Rectascension α und β mittelst §. 349. berechnen.

Exempel. Zu Paris culminirte der Mond am 2 Nov. 1762 um $2\,h + 44\,s$. am folgenden Tag um $3\,h + 44\,s$. Wann culminirte der Mond zu Maynz, welches $24'$ Zeit östlich von Paris liegt? Hier ist D ein Tag von 24 St. d ein Tag von 25 St. folglich $D - d = -1$ St. und $y = -24'$, folglich die verlangte Zeit $2\,h + 43\,m$ Maynzer Uhr.

§. 354. Zus. 6. Es sey in §. 347. A die mittlere Sonne, B die wahre, D der mittlere, und d der wahre Sonnentag; die wahre Sonne stehe von der mittlern im Meridian um den Bogen δ ab, und es sey der Stundenwinkel der mittlern Sonne x, der wahren y: so ist nach den Formeln §. 347. der Unterschied dieser Stundenwinkel in Zeittheilen ausgedrückt, oder die Zeitgleichung, aequatio temporis, $x - y = \delta - \frac{D-d}{d}$ x; oder, wenn α, β, die Veränderungen in der Rectascension der mittlern und wahren Sonne für einen mittlern Tag bedeuten, $x - y = \delta - \frac{\alpha - \beta}{\pi}$ x. §. 350. Hier ist δ der Unterschied der mittlern und wahren Rectascension im mittlern Mittag, der wie x und y noch in Zeittheilen auszudrücken ist. Drückt man α und β gleichfals in Zeit aus, so muß man 24 für π setzen. Alsdann ist $\frac{\alpha - \beta}{\pi}$ x die Veränderung des Unterschiedes der beyden Rectasceensionen in der Zeit x, also x - y der Unterschied der beyden Rectascensionen zur Zeit x nach dem mittlern Mittage (welchen die Tafeln geben) in Zeittheilen zu 15 Grad für eine Stunde.

§. 355. Zus. 7. Die Formel §. 354. dient die mittlere Zeit in wahre Zeit zu verwandeln. Wäre aber die wahre Zeit y gegeben, so muß man x - y durch y ausdrücken, da dann aus §. 347. $x - y = \delta - \frac{D - d}{D}(\delta + y)$ folglich nach §. 350. $x - y = \delta - \frac{\alpha - \beta}{\pi + \alpha - \beta}(\delta + y.)$ Letzterer Werth von x - y ist derselbe, wie §. 355, weil $\pi : \pi$

$\pi : \pi + \alpha - \beta = d : D$ §. 349 $= x : \delta + y$ §. 347. folglich $\delta + y = \frac{\pi + \alpha - \beta}{\pi} x$, und $\frac{\alpha - \beta}{\pi + \alpha - \beta}(\delta + y)$ $= \frac{\alpha - \beta}{\pi} x$ ist; wodurch die Richtigkeit des Verfahrens bey gegenseitiger Verwandelung der mittlern und wahren Zeit genugsam bestätigt wird.

§. 356. Erkl. Der Winkel, welchen die Ecliptik mit dem Horizonte macht, heißt der Winkel des Aufgangs, angulus orientis; der Punkt der Ecliptik, welcher 90 Grad von ihrem aufgehenden Punkte absteht, der Neunzigste, Nonagesimus, und dessen Höhe, die Höhe des Neunzigsten, altitudo nonagesimi.

§. 357. Aufgabe. (Fig. 21.) Aus der Stunde des Tages, und der Länge der Sonne, den culminirenden und aufgehenden Punkt der Ecliptik, nebst dem Winkel des Aufgangs zu finden.

Aufl. Es sey P der Nordpol, AQ der Aequator, Z das Zenith, HR der Horizont, und ELW ein Bogen der Ecliptik, worinn S die Sonne, E der culminirende, und L der aufgehende Punkt, W der Herbstpunkt auf der östlichen Halbkugel unter dem Horizonte, folglich der Frühlingspunkt auf der westlichen Halbkugel über dem Horizonte. Alle Größen sind hier zwar unter 90 Grad angenommen, aber die hierauf berechneten Formeln können leicht mit Hülfe der Zeichen auf andere Voraussetzungen gebracht werden.

Nun weiß man die Länge der Sonne λ, und was dadurch aus §. 192. bekannt ist, auch die Stunde des Tages EPS = τ, und sucht E, L, und ELH.

I. Vergleicht man Fig. 13. mit Fig. 21, so hat hier ES dieselbe Richtung, die dort EF hat, daß also hier S den dortigen Winkel F = φ vorstellt; daher hier im △ EPS, aus PS, dem Complemente der Abweichung δ, aus dem §. 192 gefundenen φ, und aus dem gegebenen τ, das Uebrige, PES, PE, ES, gefunden wird (Trigon. VI. 16. 17. 12.) da dann aus λ − ES die Länge des culminirenden Punkts der Ecliptik E bekannt, seine Rectascension aber die Rectascension der Mitte des Himmels §. 239. ist.

II. Für den gefundenen Punkt E setze man die Länge = l, Rectascension = r, Abweichung = a, und den Winkel mit dem Meridiane PES = f: so ist, da ε die Polhöhe bedeutet, im rechtwinklichten △ EHL, HE = R − ε + a, HEL = 2 R − f gegeben, und man sucht daraus den Winkel des Aufgangs ELH = n; da dann (für Trigon. V. 4.) was dort B, b, C, hier L, HE, E, folglich, was dort cos B = cos b . sin C, hier cos n = sin (ε − a) . sin f.

Da aber aus §. 192. VI. $\frac{\sin\gamma}{\sin\lambda} = \sin\varphi$, hier $\frac{\sin r}{\sin l}$

$= \sin f$ ist, so hat man auch $\cos n = \frac{\sin(\varepsilon - a) . \sin r}{\sin l}$

Da r, und l allemahl zugleich unter oder über 180 Gr. sind: so ist, wenn ε > a, also ausser der heissen Zone, der Winkel n allemahl spitz; in der heis-

sen

sen Zone aber wird er, wenn $a =$ oder $> s$ ist, 90 Gr. und drüber.

Sind r und l zugleich $= 0$, oder zugleich $= 180$ Gr. wo die Nachtgleichen im Meridian sind: so ist aus §. 192. II. $\cos \theta = \frac{\cot l}{\cot r} = \frac{\tang r}{\tang l} = \frac{\sin r}{\sin l}$. Folglich ist für diesen Fall, wo auch $a = 0$ ist, $\cos n = \sin s \cdot \cos \theta$.

III. Für (Trigon. V. 5.) ist hier $a = EL$, $B = E = 2R - f$, $c = HE = R - s + a$, folglich, was dort $\cot a = \cos B \cdot \cot c$, hier $\cot EL = - \cos f \cdot \tang (s - a)$.

Da aber aus §. 192. X. $\cos f = \cos r \cdot \sin \theta$, so hat man auch $\cot EL = - \cos r \cdot \sin \theta \cdot \tang (s - a)$.

Ausser der heissen Zone ist also allemahl EL über oder unter 90 Grad, nachdem sich r im 1ten und 4ten, oder im 2ten und 3ten Quadranten befindet. Nämlich im ersten Falle ist der Frühlingspunkt über dem Horizonte, westlich, oder östlich, nachdem r im 1. oder 4. Quadr. ist; im zweyten Falle aber unter dem Horizonte westlich oder östlich, nachdem r im 2. oder 3. Quadr. ist; welches alles eine Himmelskugel sinnlich macht.

IV. Für (Trigon. V. 2.) ist hier $b = HL$, $B = E = 2R - f$, $c = HE = R - s + a$, folglich was dort $\tang b = \tang B \cdot \sin c$, hier $\tang HL = - \tang f \cdot \cos (s - a)$.

Da aber aus §. 192. VIII. cot f = tang θ . cos l, oder $\frac{\cot \theta}{\cos l}$ = tang f, so hat man auch tang HL = $\frac{\cot \theta}{\cos l}$. cos (e − a).

Da r und l allemahl sich in einerley Quadranten endigen, folglich die Cosinus beyder Bogen allemahl zugleich bejaht oder verneint sind: so ist HL mit EL zugleich über oder unter 90 Gr. (III.) welches auch, weil n spitz ist, mit Trigon. §. 107, 2. übereinstimmt.

§. 358. Aufg. (Fig. 22.) Die Höhe und Länge des Neunzigsten, und den Bogen zwischen dem culminirenden Punkt der Ecliptik und dem Neunzigsten zu finden.

Aufl. Es sey HR der Horizont, z das Zenith, der Bogen der Ecliptik LN = 90 Gr, und durch N der Scheitelkreis ZC gelegt, daß also N der Neunzigste, NC die Höhe des Neunzigsten, und NE der Bogen zwischen dem Neunzigsten N und culminirenden Punkt E.

I. Der Horizont ist auf den Scheitelkreis senkrecht, und gehet also durch dessen Pol, folglich ist LC wie LN ein Quadrant, folglich CN das Maaß des Winkels NLC, also durch den Winkel n §. 357. II. gefunden, cos n = $\frac{\sin (e - a) . \sin r}{\sin l}$.

Da der Neunzigste auf der westlichen oder östlichen Halbkugel ist, nachdem LE > oder < 90 Gr.

D. i.

d. i. nach §. 357. III. ausser der heissen Zone, nachdem der Frühlingspunkt über oder unter dem Horizonte ist; oder, weil sich l und r allemahl in einerley Quadranten endigen, nachdem der culminirende Punkt der Ecliptik in den aufsteigenden, oder absteigenden Zeichen ist.

Hieraus sieht man zugleich, daß der Neunzigste im Meridian seyn müsse, wenn der culminirende Punkt in der Gränze beyder Zeichen, also im Solstitial-Punkte befindlich. Alsdann ist der Neunzigste auch der culminirende Punkt, und die Nachtgleichen sind im Horizonte.

II. Im rechtwinklichten $\triangle$ ZNE, kennt man ZE, und den Winkel ZEN $=$ f, als den Scheitelwinkel von F in Fig. 13; da dann für (Trigon. V. 8.) hier c $=$ EN, B $=$ f, a $=$ R $-$ ε $+$ a, folglich was dort tang c $=$ cos B. tang a, hier tang EN $= \dfrac{\cos f}{\cot(\varepsilon - a)}$

Da aber aus §. 192. X. cos f $=$ cos r . sin θ, so hat man auch tang EN $= \dfrac{\cos r . \sin \theta}{\cot(\varepsilon - a)}$. Dieser Werth ist dem für cot EL in §. 357. III. gleich, aber entgegengesetzt, d. i. tang EN $=$ $-$ cot EL, folglich EN $=$ $-$ (90 $-$ EL) oder 90 $=$ EL $-$ EN, wie seyn muß.

III. Nach eben den Schlüssen wie I. ersiehet man, daß tang EN bejaht oder verneint ist, nachdem der culminirende Punkt in den aufsteigenden, oder absteigenden Zeichen befindlich; und auch, aus eben Angeführten, daß die Länge des Neunzigsten l $+$ EN oder l $-$ EN sey, nachdem der culminirende Punkt in

den

den aufsteigenden oder absteigenden Zeichen befindlich, daß folglich der verneinte Werth von tang EN nur anzeige, daß der Bogen EN verneint sey, also von der Länge des culminirenden Punkts abgezogen werden müsse, wenn man die Länge des Neunzigsten N haben will.

§. 359. Exempel. Kästners III. astron. Abh. 281. setzt $r = 80°$, $l = 80° 49'$, $a = 23° 9'$, $s = 48° 50'$ für Paris, $\theta = 23° 28' 20''$. Demnach ist

1. für $\cos n = \frac{\sin(s - \alpha) . \sin r}{\sin l}$ §. 358. I.

log sin (s − a)		=	9, 6368859
log sin	r	=	9, 9933515
			19, 6302374
log sin	l	=	9, 9943975
log cos	n	=	9, 6358399

giebt die Höhe des Neunzigsten $n = 64° 22', 58''$.

2. für $\cot EL = -\cos s . \sin \theta . \tan (s - a)$ §. 357. III.

log cos	s	=	9, 2396702
log sin	θ	=	9, 6002151
log tang (s − a)		=	9, 6820632
log cot	EL	=	28, 5219485 − 20

giebt cot $EL = 80° 5' 42''$, folglich $EL = 91° 54' 18''$ folglich $EN = 1° 54' 18''$ §. 358. II. und den Neunzigsten östlich §. 358. I. Demnach ist die Länge des Neunzigsten $= l + EN$ §. 358. III. $= 82° 43' 18''$.

§. 360.

§. 360. Anm. Die Aufgaben §. 357. 358. können auf folgende Art aufgelöst werden: Aus dem Zeitbogen AD (Fig. 21.) hat man seine Ergänzung DO zu 90°, und aus der Rectascension der Sonne ihre Ergänzung DW zu 180°, folglich WO. Nun ist auch in Δ LOW die Aequatorshöhe O, und die Schiefe der Ecliptik W bekannt. Folglich findet man daraus den Winkel OLW, dessen Nebenwinkel ELH die Höhe des Neunzigsten; und LW, welches den aufgehenden Punkt der Ecliptik giebt.

§. 361. Zus. 1. (Fig. 22.) Für die heisse Zone ist die Höhe des Neunzigsten ein Quadrant oder darüber, wenn die Abweichung des culminirenden Punktes nach dem erhöheten Pole, so groß oder größer ist, als die Polhöhe. Die größere Höhe nämlich bedeutet den größten der beyden Bogen des durch den Neunzigsten gelegten Scheitelkreises, und zeigt auch einen stumpfen Winkel HLE an, den die Ecliptik mit dem Horizont für einen nördlichen Bewohner der heißen Zone nach Süden macht.

§. 362. Zus. 2. Der Neunzigste ist überhaupt östlich oder westlich, nachdem EL > oder < 90 Gr. §. 358. I. folglich nachdem der Werth von cot EL §. 357. III. verneint oder bejaht ist. Ausser der heissen Zone kömmt dies blos darauf an, ob cos r bejaht oder verneint ist; in der heissen Zone aber kann der culminirende Punkt E nach dem erhöheten Pole mehr Abweichung haben, als die Polhöhe beträgt, da dann tang $(e-a)$ verneint ist.

§. 363. Zus. 3. Es sey eines Punktes der Ecliptik nördliche Abweichung x größer als die Polhöhe *s* eines Orts im nordlichen Theile der heissen Zone: so culminirt solcher Punkt diesem Orte in der Höhe $90° - x + s$ vom nordlichen Horizonte §. 128, welche also abnimmt wenn x wächst, folglich für das größte $x = \theta$,

d. i.

d. i. im Solstitialpunkte, am kleinsten ist. Wenn daher des Punktes E nordliche Abweichung $a > \varepsilon$, und im ersten Quadranten ist: so liegt E in einer Reihe von Punkten, die nach der Ordnung der Zeichen immer niedriger und niedriger culminiren, oder wie es wohl heissen kann, er liegt in absteigenden Zeichen, alsdann aber ist cot EL §. 357. III. bejaht, oder der Neunzigste westlich.

§. 364. Zus. 4. Für die Voraussetzung §. 362. wo E im 1. oder 2. Quadr. ist, folglich cos r nicht in die beyden Quadranten der südlichen Abweichung gesetzt werden kann, ist also nur noch der Fall zu betrachten, daß r im 2ten Quadranten sey. Alsdann aber liegt E in einer Reihe von Punkten, die nach der Ordnung der Zeichen immer kleinere Abweichungen bis zur Polhöhe bekommen, die also immer höher und höher bis zum Scheitel, culminiren, oder wie es wohl heissen kann, er liegt in aufsteigenden Zeichen, alsdann aber ist cot EL verneint, oder der Neunzigste östlich.

§. 365. Zus. 5. Ist also in der heissen Zone der culminirende Punkt E nordwärts im Meridian, so ist der Neunzigste östlich oder westlich, nachdem E in aufsteigenden oder absteigenden Zeichen ist, nach der Bedeutung §. 363. 364.

§. 366. Zus. 6. Die Regel §. 358. I. gilt also mit eben den Worten auch für die heisse Zone, wenigstens für die Voraussetzung zu Anfang §. 363. Für Lagen des culminirenden Punktes, wo diese Voraussezzung nicht statt findet, hat die heisse Zone nichts von den übrigen Unterschiedenes. Das Einzige nur ist ihr eigen, daß Punkte der Ecliptik größere Abweichungen nach dem erhöheten Pole haben können, als die Polhöhen in der heissen Zone sind.

§. 367.

§. 367. Erkl. Aufsteigende Zeichen nennt man (in der allgemeinsten Bedeutung) eine Reihe von Punkten, die immer höher und höher culminiren; absteigende aber, die immer niedriger und niedriger culminiren.

§. 368. Zus. 1. Ausser der heissen Zone sind im nördlichen Theile der Erde die aufsteigenden Zeichen wie §. 172. im 1. und 4. Quadr. die absteigenden im 2 und 3ten; im südlichen Theile ist es umgekehrt.

§. 369. Zus. 2 In der heissen Zone lassen sie sich nicht nach den Quadranten abtheilen, und sind für jede Polhöhe anders. Denn es habe z. E. ein Ort 10 Gr. Polhöhe, so kömmt ihm der Punkt der Ecliptik, der eben so viel Abweichung hat, d. i. der 26. Gr. des Widders, im Scheitel, und die folgenden Punkte bis zum Anfang des Krebses culminiren immer niedriger, und geben also eine Reihe absteigender Zeichen. Vom Krebse bis an den 4ten Gr. der Jungfrau, der die vorige nördliche Abweichung hat, und wieder vertical wird, folgt eine Reihe aufsteigender Zeichen. Eben so folgen vom 4. Gr. der Jungfrau, bis zum Anfange des Steinbocks, absteigende und von da bis zum 26. Gr. des Widders aufsteigende Zeichen.

Hieraus erhellet zugleich, daß die Jahreszeiten in der heissen Zone, denen man analogische Benennungen der unsrigen geben wollte, nach ganz andern Gesetzen, als bey uns abwechseln müßten, aber es hat keinen Nutzen Wörter, deren Bedeutung nach unserm Wohnplatz bestimmt, in einen Theil der Erdfläche, für den sie nicht gemacht sind, zu zwingen.

§. 370.

§. 370. Zus. 3. Nimmt man die Benennung aufsteigender und absteigender Zeichen in der allgemeinsten Bedeutung §. 367. die in und ausser der heissen Zone gilt, so ist die Regel §. 358. III. allgemein, daß man die Länge des Neunzigsten findet, wenn man den Bogen EN zur Länge des culminirenden Punktes addirt, oder davon subtrahirt, nachdem der culminirende Punkt in den aufsteigenden oder absteigenden Zeichen sich befindet. Setzt man aber für aufsteigende Zeichen den 1. und 4. für absteigende den 2. und 3. Quadr. so gilt die Regel nur außer der heißen Zone. Vergl. la Lande Astron. art. 1662. und von §. 357. an, Kästners III. astron. Abh. 830 bis 883.

§. 371. Erkl. Das Auf- und Untergehen der Sterne mit der aufgehenden Sonne §. 142. heißt, ihr Auf- und Untergang am Morgen, ortus et occasus cosmicus, das Auf- und Untergehen aber mit der untergehenden Sonne §. 141, ihr Auf- und Untergang am Abend, ortus et occasus acronychus. Das Hervortreten der Sterne aus den Sonnenstrahlen, und ihr Verliehren darein §. 143. heißt Aufgang aus der Sonne, und Untergang in der Sonne, ortus et occasus heliacus, oder der poetische Auf- und Untergang, wenn der Stern des Morgens am östlichen Horizont zuerst sichtbar wird, oder des Abends am westlichen Horizonte sich zuletzt zeigt.

§. 372. Anm. Obiger Unterschied zwischen den Arten des Auf- und Untergangs der Sterne diente vordem, die eigene Bewegung der Sonne auch ohne Instrumente zu beobachten, und die Jahreszeiten danach vor Einführung der Kalender zu bestimmen. Auch noch jetzt ist uns dieselbe nöthig, die alten Dichter und Schriftsteller von der Landwirthschaft zu verstehen. Ausser den oben genannten unterschieden die Alten noch andere Arten des Auf- und Untergangs der Sterne, welche man in Gemini εισαγωγη εις τα φαινομενα findet. Sie heissen sämtlich apparentiae, und die damit verbundenen Ver-

änderungen in der Atmosphäre, significationes, worüber noch ein eigenes Werk des Ptolemäus (περι φασεων και επι σημασιων αναστολων in Fabricii bibl. graec. L. 4. cap. 14.) vorhanden, welches vom Bonaventuri lateinisch übersetzt, nebst einem Kalender zu Urbino 1592 herausgekommen ist. Vergl. la Lande Astron. Art. 342.

§. 373. Erkl. Der Sehungsbogen, arcus visionis, heißt die geringste Tiefe der Sonne, bey welcher ein Fixstern oder Planet zuerst sichtbar wird.

§. 374. Zus. Dieser Bogen wird nach der scheinbahren Größe der Himmelskörper und der Stärke ihres Lichts, nach der Schärfe der Augen, Reinigkeit der Luft, und andern Umständen von verschiedener Größe seyn müssen. Bey den Planeten kömmt hiebey auch ihre Entfernung von der Erde und die Größe ihres erleuchteten Theils mit in Betrachtung.

§. 375. Aufg. (Fig. 23.) Aus der gegebenen Länge und Breite eines Sterns, den Punkt der Ecliptik, der mit dem Sterne zugleich auf und untergehet, zu finden.

Aufl. Es sey der Stern S im Horizonte HR, Z das Zenith, P der Nordpol, AQ der Aequator, EN die Ecliptik, V der Frühlingspunkt. Aus der gegebenen Länge und Breite des Sterns berechne man seine Rectascension und Declination §. 293. Hierauf suche man in dem rechtwinklichten △ ODS aus der Declination DS und der Aequatorshöhe O die Ascensionaldifferenz OD, Trigon. V. 2, welche hier von der geraden Aufsteigung VD subtrahirt die schiefe Aufsteigung VO oder den Punkt des Aequators giebt, der mit dem

 Sterne

Sterne zugleich aufgehet. Endlich suche man in dem △ VOG aus der gefundenen Seite VO, und den beyden anliegenden Winkeln, wovon der eine V die Schiefe der Ecliptik, der andere O der Nebenwinkel der Aequatorshöhe ist, die Seite VG, Trigon. VI. 16: so hat man den verlangten Punkt der Ecliptik G, der mit dem Stern zugleich auf- und untergehet.

§. 376. Zus. Obiges giebt unmittelbahr den Aufgang des Sterns am Morgen, ortus cosmicus, und seinen Untergang am Abend, occasus acronychus. Nimmt man den Punkt der Ecliptik, der 180 Gr. von dem gefundenen Punkte abstehet: so hat man auch des Sterns Untergang am Margen, occasus cosmicus, und Aufgang am Abend, ortus acronychus.

§. 377. Anm. In allen diesen Fällen ist der Stern nicht zu sehen. Soll er bey seinem Auf- und Untergange sichtbar seyn, so muß zu der Zeit die Sonne die gehörige Tiefe unter dem Horizonte haben, wozu man also den Sehungsbogen §. 373. suchen muß.

§. 378. Aufg. Den Sehungsbogen für einen gegebenen Stern zu finden.

Aufl. Man bemerke, um wieviel Zeit nach Untergange der Sonne der Stern zuerst gesehen werden kann, verwandele sie in Bogen des Aequators, addire denselben zu dem halben Tagebogen der Sonne, und bestimme hieraus die Tiefe der Sonne für diesen Augenblick, auf eben die Art, wie §. 111. ihre Höhe.

§. 379. Anm. Für Jupiter und Merkur, setzt Ptolemäus den Sehungsbogen 10 Gr. Hevelius nur 8 Gr. Kepler giebt für die Planeten folgende Größen des Sehungsbogens an: Venus 5°, Jupiter und Mercur 10°, Saturn 11°, Mars $11\frac{1}{2}$°, und setzt für die Fixsterne

von

von der 1. bis 6. Gröſſe 12 bis zu 17°, für die kleinsten Sterne aber 18°. Vergl. la Lande Astron. Art. 2261.

§. 380. Aufg. (Fig. 23.) Aus dem gegebenen Punkte der Ecliptik G im Horizonte, den Punkt M in einer gegebenen Tiefe uM zu finden.

Aufl. In dem rechtw. Δ GuM, ist uM die Tiefe, und G der Winkel des Aufgangs §. 356. gegeben, woraus man GM findet. Trigon. V. 2. Dieser Bogen zu dem §. 375. gefundenen VG addirt giebt VM.

§. 381. Zus. Hieraus ergiebt sich ortus und occasus heliacus. §. 371.

§. 382. Anm. Die Angaben der Alten müſſen nach der verschiedenen Polhöhe der Oerter und Länge der Sterne für ihre Zeiten behandelt werden. Man vergleiche über das Nähere: Scheibels Erläuterungen und Zusätze zum Gebrauch der künstlichen Kugeln. Breslau 1785. 8. S. 201. bis zu Ende. I. F. Pfaff commentatio de ortibus et occasibus siderum. Göttingae 1786. 4. Des Cl. Ptolemäus Beobachtung und Beschreibung der Gestirne von Bode. Berlin 1795. 8. S. 259.

12. Von der Refraction.

§. 383. Lehrs. (Fig. 24.) Fällt von einem Sterne S ein Lichtstrahl SF schief auf die Atmosphäre der Erde; so wird er darinnen so gebrochen, daß er in des Beobachters Auge A nach einer krummen Linie FA kömmt, die in der Scheitellinie durch den Stern liegt, und ihre Höhlung der Erde Mittelpunkte C zukehrt.

Bew. Die Erdkugel, deren Halbmesser CA, wird von der Atmosphäre (Aer. §. 24.) concentrisch umgeben, über welcher man bis zum Stern ein vollkommenes Vacuum annimmt, daß also der Strahl SF bis zur Oberfläche der Atmosphäre in ungeänderter Richtung gehet, aber in F nach dem Einfallslothe CF zu gebrochen wird, und in der Brechungsebene durch C, F, S, also in der Scheitelfläche durch A und S bleibet. (Dioptr. §. 10.) Da aber die Atmosphäre von F bis A ihre Dichtigkeit stets ändert, (Aer. §. 22. f.) folglich der Strahl bey jedem weitern Fortgange, nach eben dem Gesetze aufs neue wieder gebrochen wird, also alle Augenblicke seine Richtung ändert: so machen die Elemente seiner Bahn von F bis A eine krumme Linie (Geom. §. 5.) die in derselben Brechungsebene bleibt, und weil die Brechung nach dem Einfallslothe zu geschiehet, nach C zu hohl ist.

§. 384. Zus. 1. Das Auge A erblicket den Stern S in der Richtung, die der Strahl zuletzt hat, also in der Tangente AG der krummen Linie FA (Geom. §. 314.)

§. 385. Zus. 2. Da FA gegen C zu hohl ist; so fällt die Tangente AG zwischen AS und AZ. Daher ist ZAG $<$ ZAS. Der Unterschied dieser beyden Winkel unter denen der Strahl nach der Brechung und ohne Brechung erscheinet, heißt die (astronomische) Refraction, von welcher la Lande Astron. livr. 12. handelt.

§. 386. Zus. 3. Die Refraction macht den Abstand des Sterns S vom Scheitel Z kleiner, folglich seine Höhe größer, und man muß die scheinbahre

Höhe

Höhe des Sterns, welche die Instrumente geben, jedesmahl um die Refraction vermindern, um die wahre Höhe des Sterns zu erhalten.

§. 387. Zus. 4. Ein senkrecht auffallender Strahl gehet ungebrochen durch; je schiefer aber ein Strahl auffällt, desto stärker wird er gebrochen. Daher ist die Refraction im Horizonte am größten, nimmt von da an immer mehr ab, und wird im Scheitel Null.

§. 388. Zus. 5. Da der gebrochene Strahl in der Scheitelfläche bleibt: so wird durch die Refraction das Azimuth des Sterns gar nicht geändert.

§. 389. Zus. 6. Da die Weite des Sterns von der Erde auf obige Schlüsse gar keinen Einfluß hat: so sind die Gesetze der Refraction für alle Sterne in jeder Weite einerley.

§. 390. Aufg. Die Größe der Horizontalrefraction durch Beobachtungen ziemlich genau zu finden.

Aufl. Wenn man einen Stern im Horizonte, einen andern aber in demselben Scheitelkreise über dem Horizonte erblickt: so messe man die Höhe des andern, die zugleich ihre Weite giebt §. 4, und messe ihre Weite abermahl, wenn sie beyde nahe bey der Mittagsfläche sind. Setzt man nun die Refraction des obern Sterns bey der ersten Beobachtung bey Seite, so wie auch den geringen Unterschied, welchen bey der zweyten Beobachtung die Refraction beyder Sterne in ihrer Weite macht: so zeigt der Unterschied beyder gemessenen Weiten, wie hoch bey der ersten Beobachtung der untere

Stern durch die Refraction gehoben war, und giebt also die Größe der Horizontalrefraction ziemlich genau, da die Voraussetzungen nur geringe Unterschiede bey Seite setzen. Nach genauern Bestimmungen setzt man 33′ für die Horizontalrefraction.

§. 391. Exempel. Man sahe an einem Orte das Löwenherz zu der Zeit im Horizonte, da die Aehre der Jungfrau in demselben Scheitelkreise 34° 30′ hoch stand, und fand ihre Weite ohnweit des Mittagskreises 35° 2′, daß also bey der ersten Beobachtung das Löwenherz noch 32′ unter dem Horizonte war, folglich um so viel durch die Refraction gehoben ward.

§. 392. Anm. 1. Diese Beobachtung, welche Kepler anführt, ist wahrscheinlich von Tycho, der unter allen zuerst die Refraction (welche die Alten nicht kannten oder sich doch unrichtig vorstellten, auch davon keine Anwendung auf die Astronomie machten) auf genauere Art in Betracht zog, aber darinn irrte: theils, daß er sie bey der Sonne anders als beym Monde ansetzte, weil er ihre Gesetze nicht kannte; theils, daß er sie nur auf Höhen bis 45 Gr. einschränkte, weil seine Instrumente über solcher Höhe hinaus ihre kleinern Wirkungen nicht mehr angaben. Vergl. la Lande Astr. art. 2163 bis 67.

§. 393. Anm. 2. Daß Sonne und Mond im Horizonte länglichtrund erscheinen, kommt daher, daß der untere Rand durch die stärkere Brechung mehr gehoben wird, als der obere, also ihm näher scheint, wodurch der verticale Durchmesser verkürzt wird, indem der horizontale ungeändert bleibt. Vergl. la Lande Astron. art. 2247 sq. worüber er auch Tom. I. eine Tafel giebt. tab. 93. pag. 97. 98.

§. 394. Anm. 3. Die Sonne bescheint uns des Morgens so viel eher, und des Abends so viel länger, so viel Zeit ihr scheinbarer Durchmesser (von etwa 32′) gebraucht, den Horizont hinauf, oder herab zu steigen, welches bey uns etwa 3 bis 4′ beträgt. Kästners III. astron. Abh. 700.

§. 395. Anm. 4. Auf eben dem Grunde beruhet die Beobachtung der Niederländer, die 1597 in Nova Zembla die Sonne 17 Tage eher sahen, als sie nach der Rechnung erscheinen sollte, wovon sich etwas ähnliches schon in Lappland zeigt. Kästners Anfangsgr. der Astronomie. 145.

§. 396.

§. 396. Anm. 5. Daß man, wie Plin. hist. nat. II. 10. ed. Bipont. berichtet, Sonne und Mond zugleich über dem Horizont, und letztern verfinstert habe sehen können, bestätigt la Lande Astron. art. 2250. durch eine Beobachtung zu Paris am 19. Jul. 1750, da Sonne und Mond, die wirklich in Opposition waren, durch die Refraction, wodurch beyde erhöhet wurden, um 1 Gr. näher an einander gebracht zu seyn schienen.

§. 397. Aufg. Die Größe der Refraction für verschiedene Höhen durch Beobachtung zu finden.

Aufl. I. Man messe die Mittagshöhe eines Sterns nahe beym Zenith, wo er sehr wenig Brechung leidet, suche hieraus seine Abweichung §. 124. und berechne danach §. 111. entweder mittelst des Azimuts, oder mittelst des Stundenwinkels, den man aus übereinstimmenden Höhen findet, seine Höhe für die Zeit, da man sie beobachtete: so giebt der Unterschied der berechneten, und der beobachteten Höhe die Refraction für die beobachtete scheinbahre Höhe. Vergl. la Lande Astron. art. 2170 – 73.

II. Man beobachte einen Stern, der ohnweit des Zeniths durch den Meridian gehet, und messe seinen Abstand vom Pol bey seiner obern und untern Culmination: so wird der zweyte Abstand um soviel kleiner gefunden, als der erste, wo keine Refraction statt findet, um soviel die Refraction den Stern bey seiner untern Culmination erhöhet. la Lande Astron. art. 2174. Da hiebey die wahre durch die Refraction verbesserte Polhöhe als bekannt vorausgesetzt wird: so kommt es hauptsächlich darauf an, die Refraction für die Höhe des Pols genau zu bestimmen. Was hierinn la Caille sehr sinnreich geleistet hat, darüber vergl. la Lande Astr. art. 2175 – 90.

§. 398. Anm. 1. Da die Refraction in Höhen über 45. Gr. weniger als eine Minute beträgt, also durch Werkzeuge §. 397. nicht mehr beobachtet werden kann: so suchte man aus theoretischen Gründen ein allgemeines Gesetz, welches die Refraction für jede Höhe bestimmte. Einige nehmen die krumme Linie §. 383, weil sie nur sehr wenig gebogen ist, als gerade an, und suchten danach Vorschriften für die Rechnung, als Cassini. vergl. la Lande art. 2191 — 93; andere theilten die Luft in Schichten von verschiedener Dichte, und bestimmten die Veränderungen, die der Strahl beym Durchgange durch alle diese Schichten leide. Nach letzterer Methode hat Simpson mit Hülfe des höhern Calculs ein allgemeines Gesetz der Refraction gefunden, vergl. la Lande Astron. art. 2194 — 2205, welches hier historisch angezeigt werden soll.

§. 399. Setzt man den Abstand eines Sterns vom Scheitel $= a$, die Refraction $= f$: so verhält sich nach Simpsons und Bradleys Regel die Refraction für jede Höhe, wie tang $(a - 3f)$.

Anm. Beträgt die Refraction nicht über 3 Min. so ist tang a von tang $(a - 3f)$ nur wenig unterschieden; daher man für Höhen von 20 Gr. und drüber blos tang a für die Verhältniß der Refraction setzt. Für Höhen unter 20 Gr. aber muß man tang $(a - 3f)$ beybehalten, und für jede Höhe nur ohngefähr f aus schon gegebenen Tafeln nehmen, um f genau zu berechnen. In beyden Fällen braucht blos für eine Höhe die Refraction genau bekannt zu seyn.

§. 400. Exempel. Nach genauen Bestimmungen sey die Horizontalrefraction 33′, deren dreyfaches 1° 39′ beträgt, daß also für den Horizont $90° - 3f = 88° 21'$.

1.) Für die Höhe von 45°, für die nach den Tafeln f etwa 1′ beträgt, ist $a - 3f = 44° 57'$. Man setze daher nach §. 399.

$$\text{tang } 88° 21' : \text{tang } 44° 57' = 33' : f.$$ Demnach ist

$$\begin{array}{lcl} \log 33 & = & 1,5185139 \\ \log \text{tang } 88° 21' & = & 11,5405186 \\ \hline & & 0,9779953 - 11 \\ \log \text{tang } 44° 57' & = & 9,9992420 \\ \hline & & 0,9772373 - 11 \end{array}$$

giebt

giebt f = 0,94893′ = 57″ für die Höhe von 45 Gr. welches auch kömmt, wenn man nach §. 399. Anm. bloß tang 45° zum Verhältniß der Refraction annimmt.

2.) Für die Höhe von 20°, für die nach den Tafeln f etwa 2′ beträgt, ist a = 70°; also a − 3 f = 69° 54′; Demnach ist

$$\log \frac{33}{\text{tang } 88^\circ\ 21'} = 0,9779953 - 11$$
$$\log \text{tang } 69^\circ\ 54' = 10,4365806$$
$$\overline{\qquad\qquad 0,4145759}$$

giebt f = 2,5976′ = 2′ 35,8″

§. 401. Eine Tafel der Refraction, nach vorstehender Methode berechnet, findet sich vollständig unter den la Lande Astron. Tom. I. angehängten Tafeln pag. 363–66, woraus hier folgender Auszug:

scheinb. Höhe.	Refraction		scheinb. Höhe.	Refraction		scheinb. Höhe.	Refraction	
Grade.	′	″	Grade.	′	″	Grade.	′	″
0.	32	53, 8	9.	5	47, 7	50.	0	47, 4
1.	24	24, 3	10.	5	14, 1	55.	0	39, 5
2.	18	31, 3	15.	3	29, 6	60.	0	32, 9
3.	14	32, 4	20.	2	35, 1	65.	0	26, 4
4.	11	48, 1	25.	2	1, 4	70.	0	20, 5
5.	9	51, 2	30.	1	38, 1	75.	0	15, 1
6.	8	25, 3	35.	1	21, 1	80.	0	10, [illegible]
7.	7	19, 8	40.	1	7, 7	85.	0	5, 0
8.	6	28, 6	45.	0	56, 8	90.	0	0, 0

§. 402. Anm. 2. Die Refraction hängt von der Dichte und Temperatur der Luft ab, und diese ist zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten verschieden. Besonders ist sie am Horizont und in Höhen unter 12 Gr. wegen der Dünste überall ganz unbestimmt; daher man auch astronomischen Beobachtungen in so niedrigen Höhen nie trauet. Für grössere Höhen aber ist obige Tafel an allen Orten der Erde brauchbar, wenn das Barometer auf 28 Par. Zoll, und das Reaumurische Quecksilberthermometer auf Par. Temperatur von 10 Gr. stehet; da dann für diese Beschaffenheit der Luft die Refraction die mittlere, und obige Tafel die Tafel der mittlern Refraction heißt. Für eine andere Beschaffenheit der Luft muß die mittlere Refraction jedesmal auf die wahre gebracht werden; welches nach Bradley, la Caille, Meyer, Maskelyne, und andern verschiedentlich bestimmt wird. Vergl. la Lande Astr. art. 2237 — 42. H. v. Zach tabulae motuum solis novae et correctae Gothae 1792. 4. giebt tab. 41. 42. nach Bradley sowohl die mittlere Refraction für den Stand des Thermometers von 8 Gr. Reaum. und des Barometers von 27'' 9, 3''' Pariser Maaß, als auch die Veränderung der Refraction für die jedesmalige Beschaffenheit der Luft. Für letztere Absicht fügen wir die Tafel des H. la Lande der bereits §. 401. gegebenen hier im Auszuge bey.

§. 403. Eine Tafel der Dichtigkeiten der Luft, zu solchem Gebrauche, findet sich vollständig unter den la Lande Astron. Tom. I. angehängten Tafeln pag. 367. 68. woraus hier folgender Auszug:

Thermometer.	Barometer.						
	26'' 8'''	27' 0'	27'' 4'''	27'' 8'''	28'' 0'''	28'' 4'''	28'' 8'''
30	0,859	0,869	0,880	0,890	0,902	0,912	0,923
25	0,880	0,891	0,90	0,913	0,924	0,935	0,946
20	0,903	0,914	0,926	0,937	0,948	0,960	0,971
15	0,927	0,939	0,950	0,962	0,973	0,985	0,993
10	0,952	0,964	0,976	0,988	1,000	1,012	1,024
5	0,979	0,991	1,004	1,016	1,028	1,040	1,052
0	1,007	1,020	1,033	1,045	1,058	1,070	1,083
— 5	1,037	1,051	1,063	1,076	1,089	1,112	1,115

§. 404.

§. 404. Die Construktion der vorstehenden Tafel geschieht nach folgenden Regeln: Man setze das Volumen der temperirten Luft von 183 Theilen, verändere sich mit jedem Grade des Thermometers um einen solchen Theil, z. E. Für 30 Gr. des Thermometers setze man $183 + 20 = 203$, und für 5 Gr. unter dem Gefrierpunkte setze man $183 - 15 = 168$; also die Veränderung der mittlern Refraction im ersten Falle $= \frac{183}{203}$, im zweyten $= \frac{183}{162}$. la Lande Astron. art. 2242. Für das Barometer ist die Veränderung der Refraction zur mittlern, wie die Veränderung des Barometers zu seiner mittlern Höhe von 28 Zoll $= 336$ Linien. la Lande Astron. art. 2237, daß man z. E. für 1 Zoll unter oder über 28 Zoll 336 ∓ 12 setze, also die Veränderung der mittlern Refraction im ersten Falle $= \frac{324}{336}$, im zweyten $= \frac{348}{336}$.

Hienach wäre also die gesammte Veränderung z. E. für 30° Therm. und 27″ Barom. $\frac{183}{203} \cdot \frac{324}{336} = 0,869$. Oder für − 5° Therm. und 27″ Barom. $\frac{183}{168} \cdot \frac{324}{336} = 1,051$. Dergleichen Zahlen sind in der Tafel §. 403. angezeigt.

§. 405. Der Gebrauch dieser Tafel erfodert, daß man bey Messung einer Höhe zugleich den Stand des Therm. und Barom. beobachte, und die solcher Höhe zugehörige mittlere Refraction aus der Tafel §. 401. mit der solchem Stande des Therm. und Barom. zugehörigen Zahl in der Tafel §. 403. multiplicire, um die

die wahre Refraction zu erhalten. Z. E. man fände die scheinbahre Höhe eines Sterns 40° das Therm. 30° und das Barom. 26″ 8‴: so findet man die zugehörigen Zahlen in der ersten Tafel 1′ 77″ = 67, 7″ und in der zweyten 0, 859, welche man in einander multipliciren muß. Demnach ist

$$\begin{array}{l} \log\ 67,7 = 1,8305887 \\ \log\ 0,859 = 0,9339932 - 1 \\ \hline \qquad\qquad\quad 1,7645819 \end{array}$$

giebt 58, 2″ für die wahre Refraction.

§. 406. Anm. 3. Kennt man nach dem Vorigen die Gesetze der Refraction, und weiß man genau die wahre Polhöhe eines Ortes, welche la Lande Astron. art. 2243 – 46 für Paris 48° 50′ 15″ und unveränderlich setzt: so läßt sich daraus die absolute Horizontalrefraction finden. Denn beobachtet man die scheinbaren Höhen zweyer Circumpolarsterne über und unter dem Pole, und verbessert sie durch die Refraction, so müssen sie genau dieselbe Polhöhe geben, und es läßt sich durch die Regula Falsi eine Horizontalrefraction finden, die nach obigen Theorien 4 solche Refractionen giebt, daß die Polhöhe für jeden der beyden Sterne dieselbe bleibe. la Lande Astron. art. 2215.

§. 407. Die Dämmerung ist die Helligkeit vor dem Aufgange der Sonne, oder nach ihrem Untergange. Jene heißt die Morgendämmerung, diluculum; diese die Abenddämmerung, crepusculum.

§. 408. Zus. 1. Da die Atmosphäre der Erde die Strahlen der unter dem Horizonte befindlichen Sonne bricht, sie zurückwirft, und zerstreut: so ist die Dämmerung eine Wirkung der Refraction und Reflexion.

§. 409. Zus. 2. Da das Licht der Dämmerung hinreicht, uns die Sterne zu verbergen, so ist der Sehungs-

hungsbogen von 18 Gr. §. 379. die Gränze der Dämmerung, und heißt die Tiefe des Dämmerungskreises, welche aber nach verschiedentlichen Umständen verschiedentlich angegeben wird.

§. 410. Zus. 3. Die Dauer der Dämmerung beruhet also auf der Zeit, in welcher die Sonne diese Tiefe erreicht, und welche nach ihrem jedesmahligen Stande in der Ecliptik länger oder kürzer ist; daher die Frage von der kürzesten Dämmerung entstanden. Vergl. Kästners III. astr. Abh. 805. u. f. und la Lande Astron. art. 2265–68.

13. Von der Parallaxe.

§. 411. Erkl. (Fig. 25.) Die Erde sey eine Kugel, deren Mittelpunkt T, und einem Auge O auf ihrer Oberfläche erscheine ein Weltkörper L, der ihr viel näher, als ein Fixstern ist, in der Linie OL, einem Auge aber in ihrem Mittelpunkte T, in der Linie TL, die mit jener in einerley Scheitelfläche TOL liegt: so heißt der Winkel OLT, welchen gedachte beyde Linien in des Weltkörpers Mittelpunkte L einschliessen, sein parallactischer Winkel. (Vergl. Opt. §. 84.) Dieser Winkel ist auch die scheinbahre Größe des Erdhalbmessers TO für des Weltkörpers Mittelpunkt L. Opt. §. 64.

§. 412. Erkl. Verlängert man die Schenkel dieses Winkels, bis an den Fixsternhimmel, den sie in den Punkten M, N, treffen: so erscheint der Körper L dem Auge O in N, dem Auge T aber in M, und es müssen

müssen M, N, verschiedene Punkte seyn, weil TL, OL, verschiedene gerade Linien sind, die nur L gemein haben, da dann der Bogen MN zwischen diesen Punkten die (tägliche) Parallaxe des Weltkörpers L heißt. (Vergl. Opt. §. 84.)

§. 413. Erkl. Wenn der Weltkörper K im Horizonte von O erscheint, also aus O in h, aus T in k gesehen wird: so heißt der Bogen hk die Horizontalparallaxe; jeder andere aber, wie MN, da der Weltkörper L über dem Horizonte von O stehet, heißt Höhenparallaxe. Für jene ist der parallactische Winkel OKT=KTH, oder dem Abstande des scheinbaren und wahren Horizonts gleich.

§. 414. Zus. 1. Das Auge O siehet den Körper L in der Weite ZON vom Scheitel Z, oder in der Höhe NOh über dem scheinbaren Horizonte Oh; das Auge T aber siehet ihn in der Weite ZTM von eben dem Scheitel Z, oder in der Höhe MTH über dem wahren Horizont TH. Die Refraction wird hier bey Seite gesetzt.

§. 415. Zus. 2. Der Körper L erscheint dem Auge O in einem um soviel größern Abstande vom Scheitel, also in einer um so viel kleinern Höhe, als dem Auge T, um soviel der parallactische Winkel beträgt; weil ZTL=ZOL-OLT. (Geom. §. 62.)

§. 416. Zus. 3. Dieser Unterschied (oder der parallactische Winkel) wird desto kleiner, je weiter der Weltkörper L von der Erde ist, und verschwindet, wenn der Erdhalbmesser TO gegen solche Weite TL unbeträchtlich wird; da dann die Linien TL, OL, als

parallel

parallel anzusehen sind, und ZTL = ZOL ist, d. i. der Weltkörper in einerley Punkte am Himmel beyden Augen in O und T erscheint. (Vergl. Opt. §. 17.)

Soll also obgedachter Unterschied statt finden, wie die Folge von den Planeten lehren wird: so muß TL zu TO eine angebliche Verhältniß haben, d. i. wenn man TL = m . TO setzt, die Zahl m angeblich seyn. (Vergl. Geom. §. 89.)

§. 417. Zus. 4. Es sey L ein Planet, und es befinde sich ein Fixstern in der verlängerten OL, daß der Planet dem Auge O bey demselben in N erscheine: so wird das Auge T den Fixstern auch in N, also in gleichem Abstande vom Scheitel Z sehen, weil gegen die große Entfernung der Fixsterne, TO nur unbeträchtlich ist §. 50, folglich TN mit ON parallel, also ZTN = ZON ist. §. 416.

Ist ein anderer Fixstern in der Linie TL befindlich: so wird er aus eben den Gründen von den beyden Augen O und T in dem von N verschiedenen Punkte M gesehen. Diese beyden Sterne aber geben ZTM = ZOL − OLT, daß man also, wenn man ZTM weiß, auch OLT hat.

§. 418. Zus. 5. Da TO gegen die Weite der beyden Sterne TM, TN, unbeträchtlich ist: so muß auch TL gegen sie unbeträchtlich seyn.

Denn ließe sich TM : TL angeben, so setze man TM = n . TL, daß n eine angebliche Zahl wäre. Nun ist TL = m . TO, wo m auch eine angebliche Zahl §. 416. Folglich wäre TM = m . n TO, also die

Verhältniß TM : TO angeblich, welches der Voraussetzung, daß TO gegen TM, TN, unbeträchtlich sey, widerspricht.

§. 419. Zus. 6. Man kann sich demnach die Fixsterne an der Oberfläche einer unermeßlich großen Kugel vorstellen, gegen welche nicht nur die Erdkugel §. 416, sondern auch eine Kugel, deren Halbmesser TL, als ein bloßer Punkt anzusehen sey. Wird also diese unermeßliche Kugel von der Ebene TOL in dem Kreise ZH geschnitten: so ist dessen Bogen MN das Maaß des Winkels MLN = OLT, folglich die Parallaxe das Maaß des parallactischen Winkels. §. 411, 412.

§. 420. Zus. 7. Der Abstand der Planeten vom Scheitel wird also um ihre Parallaxe MN vergrößert, folglich ihre Höhe um eben soviel vermindert §. 415, d. i. ZN = ZM + MN, und HN = HM − MN. Die beobachteten Höhen der Planeten, und was daraus hergeleitet wird, müssen demnach nicht nur durch Refraction, sondern auch durch Parallaxe verbessert werden, so daß die beobachtete Höhe + Parallaxe − Refraction die wahre Höhe; oder der beobachtete Abstand vom Scheitel − Parallaxe + Refraction den wahren Abstand gebe.

§. 421. Aufg. (Fig. 25.) Zwischen Erdhalbmesser, Weite, Parallaxe und Höhe eines Planeten eine Vergleichung zu finden.

Aufl. Im parallactischen △ LOT ist TO : TL = sin OLT : sin LOZ, und im rechtw. △ KOT, TK : TO = 1 : sin OKT.

Nimmt

Nimmt man also an, daß der Planet vom Horizonte bis zum Scheitel seine Weite nicht ändere, und setzt TK = TL = d; TO = r; die Horizontalparallaxe = p; und die der Höhe a zugehörige Parallaxe = α: so ist

$$\text{I. } \sin p = \frac{r}{d}.$$

$$\text{II. } \sin \alpha = \frac{r \,.\, \cos a}{d} = \sin p \,.\, \cos a.$$

§. 422. Zus. 1. Da nach der Voraussetzung die Verhältniß d : r ungeändert bleibt: so nimmt α ab, wenn a wächst, d. i. die Parallaxe ist im Horizonte am größten, nimmt von da an immer mehr ab, und wird im Scheitel Null, wo der Planet aus O und T in einerley Punkt des Himmels gesehen wird. Denn für den Horizont ist $\cos a = 1$, und für den Scheitel $\cos a = 0$. Gehört der Höhe b die Parallaxe β, so ist $\sin \beta = \sin p \,.\, \cos b$, folglich $\sin \alpha : \sin \beta = \cos a : \cos b$.

§. 423. Zus. 2. Da die größte Horizontalparallaxe wenig über 1 Grad beträgt, so kann man §. 421. die kleinen Winkel selbst, anstatt ihrer Sinus setzen; daß also $\alpha = p \,.\, \cos a$, und $\alpha : \beta = \cos a : \cos b$ sey.

§. 424. Zus. 3. Aus der Weite eines Planeten läßt sich seine Horizontalparallaxe, und aus dieser sowohl seine Weite, als auch seine Höhenparallaxe berechnen. z. E.

I. Setzt man für den Mond $d = 60 \,.\, r$, so hat man für $r = 1$, $\log \text{tab} \sin p = 10 - \log 60 = 8{,}2218487$. dies giebt $p = 57' \; 17''$.

II. Setzt man nach den Tafeln die mittlere Parallaxe des Mondes $p = 57' \, 21''$, so hat man $\frac{d}{r} = \frac{1}{\sin p}$ folglich $\log \frac{d}{r} = 10 - \log \sin 57' \, 21'' = 1,7777608$, dies giebt $d = r \, . \, 59,946$.

III. Für eben diese Parallaxe $p = 57' \, 21'' = 3441''$ findet man in der Höhe $a = 20°$ die Parallaxe $\alpha = 53' \, 53''$. Denn es ist

$$\begin{array}{ll} \log \; 3441 & = 3,5366847 \\ \log \; \cos 20° & = 0,9729858 - 1 \\ \hline \log \; \alpha & = 3,5096705, \text{ folglich} \end{array}$$

$\alpha = 3233,4''$.

§. 425. Zus. 4. Wächst d, so muß p abnehmen, d. i. der entferntere Planet hat eine kleinere Parallaxe, als der nähere, und es ist, wenn die Weite e der Parallaxe q zugehört, $\sin q = \frac{r}{e}$, folglich $\sin p : \sin q$ oder $p : q = \frac{r}{d} : \frac{r}{e} = e : d$: Ein Gleiches läßt sich auch von den Parallaxen für gleiche Höhen erweisen.

§. 426. Zus. 5. Da für die Entfernungen d, e, die scheinbahren Durchmesser auch in der Verhältniß e : d Opt. §. 68: so sind sie auch in der Verhältniß der Parallaxen p : q, und man braucht nur die scheinbahren Durchmesser zu messen, um die Verhältniß der Parallaxen zu finden. Z. E. nach la Lande Astr. art. 1633. fand man am 6ten Jun. 1761. die Parallaxe der Venus 30″ und ihren scheinbahren Durchmesser

58″.

58″. Fände man nun ein andermahl ihren scheinbahren Durchmesser 29″, so würde ihre Parallaxe 15″ seyn.

§. 427. Zus. 6. Wenn a wächst, so nimmt OL ab. Denn nach (Trig. IV. 7.) ist $d^2 = OL^2 + OT^2 - 2 OL . OT . \cos TOL$. Nun ist $OT = 1$, und $TOL = 90^\circ + a$, also $\cos TOL = -\sin a$. Folglich ist $d^2 = OL^2 + 1 + 2 OL . \sin a$, oder $d^2 - 1 = OL^2 + 2 OL . \sin a$. Da nun $d^2 - 1$ unveränderlich ist, so muß, wenn a wächst, OL nothwendig abnehmen.

§. 428. Zus. 7. Im Δ TOL ist

$$OL : d = \sin OTL : \sin LOZ, \quad \text{oder}$$

$$OL : r = \sin OTL : \sin OLT.$$

Nun ist $OTL = 90^\circ - (a + \alpha)$, $OLT = \alpha$, und $\sin LOZ = \cos a$. Folglich ist $OL = \frac{d . \cos (a + \alpha)}{\cos a}$

oder $OL = \frac{r . \cos (a + \alpha)}{\sin \alpha}$.

z. E. Nach §. 424. III. ist $a + \alpha = 20^\circ 53' 53''$, folglich

$$\begin{array}{r} \log \cos (a + \alpha) = 9,9704476 \\ \log \sin \alpha = 8,1949828 \\ \hline \log \frac{OL}{r} = 1,7754648 \end{array}$$

giebt $OL = r . 59,63$.

§. 429. Zus. 8. Steigt der Mond L, ohne doch seine Weite von der Erde zu ändern, höher; so kömmt er

er dem Auge in O näher. Hiedurch wächst sein scheinbahrer Durchmesser, der also am Horizont am kleinsten, und daselbst dem aus dem Mittelpunkt T gesehenen beynahe gleich ist, welcher daher der horizontale Durchmesser heißt. Setzt man diesen $=\delta$: so ist der einer Höhe a zugehörige Durchmesser $\frac{\delta \cdot d}{OL}$.

§. 430. Anm. 1. Will man die Beobachtungen eines Planeten, die an verschiedenen Orten der Erdfläche angestellt werden, wo derselbe in verschiedenen Lagen erscheint, mit einander vergleichen: so muß man sie alle auf den Mittelpunkt der Erde reduciren, d. i. aus der Lage, worinn der Planet aus irgend einem Punkte der Erdfläche erscheint, angeben können, in welcher Lage er erschienen wäre, wenn man ihn zu der Zeit aus dem Mittelpunkte der Erde betrachtet hätte; wozu man also seine Parallaxe wissen muß.

§. 431. Anm. Weicht etwa die Gestalt der Erde von der Kugelgestalt ab: so hat ein Planet in einer gegebenen Lage für verschiedene Oerter der Erde nicht einerley Entferung und Parallaxe; da dann Aequatorealparallaxe diejenige heißt, die er für den Horizont eines Orts im Erdäquator hat. Für die Hauptplaneten, Venus und Mars etwa ausgenommen, ist obiger Unterschied unbeträchtlich, für den Mond aber sehr beträchtlich; da z. E. nach den Angaben in la Lande Astron. art. 1701, die Parallaxe des Mondes unter dem Aequator 57′, 5″; unter dem Pol 56′ 35, 2″; und zu Paris 56′ 58, 3″ ist.

§. 432. Anm. 3. Auf eben die Art, wie die Parallaxe für die Weite der Planeten gebraucht wird, dient sie auch die Höhe einer Lufterscheinung, z. E. einer Feuerkugel, zu bestimmen.

§. 433. Aufg. (Fig. 26.) Eines Weltkörpers L Horizontalparallaxe zu finden.

Aufl. Man nehme an, daß die Erde eine Kugel, deren Mittelpunkt T, und daß B, C, zwey Stellen auf ihrer Oberfläche unter einerley Mittagskreise sind. Tritt nun L in diesen Mittagskreis: so messe man in B und C seine Weiten vom Zenith LBA $=$ n; LCD $=$ N,

N, deren Nebenwinkel LBT, LCT hiedurch gegeben sind; desgleichen seine Weiten von einem Fixsterne S, der mit L zugleich in den Mittagskreis tritt, und keine Parallaxe hat, also von B und C in den Parallellinien BS, CS gesehen wird. Letztere Weiten sind daher LBS = m, LCS = M, deren Summe BLC ist, wie man leicht einsiehet, wenn man sich durch L eine Parallele mit BS, CS vorstellt.

Nun ist TL : TB = sin LBA : sin TLB, also sin TLB $= \frac{TB}{TL} \cdot$ sin LBA; aber die Horizontalparallaxe $p = \frac{TB}{TL}$ §. 421. I. und LBA = n. Folglich ist sin TLB = p . sin n. Eben so ist sin TLC = p . sin N. Demnach ist sin TLB + sin TLC = p (sin n + sin N). Da aber jeder dieser Winkel so klein, daß ihre Summe, wo sie, wie beym Monde, am größten ist, nicht allemahl 1 Gr. und nie viel drüber beträgt, also jedes Cosinus = 1 gesetzt werden kann, folglich nach (Trig. II. 14.) die Summe ihrer Sinus dem Sinus ihrer Summe m + M ohne beträchtlichen Fehler gleich gesetzt werden kann: so ist sin (m + M) = p . (sin n + sin N) folglich $\frac{\sin (m + M)}{\sin n + \sin N} = p$, oder, wenn man den kleinen Winkel BLC anstatt seines Sinus setzt, $\frac{m + M}{\sin n + \sin N} = p$.

§. 434. Anm. Obige Methode ist vor andern am leichtesten hier zu verstehen, und daher unserer Absicht am gemäßesten. Die Stellen B, C, müssen weit aus einander seyn, also müssen die Beobachter sich verabredet haben, zu welcher Zeit sie beyde den Planeten L beobachten, und mit welchem Stern sie ihn vergleichen wollen. Wie sie aber wis-

sen können, daß sie beyde unter einerley Mittagskreise sind, wird die Geographie lehren. Von dieser und andern Methoden, die Parallaxen der Planeten zu finden, handelt la Lande Astron. livre IX.

§. 435. Zus. 1. Setzt man B nördlich, C südlich: so muß, wenn beyde L in der Figur beobachten, B nach Süden, C nach Norden sehen. Befände sich C in der Linie TL, daß ihm L im Zenith erschiene: so wäre für ihn N = o, folglich $p = \frac{m + M}{\sin n}$. Wäre C noch näher bey B, daß er L auch südwärts sähe: so wäre alsdann BLC = BLT − CLT, wodurch sin CLT verneint würde, folglich $p = \frac{m + M}{\sin n - \sin N}$ wäre.

§. 436. Zus. 2. In Ansehung des Sterns S wird in der Figur der Planet L von B südwärts dieses Sterns, von C aber nordwärts gesehen. Wäre C in der Linie TL, daß ihm L den Stern zu bedecken schiene: so wäre M = o. Wäre C noch näher bey B, daß er L auch südwärts des Sterns sähe: so wäre BLC = m − M.

§. 437. Anm. Welcher von den Fällen §. 435. 436. statt finde, muß man aus den gegebenen Stellen auf der Erdfläche wissen; welches zur Geographie gehöret.

§. 438. Exempel. Am 6ten Oct. 1751. beobachtete la Caille (Lectiones elem. Astronomiae Viennae 1757. 4. §. 424.) in C auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung, und Wargentin in B zu Stockholm, den Mars L und den Stern λ des Wassermanns. Jener fand die Weite des Mars vom Scheitel N = 25° 2′, und seinen nördlichen Rand um M = 26″,7‴ nördlicher als den Stern λ; dieser fand n = 68 . 14′, und m =

6, 6‴

6, 6″ südlicher. Folglich war für den Mars $p = \frac{33,3''}{\sin n + \sin N}$

Hienach ist

$$\begin{array}{ll} \sin n = 0,9287017 & \log 33,3 = 1,5224442 \\ + \sin N = 0,4231455 & \log 1,351847 = 0,1309276 \\ \hline 1,3518472 & \log p = 1,3915166 \\ & p = 24,633'' \end{array}$$

Hienach findet man, wie §. 424 II, $\frac{d}{r} = \frac{1}{\sin 24,6''}$

also $\log \frac{d}{r} = 10 - \log \sin 24,6'' = 3,9234900$,

giebt $d = r . 8384,7$.

§. 439. Anm. 1. Die Parallaxe des Mondes ist am größten, wenn er in der Erdnähe, und in Opposition ist; am kleinsten aber, wenn er in der Erdferne und in Conjunction ist. la Lande Astr. art. 1658. führt folgende Beobachtungen der größten und kleinsten Parallaxen des Mondes an:

Halley im Jahre 1719.	61′	7″	53′	29″
Cassini im Jahre 1740.	62	11	54	33
le Monnier	61	8	53	29
Mayer	61	32	53	57
la Lande im Jahre 1751.	61	26	53	46

Nach letzterem wäre das Mittel 57′ 36″ aber art. 1698 setzt er dieses 56′ 58″ welches dem mittlern Abstande des Mondes von der Erde zugehört.

Kömmt aber auch die sphäroidische Gestalt der Erde in Betracht (worüber Kästners weitere Ausführung der mathematischen Geographie Göttingen, 1795. 8. Cap. V. ausführliche Erörterungen und Nachrichten giebt) so setzt la Lande Astron. art. 1701. 1703. als Mittel aus den genauesten Untersuchungen 57′ 5″ unter dem Aequator; 56′ 53, 2″ unter dem Pol; 56′ 58, 3″ für Paris; und 57′ 1′ für den mittlern Erdhalbmesser, dem er zu 3269511 Toisen annimmt, wovon 2283 eine Meil ausmachen; da

dann letztere Parallaxe von 57′ 1″ die eigentliche mittlere Weite des Mondes = 86351 Meilen giebt, wobey man höchstens um 100 Meilen fehlen kann, weil man die Parallaxe bis auf 4″ weiß, und jede Secunde in der Weite kaum 25 Meilen beträgt.

§. 440. Anm. 2. Daß die Parallaxe der Sonne sehr klein seyn müsse, läßt sich schon aus der Parallaxe des Mars schliessen, die noch nicht 25″ beträgt §. 438. Eine so kleine Parallaxe läßt sich durch die in Obigem angezeigte Methode nicht bestimmen, daher man ganz andere Methoden zu Hülfe nehmen mußte, die hier nicht erklärt werden können. Hieraus ergab sich, daß die Parallaxe der Sonne nicht über 10″ gehen könne. Noch genauer aber ward dieselbe bey dem Durchgang der Venus durch die Sonne im Jahr 1761. auf 8, 6″ bestimmt, welches die mittlere Weite der Sonne von der Erde 34 357 480 Meilen, jede zu 2283 Toisen giebt. Vergl. la Lande Astron. art. 1725. 1728. Eine so kleine Parallaxe läßt sich in vielen Fällen ohne merklichen Fehler ganz bey Seite setzen, daß man die Linien von der Sonne nach allen Punkten der Erde für parallel annehme.

§. 441. Anm. 3. Aus der einmal bestimmten Weite der Sonne, lassen sich die mittlern Weiten der Planeten von der Sonne, leicht bestimmen, deren Würfel sich nach dem Keplerischen Gesetze wie die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten. Vergl. la Lande Astron. art. 1224-26. und die §. 627. folgende Tafel.

B. Die theorische Astronomie.

---

1. Von der Sonne.

§. 442. Erfahr. Man siehet oft in der Sonne veränderliche schwarze Flecken, maculae, die vom östlichen nach dem westlichen Rande in zwölf Tagen fortzurücken, und nach 15 Tagen

Ansicht-

Unsichtbahrkeit am östlichen Rande wieder hervorzutreten scheinen; auch werden diese Flecken in den entferntesten Ländern der Erde an einerley Orten der Sonnenscheibe gesehen.

§. 443. Zus. 1. Bey der großen Menge irregulärer Flecken, die entstehen, vergehen, zu und abnehmen, sich zertheilen, oder zusammenfließen, und bey der Gleichförmigkeit ihrer gemeinschaftlichen Bewegung, läßt es sich ohnmöglich gedenken, daß sie einzelne um die Sonne laufende Körper seyn sollten; vielmehr muß man sie, da sie keine Parallaxe haben, welche doch bey dem nächsten Planeten Mercur in der Sonne angetroffen wird, sehr nahe bey, oder gar in die Sonne setzen.

§. 444. Zus. 2. Nimmt man an, die Sonne sey eine Kugel, deren Hälfte uns als eine Scheibe erscheint Opt. §. 86, und die Flecken befänden sich auf der Oberfläche dieser Kugel: so kann man sich vorstellen, die Sonne mit ihren Flecken drehe sich um ihre Axe, wodurch die Flecken unserm Auge dargestellt, und wieder entzogen würden.

§. 445. Zus. 3. Die Endpunkte solcher Axe geben die Pole der Sonne, und eine Ebene durch den Mittelpunkt senkrecht auf die Axe giebt den Aequator der Sonne, mit welchem die Flecken parallele Kreise beschreiben müssen, die uns aber wegen der großen Entfernung an der Stelle erscheinen, wo ihre orthographische Projection §. 304. die Sonnenscheibe trift; daher solche Abbildung ihrer Wege bald gerade Linien, bald Ellipsen von verschiedener Gestalt giebt, nachdem die Lage der Flecken gegen den Sonnenäquator, und die Ecliptik verschieden ist.

§. 446. Anm. La Lande Astr. art. 3245. sq. zeiget, wie man aus dem beobachteten Unterschiede der Länge und Breite des Fleckens und des Mittelpunktes der Sonne, den Gang des Fleckens aus 3 Punkten bestimmen könne, und wie man daraus gefunden, daß die Ebene des Sonnenäquators gegen die Ebene der Ecliptik unter einem Winkel von $7\frac{1}{2}$ Gr. geneigt sey. Bewegt sich nun die Erde in der Sonnenbahn: so muß sie zweymal des Jahres in die Durchschnittspunkte des Sonnenäquators und der Ecliptik kommen: da dann der Weg des Fleckens eine gerade Linie wird, wie man zu Anfange des Junius und Decembers, da die Sonne im 10 Gr. ♊ und im 10 Gr. ♐ ist, findet. In den Zwischenzeiten werden die Wege der Flecken elliptisch, so daß die hohle Seite erst gegen Norden und dann gegen Süden gerichtet ist. la Lande Astr. art. 3233.

§. 447. Zus. 3. Die Bewegung der Flecken erscheint uns von Morgen nach Abend, oder gegen die Ordnung der Zeichen; ein Auge aber im Mittelpunkte der Sonne würde die Flecken nach der Ordnung der Zeichen um sich gehen sehen. Denn, um die Sache blos im Allgemeinen zu erläutern, wenn (Fig. 27.) der Flecken auf der Oberfläche der Sonne z. E. von a nach b nach der Ordnung der Zeichen gehet: so siehet ihn die Erde T erst nach der Linie Ta, dann nach der Linie Tb, westlich von Ta, daß er sich also gegen die Ordnung der Zeichen bewegt zu haben scheinet.

§. 448. Zus. 5. Es sey durch die Axe der Sonne und einen Flecken in einem gewissen Augenblicke eine unverrückte Ebene, ein Meridian des Fleckens, gelegt, aus welcher der Flecken gedrehet, und in die er wieder geführt werde: so heißt die Zeit, in welcher dieses geschiehet, eine Umdrehung, rotatio, der Sonne, in Absicht auf einen unbeweglichen Punkt im Himmelsraume, wie eine Umdrehung der Erde in Absicht auf einen Fixstern.

§. 449. Zus. 6. Führt die Sonne einen Flecken um ihren Mittelpunkt nach der Ordnung der Zeichen, und läuft die Erde, wie die Folge zeigen wird, um die Sonne in eben der Richtung: so muß die Zeit der Umdrehung des Fleckens von der Erde aus gesehen, größer seyn, als von der Sonne aus gesehen.

Denn es sey (Fig. 27.) die Zeit, nach welcher ein Flecken wieder in seiner vorigen Stelle gesehen wird, = m, das Sonnenjahr = M, und die Erde in T erblicke den Flecken a im Mittelpunkte der Sonne, gehe aber von da bis D, indem der Flecken von a bis b rückt, wo ihn die Erde wiederum im Mittelpunkte der Sonne siehet: so muß der Flecken, wenn er den ganzen Kreis von a bis wieder in a durchlauffen ist, für die Erde, noch den Bogen ab zurücklegen, der dem Bogen TD ähnlich ist, und sich, da man hier die Bewegung von der Erde aus auch gleichförmig setzen kann, wie m: M, oder wie $\frac{m}{M} : 1$ verhält, daß also in der Zeit m die Umwälzung von der Sonne aus $1 + \frac{m}{M}$ mahl, oder $\frac{M+m}{M}$ mahl erfolgt ist, folglich $\frac{M+m}{M} : 1 = m$: zu der Zeit einer Umwälzung von der Sonne aus gesehen, welche also $\frac{Mm}{M+m}$ ist. Setzt man mit Cassini für den Umlauf von der Erde aus die Zeit m = 27 T. 12 St. 20 M: so giebt dies für den Umlauf des Fleckens von der Sonne aus gesehen, also für eine Umdrehung der Sonne, eine Zeit = 25 T. 14 St. 8 M. beydes nehmlich auf den Sonnenäquator bezogen. La Lande Astron. art. 3276. setzt nach

genauern

genauern Bestimmungen diese Zeit = 25 T. 10 St. und m = 27 T. 7 St. 37 M. 28 S.

§. 450. Zus. 7. Setzt man gleich die Umdrehung der Sonne um ihre Axe, wie die Umdrehung der Erde, gleichförmig, daß also der Flecken in der Hälfte der Zeit sich halb umdrehe: so wird doch wegen des Umlaufs der Erde um die Sonne, der Flecken länger unsichtbar, als sichtbar seyn.

§. 451. Anm. 1. Die Sonnenflecken sind zu Anfange des vorigen Jahrhunderts von Joh. Fabricius zu Ostell in Ostfriesland, von Christoph Scheiner zu Ingolstadt, und von Galiläi zu Rom, fast zu gleicher Zeit entdeckt worden. Ersterer sah sie durch ein Holländisches Fernrohr Dioptr. §. 115 mit Gefahr seiner Augen; der zweite in einer Projection der Sonne Dioptr. §. 160. Jetzt beobachtet man sie durch Fernröhre mit angelaufenen oder gefärbten Gläsern. Die erste Schrift über die Sonnenflecken: Ioh. Fabricii Phrysii de maculis in sole observatis ist zu Wittenberg 1711 herausgekommen, woraus la Lande Astr. art. 3223. einen Auszug gegeben. Ueber die Geschichte der Entdeckung der Flecken vergleiche man daselbst art. 3224 — 27, und Scheibels Anleitung zur mathematischen Bücherkenntniß 18. Stück. S. 65 — 69. In den Annales de France Paris 1588. Vie de Charlemagne p. 62. findet man, daß im Jahr 807. am 16ten März Mercur in der Sonne gesehen worden, welches aber nur ein Flecken gewesen seyn kann, wovon also hier die erste Nachricht gegeben wird. la Lande Astr. art. 3232. Die Zahl der Flecken ist bald groß, bald klein; zu manchen Zeiten werden gar keine Flecken gesehen la Lande Astr. art. 3235.

§. 452. Anm. 2. Ueber die Natur der Flecken sind die Meinungen getheilt. Einige halten sie für planetarische Körper, andere für Wolken, andere für Hervorragungen einer festen unförmlichen Masse des Sonnenkörpers, andere für Gruben in seiner Oberfläche. Vergl. la Lande Astr. art. 3238 — 42. Röslers Handbuch der practischen Astron. 1 Theil. S. 351 — 58.

§. 453. Anm. 3. Eben so wenig läßt sich bestimmen, welche Beschaffenheit die sogenannten Fackeln, faculae, luculi, haben. Dies sind Stellen in der Sonne viel heller glänzend, als das übrige Licht, größer als die Flecken, auch an Licht, Figur und Dauer verschie-

verschieden, von denen man bemerkt haben will, daß sie oft in Flecken, so wie diese in Fackeln übergehen. la Lande Astron. art. 3229.

§. 454. Anm. 4. Cassini hat zuerst im Jahr 1683 einen Glanz, den er nach Untergang der Sonne wahrnahm, deutlich beschrieben, welcher das Zodiacallicht oder Thierkreislicht heißt, von dem man Abbildungen in Doppelmayers Himmelsatlas auf der 27 Tafel, la Lande Astr. Pl. II. Fig. 22 findet. Dieses wird da, wo die Sonne untergegangen ist, am bequemsten im Frühjahr, und da wo die Sonne aufgehen wird, im Herbste; in der heißen Zone aber durchs ganze Jahr gesehen. Im Horizont zeigt es sich am breitesten, und läuft von da aufwärts nach der Richtung des Thierkreises in eine Spitze zusammen. Man schreibt dieses Licht einer Atmosphäre der Sonne zu, deren Theile vom Sonnenlichte erleuchtet würden; nur müßte diese Atmosphäre von ganz anderer Beschaffenheit seyn, als die unsrige, auch in der Richtung des Sonnenäquators sich am weitesten von der Sonne erstrecken, damit sie sich zu einer Jahreszeit mehr als zu einer andern zeigen könne. Vergl. la Lande Astr. art. 844 — 48.

§. 455. Anm. 5. Den Sonnenkörper selbst halten einige für eine brennende Masse, andere aber für kein wirkliches Feuer, sondern für einen an sich dunkeln Körper, der die ihn umgebende Lichtmaterie in Bewegung setze, daß also die Flecken blos Stellen wären, wo sich die Lichtmaterie getheilt, und den Sonnenkörper entblößt habe. Vergl. Röslers Handb. der pract. Astr. 1 Theil. S. 375 — 78.

§. 456. Erfahr. Zur Zeit des Neumondes verliert zuweilen bey heiterem Himmel die Sonne ihren Schein so, als wenn eine schwarze Scheibe von Abend nach Morgen in sie rückte. Diese Scheibe verdeckt bald wenig, bald viel, manchmal die ganze Sonne; aber nicht an allen Orten der Erde scheint ein gleich großer Theil der Sonne verdeckt.

§. 457. Erkl. Diese Erscheinung heißt eine Sonnenfinsterniß, eclipsis solis, und ist gänzlich, totalis, oder nicht gänzlich, partialis; jene zuweilen

auch

auch mit einer Dauer, cum mora. Tritt die Scheibe so vor die Sonne, daß ihrer beyder Mittelpunkte zusammenfallen, so heißt die Finsterniß central, centralis, von der eine besondere Art die ringförmige, annularis ist; wenn die Scheibe einen kleinern Durchmesser als die Sonne hat.

§. 458. Anm. Bey großen, noch mehr bey gänzlichen Finsternissen, zeigen sich die Wirkungen der Nacht. Dergleichen war im Jahr 1706 am 12. May, bey welcher man einen vom übrigen Sonneringe unterschiedenen lichten concentrischen Ring um die dunkle Scheibe sahe. Von dieser und andern Finsternissen giebt la Lande Astr. art. 1773 – 80. Nachrichten.

§. 459. Zus. 1. Die Sonne kann ihr Licht nicht wirklich verliehren, sondern es muß solches nur den Erdbewohnern durch einen runden undurchsichtigen Körper entzogen werden, und dieser muß der Erde ziemlich nahe seyn, damit er verschiedenen Stellen der Erde verschiedene Stücke der Sonne verdecken könne.

§. 460. Zus. 2. Da sich alle Sonnenfinsternisse im Neumonde eräugnen, zu welcher Zeit, wie aus dem Folgenden erhellet, der Mond bey der Sonne befindlich ist, auch seine eigene Bewegung von Abend nach Morgen geschiehet: so muß wohl der Mond ein dunkler, undurchsichtiger der Erde ziemlich naher Körper seyn, um solche Erscheinungen hervorzubringen; welche Muthmaßung im Folgenden zur Gewißheit wird.

2. Von dem Monde.

§. 461. Erfahr. Sieht man den Mond bald nach der Sonne untergehen: so zeigt er sich

als

als ein schmaler gekrümmter in Spitzen auslaufender heller Streifen, oder sichelförmig, luna falcata. Nach ohngefähr 8 Tagen, da er um Mitternacht untergehet, ist seine halbe Scheibe hell, erstes Virtel, quadratura. Nach 14 Tagen, da er am Abend aufgehet, ist die ganze Scheibe hell, Vollmond, plenilunium. Nach 21 Tagen, da er wieder um Mitternacht untergehet, ist wieder die halbe Scheibe hell, letztes Virtel. Endlich nach 27 bis 28 Tagen, da er mit der Sonne zugleich untergehet, ist er gar nicht zu sehen, Neumond, novilunium.

§. 462. Vom Neumond bis zum Vollmond ist der Mond zunehmend, crescens, und gehet der Sonne nach; vom Vollmond aber, bis Neumond, abnehmend, decrescens, und gehet der Sonne vor.

I. Da seine helle Seite immer der Sonne zugekehrt ist: so ist ersterer an der Abendseite, letzterer aber an der Morgenseite erleuchtet. Bey dieser sind dieselben Lichterscheinungen (Wechsel, Brüche, Gestalten, phases,) wie bey jenen, nur umgekehrt.

II. Kennt man Sterne in der Ecliptik; so sieht man, daß der Mond bald eine nördliche, bald eine südliche Breite habe, welches noch genauer aus §. 287. zu erkennen ist.

III. Da der Mond in der eigenen Bewegu[illegible] viel schneller als die Sonne ist: so ändert sich sei[illegible] Elongation §. 184. beständig, und ist beym Neumon[illegible] Null, Conjunctio; beym ersten und letzten Vir[illegible]

90 und 270 Grad, quadratura; beym Vollmonde 180 Grad oppositio.

§. 463. Zus. 1. Der Mond muß wie in einem Kreise um die Erde gehen, und, wenn er Sonnenfinsternisse macht, der Erde viel näher seyn, als die Sonne, auch keine oder geringe Breite haben.

§. 464. Zus. 2. Nimmt man an, daß der Mond eine dunkle Kugel sey, deren Mittelpunkt hiebey ohne großen Fehler in die Ebene der Ecliptik gesetzt werden kann; so lassen sich die Mondsgestalten, für jede Weite von der Sonne, die hier Elongation ist, auf folgende Art finden:

Es sey (Fig. 28.) in der Ebene der Ecliptik T der Erde, L des Mondes, und S der Sonne Mittelpunkt in einer so großen Entfernung, daß dagegen TL nicht zu achten, folglich LS mit TS parallel nach der Sonne Mittelpunkt laufen. Legt man nun durch L zwey Ebenen auf die Ecliptik senkrecht, die sie in PQ und NO so schneiden, daß jene mit LS, diese mit LT rechte Winkel mache: so ist beyder Ebenen Durchschnitt auf die Ebene der Ecliptik, folglich auch auf PQ, NO, senkrecht, folglich QLO ihr Neigungswinkel, welcher die Mondsphase für diesen Stand bestimmt; weil von den beyden Ebenen jene den der Sonne, diese den der Erde zugekehrten Theil des Mondes abschneidet, folglich das Stück des Mondes, welches zwischen QLO fällt, erleuchtet, und der Erde zugekehrt ist. Nun ist QLO + TLQ = R = LTS + TLQ, folglich ist QLO = LTS, oder der Winkel, welcher die Mondsphase bestimmt, der zugehörigen Elongation des Mondes gleich. Wie sich hienach die

Breite

Breite der Phase, wonach man eine Zeichnung machen kann, bestimmen lasse, sehe man la Lande Astr. art. 1408. 9.

§. 465. Zus. 3. Da jede angenommene Elongation die dazu gehörige Mondsgestalt giebt: so läßt sich hienach eine Zeichnung für alle Mondsgestalten machen; und da diese mit der Erfahrung übereinstimmt; so ist es sicher, daß der Mond eine dunkle undurchsichtige Kugel sey, und daß die Voraussetzungen in §. 464. für diese Absicht nicht merklich von der Wahrheit abweichen. la Lande art. 1411.

§. 466. Zus. 4. Die Begränzungslinie der Erleuchtung ist allemahl ein halber Kreis, welcher uns in den Virtelscheinen als eine gerade Linie, sonst aber immer elliptisch erscheint, weil wir ihn in schräger Lage erblicken. la Lande Astr. art. 1410.

§. 467. Zus. 5. Wenn man vor und nach dem Neumonde die völlige Mondscheibe, aber dunkel und wie im Schatten liegend, siehet, und auf dem dunkeln Theile des Mondes sich bald mehr bald weniger ein mattes aschfarbiges Licht zeigt: so verursacht dies das Licht der Erde, welches zu solcher Zeit in großer Stärke auf den Mond fällt, und von ihm zurückgeworfen wird. la Lande Astr. art. 1412.

§. 468. Anm. Um den Lauf des Mondes blos im Allgemeinen mit dem Laufe der Sonne zu vergleichen, kann man annehmen, daß der Mond in der Ecliptik selbst laufe, und täglich 13 Gr. von der Sonne weiter gegen Morgen rücke; also vom Neumond an, wo er bey der Sonne stehet, für jede 2 Tage etwa 1 Monat weiter rechnen, nach welchem die Sonne an ihren Ort gelangt. Z. E. Der Neumond des März stehet mit der Sonne in der Gegend des Frühlingspunktes. Von hier steigt der Mond nordlich über den Aequator herauf, und stehet beym ersten Virtel im

dann letztere Parallaxe von 57′ 1″ die eigentliche mittlere Weite des Mondes = 86351 Meilen giebt, wobey man höchstens um 100 Meilen fehlen kann, weil man die Parallaxe bis auf 4″ weiß, und jede Secunde in der Weite kaum 25 Meilen beträgt.

§. 440. Anm. 2. Daß die Parallaxe der Sonne sehr klein seyn müsse, läßt sich schon aus der Parallaxe des Mars schliessen, die noch nicht 25″ beträgt §. 438. Eine so kleine Parallaxe läßt sich durch die in Obigem angezeigte Methode nicht bestimmen, daher man ganz andere Methoden zu Hülfe nehmen mußte, die hier nicht erklärt werden können. Hieraus ergab sich, daß die Parallaxe der Sonne nicht über 10″ gehen könne. Noch genauer aber ward dieselbe bey dem Durchgang der Venus durch die Sonne im Jahr 1761. auf 8, 6″ bestimmt, welches die mittlere Weite der Sonne von der Erde 34 357 480 Meilen, jede zu 2283 Toisen giebt. Vergl. la Lande Astron. art. 1725. 1728. Eine so kleine Parallaxe läßt sich in vielen Fällen ohne merklichen Fehler ganz bey Seite setzen, daß man die Linien von der Sonne nach allen Punkten der Erde für parallel annehme.

§. 441. Anm. 3. Aus der einmal bestimmten Weite der Sonne, lassen sich die mittlern Weiten der Planeten von der Sonne, leicht bestimmen, deren Würfel sich nach dem Keplerischen Gesetze wie die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten. Vergl. la Lande Astron. art. 1224-26. und die §. 627. folgende Tafel.

B. Die theorische Astronomie.

---

1. Von der Sonne.

§. 442. Erfahr. Man siehet oft in der Sonne veränderliche schwarze Flecken, maculae, die vom östlichen nach dem westlichen Rande in zwölf Tagen fortzurücken, und nach 15 Tagen

Ansicht-

Unsichtbahrkeit am östlichen Rande wieder hervorzutreten scheinen; auch werden diese Flecken in den entferntesten Ländern der Erde an einerley Orten der Sonnenscheibe gesehen.

§. 443. Zus. 1. Bey der großen Menge irregulärer Flecken, die entstehen, vergehen, zu und abnehmen, sich zertheilen, oder zusammenfließen, und bey der Gleichförmigkeit ihrer gemeinschaftlichen Bewegung, läßt es sich ohnmöglich gedenken, daß sie einzelne um die Sonne laufende Körper seyn sollten; vielmehr muß man sie, da sie keine Parallaxe haben, welche doch bey dem nächsten Planeten Mercur in der Sonne angetroffen wird, sehr nahe bey, oder gar in die Sonne setzen.

§. 444. Zus. 2. Nimmt man an, die Sonne sey eine Kugel, deren Hälfte uns als eine Scheibe erscheint Opt. §. 86, und die Flecken befänden sich auf der Oberfläche dieser Kugel: so kann man sich vorstellen, die Sonne mit ihren Flecken drehe sich um ihre Axe, wodurch die Flecken unserm Auge dargestellt, und wieder entzogen würden.

§. 445. Zus. 3. Die Endpunkte solcher Axe geben die Pole der Sonne, und eine Ebene durch den Mittelpunkt senkrecht auf die Axe giebt den Aequator der Sonne, mit welchem die Flecken parallele Kreise beschreiben müssen, die uns aber wegen der großen Entfernung an der Stelle erscheinen, wo ihre orthographische Projection §. 304. die Sonnenscheibe trift; daher solche Abbildung ihrer Wege bald gerade Linien, bald Ellipsen von verschiedener Gestalt giebt, nachdem die Lage der Flecken gegen den Sonnenäquator, und die Ecliptik verschieden ist.

§. 446. Anm. La Lande Astr. art. 3245. sq. zeiget, wie man aus dem beobachteten Unterschiede der Länge und Breite des Fleckens und des Mittelpunktes der Sonne, den Gang des Fleckens aus 3 Punkten bestimmen könne, und wie man daraus gefunden, daß die Ebene des Sonnenäquators gegen die Ebene der Ecliptik unter einem Winkel von $7\frac{1}{2}$ Gr. geneigt sey. Bewegt sich nun die Erde in der Sonnenbahn: so muß sie zweymal des Jahres in die Durchschnittspunkte des Sonnenäquators und der Ecliptik kommen: da dann der Weg des Fleckens eine gerade Linie wird, wie man zu Anfange des Junius und Decembers, da die Sonne im 10 Gr. ♊ und im 10 Gr. ♐ ist, findet. In den Zwischenzeiten werden die Wege der Flecken elliptisch, so daß die hohle Seite erst gegen Norden und dann gegen Süden gerichtet ist. la Lande Astr. art. 3233.

§. 447. Zus. 3. Die Bewegung der Flecken erscheint uns von Morgen nach Abend, oder gegen die Ordnung der Zeichen; ein Auge aber im Mittelpunkte der Sonne würde die Flecken nach der Ordnung der Zeichen um sich gehen sehen. Denn, um die Sache blos im Allgemeinen zu erläutern, wenn (Fig. 27.) der Flecken auf der Oberfläche der Sonne z. E. von a nach b nach der Ordnung der Zeichen gehet: so siehet ihn die Erde T erst nach der Linie Ta, dann nach der Linie Tb, westlich von Ta, daß er sich also gegen die Ordnung der Zeichen bewegt zu haben scheinet.

§. 448. Zus. 5. Es sey durch die Axe der Sonne und einen Flecken in einem gewissen Augenblicke eine unverrückte Ebene, ein Meridian des Fleckens, gelegt, aus welcher der Flecken gedrehet, und in die er wieder geführt werde: so heißt die Zeit, in welcher dieses geschiehet, eine Umdrehung, rotatio, der Sonne, in Absicht auf einen unbeweglichen Punkt im Himmelsraume, wie eine Umdrehung der Erde in Absicht auf einen Fixstern.

§. 449.

§. 449. Zus. 6. Führt die Sonne einen Flecken um ihren Mittelpunkt nach der Ordnung der Zeichen, und läuft die Erde, wie die Folge zeigen wird, um die Sonne in eben der Richtung: so muß die Zeit der Umdrehung des Fleckens von der Erde aus gesehen, grösser seyn, als von der Sonne aus gesehen.

Denn es sey (Fig. 27.) die Zeit, nach welcher ein Flecken wieder in seiner vorigen Stelle gesehen wird, $= m$, das Sonnenjahr $= M$, und die Erde in T erblicke den Flecken a im Mittelpunkte der Sonne, gehe aber von da bis D, indem der Flecken von a bis b rückt, wo ihn die Erde wiederum im Mittelpunkte der Sonne siehet: so muß der Flecken, wenn er den ganzen Kreis von a bis wieder in a durchlauffen ist, für die Erde, noch den Bogen ab zurücklegen, der dem Bogen TD ähnlich ist, und sich, da man hier die Bewegung von der Erde aus auch gleichförmig setzen kann, wie $m : M$, oder wie $\frac{m}{M} : 1$ verhält, daß also in der Zeit m die Umwälzung von der Sonne aus $1 + \frac{m}{M}$ mahl, oder $\frac{M+m}{M}$ mahl erfolgt ist, folglich $\frac{M+m}{M} : 1 = m :$ zu der Zeit einer Umwälzung von der Sonne aus gesehen, welche also $\frac{Mm}{M+m}$ ist. Setzt man mit Cassini für den Umlauf von der Erde aus die Zeit $m = 27$ T. 12 St. 20 M: so giebt dies für den Umlauf des Fleckens von der Sonne aus gesehen, also für eine Umdrehung der Sonne, eine Zeit $= 25$ T. 14 St. 8 M. beydes nehmlich auf den Sonnenäquator bezogen. La Lande Astron. art. 3276. setzt nach genauern

genauern Bestimmungen diese Zeit = 25 T. 10 St. und m = 27 T. 7 St. 37 M. 28 S.

§. 450. Zus. 7. Setzt man gleich die Umdrehung der Sonne um ihre Axe, wie die Umdrehung der Erde, gleichförmig, daß also der Flecken in der Hälfte der Zeit sich halb umdrehe: so wird doch wegen des Umlaufs der Erde um die Sonne, der Flecken länger unsichtbar, als sichtbar seyn.

§. 451. Anm. 1. Die Sonnenflecken sind zu Anfange des vorigen Jahrhunderts von Joh. Fabricius zu Ostell in Ostfriesland, von Christoph Scheiner zu Ingolstadt, und von Galiläi zu Rom, fast zu gleicher Zeit entdeckt worden. Ersterer sah sie durch ein Holländisches Fernrohr Dioptr. §. 115 mit Gefahr seiner Augen; der zweite in einer Projection der Sonne Dioptr. §. 160. Jetzt beobachtet man sie durch Fernröhre mit angelaufenen oder gefärbten Gläsern. Die erste Schrift über die Sonnenflecken: Joh. Fabricii Phrysii de maculis in sole observatis ist zu Wittenberg 1711 herausgekommen, woraus la Lande Astr. art. 3223. einen Auszug gegeben. Ueber die Geschichte der Entdeckung der Flecken vergleiche man daselbst art. 3224 — 27, und Schreibels Anleitung zur mathematischen Bücherkenntniß 18. Stück. S. 65 — 69. In den Annales de France Paris 1588. Vie de Charlemagne p. 62. findet man, daß im Jahr 807. am 16ten März Mercur in der Sonne gesehen worden, welches aber nur ein Flecken gewesen seyn kann, wovon also hier die erste Nachricht gegeben wird. la Lande Astr. art. 3232. Die Zahl der Flecken ist bald groß, bald klein; zu manchen Zeiten werden gar keine Flecken gesehen la Lande Astr. art. 3235.

§. 452. Anm. 2. Ueber die Natur der Flecken sind die Meinungen getheilt. Einige halten sie für planetarische Körper, andere für Wolken, andere für Hervorragungen einer festen unförmlichen Masse des Sonnenkörpers, andere für Gruben in seiner Oberfläche. Vergl. la Lande Astr. art. 3238 — 42. Röslers Handbuch der practischen Astron. 1 Theil. S. 351 — 58.

§. 453. Anm. 3. Eben so wenig läßt sich bestimmen, welche Beschaffenheit die sogenannten Fackeln, faculae, luculi, haben. Dies sind Stellen in der Sonne viel heller glänzend, als das übrige Licht, größer als die Flecken, auch an Licht, Figur und Dauer verschie-

verschieden, von denen man bemerkt haben will, daß sie oft in Flecken, so wie diese in Fackeln übergehen. la Lande Astron. art. 3229.

§. 454. Anm. 4. Caßini hat zuerst im Jahr 1683 einen Glanz, den er nach Untergang der Sonne wahrnahm, deutlich beschrieben, welcher das Zodiacallicht oder Thierkreislicht heißt, von dem man Abbildungen in Doppelmayers Himmelsatlas auf der 27 Tafel, la Lande Astr. Pl. II. Fig. 22 findet. Dieses wird da, wo die Sonne untergegangen ist, am bequemsten im Frühjahr, und da wo die Sonne aufgehen wird, im Herbste; in der heißen Zone aber durchs ganze Jahr gesehen. Im Horizont zeigt es sich am breitesten, und läuft von da aufwärts nach der Richtung des Thierkreises in eine Spitze zusammen. Man schreibt dieses Licht einer Atmosphäre der Sonne zu, deren Theile vom Sonnenlichte erleuchtet würden; nur müßte diese Atmosphäre von ganz anderer Beschaffenheit seyn, als die unsrige, auch in der Richtung des Sonnenäquators sich am weitesten von der Sonne erstrecken, damit sie sich zu einer Jahreszeit mehr als zu einer andern zeigen könne. Vergl. la Lande Astr. art. 844 — 48.

§. 455. Anm. 5. Den Sonnenkörper selbst halten einige für eine brennende Masse, andere aber für kein wirkliches Feuer, sondern für einen an sich dunkeln Körper, der die ihn umgebende Lichtmaterie in Bewegung setze, daß also die Flecken blos Stellen wären, wo sich die Lichtmaterie getheilt, und den Sonnenkörper entblößt habe. Vergl. Röslers Handb. der pract. Astr. 1 Theil. S. 375 — 78.

§. 456. Erfahr. Zur Zeit des Neumondes verliert zuweilen bey heiterem Himmel die Sonne ihren Schein so, als wenn eine schwarze Scheibe von Abend nach Morgen in sie rückte. Diese Scheibe verdeckt bald wenig, bald viel, manchmal die ganze Sonne; aber nicht an allen Orten der Erde scheint ein gleich großer Theil der Sonne verdeckt.

§. 457. Erkl. Diese Erscheinung heißt eine Sonnenfinsterniß, eclipsis solis, und ist gänzlich, totalis, oder nicht gänzlich, partialis; jene zuweilen

auch

auch mit einer Dauer, cum mora. Tritt die Scheibe so vor die Sonne, daß ihrer beyder Mittelpunkte zusammenfallen, so heißt die Finsterniß central, centralis, von der eine besondere Art die ringförmige, annularis ist; wenn die Scheibe einen kleinern Durchmesser als die Sonne hat.

§. 458. Anm. Bey großen, noch mehr bey gänzlichen Finsternissen, zeigen sich die Wirkungen der Nacht. Dergleichen war im Jahr 1706 am 12. May, bey welcher man einen vom übrigen Sonneringe unterschiedenen lichten concentrischen Ring um die dunkle Scheibe sahe. Von dieser und andern Finsternissen giebt la Lande Astr. art. 1773 – 80. Nachrichten.

§. 459. Zus. 1. Die Sonne kann ihr Licht nicht wirklich verliehren, sondern es muß solches nur den Erdbewohnern durch einen runden undurchsichtigen Körper entzogen werden, und dieser muß der Erde ziemlich nahe seyn, damit er verschiedenen Stellen der Erde verschiedene Stücke der Sonne verdecken könne.

§. 460. Zus. 2. Da sich alle Sonnenfinsternisse im Neumonde erdugnen, zu welcher Zeit, wie aus dem Folgenden erhellet, der Mond bey der Sonne befindlich ist, auch seine eigene Bewegung von Abend nach Morgen geschiehet: so muß wohl der Mond ein dunkler, undurchsichtiger der Erde ziemlich naher Körper seyn, um solche Erscheinungen hervorzubringen; welche Muthmaßung im Folgenden zur Gewißheit wird.

2. Von dem Monde.

§. 461. Erfahr. Sieht man den Mond bald nach der Sonne untergehen: so zeigt er sich

als

als ein schmaler gekrümmter in Spitzen auslaufender heller Streifen, oder sichelförmig, luna falcata. Nach ohngefähr 8 Tagen, da er um Mitternacht untergehet, ist seine halbe Scheibe hell, erstes Virtel, quadratura. Nach 14 Tagen, da er am Abend aufgehet, ist die ganze Scheibe hell, Vollmond, plenilunium. Nach 21 Tagen, da er wieder um Mitternacht untergehet, ist wieder die halbe Scheibe hell, letztes Virtel. Endlich nach 27 bis 28 Tagen, da er mit der Sonne zugleich untergehet, ist er gar nicht zu sehen, Neumond, novilunium.

§. 462. Vom Neumond bis zum Vollmond ist der Mond zunehmend, crescens, und gehet der Sonne nach; vom Vollmond aber, bis Neumond, abnehmend, decrescens, und gehet der Sonne vor.

I. Da seine helle Seite immer der Sonne zugekehrt ist: so ist ersterer an der Abendseite, letzterer aber an der Morgenseite erleuchtet. Bey dieser sind dieselben Lichterscheinungen (Wechsel, Brüche, Gestalten, phases,) wie bey jenen, nur umgekehrt.

II. Kennt man Sterne in der Ecliptik; so sieht man, daß der Mond bald eine nördliche, bald eine südliche Breite habe, welches noch genauer aus §. 287. zu erkennen ist.

III. Da der Mond in der eigenen Bewegung viel schneller als die Sonne ist: so ändert sich seine Elongation §. 184. beständig, und ist beym Neumonde Null, Conjunctio; beym ersten und letzten Virtel

90 und 270 Grad, quadratura; beym Vollmonde 180 Grad oppositio.

§. 463. Zus. 1. Der Mond muß wie in einem Kreise um die Erde gehen, und, wenn er Sonnenfinsternisse macht, der Erde viel näher seyn, als die Sonne, auch keine oder geringe Breite haben.

§. 464. Zus. 2. Nimmt man an, daß der Mond eine dunkle Kugel sey, deren Mittelpunkt hiebey ohne großen Fehler in die Ebene der Ecliptik gesetzt werden kann; so lassen sich die Mondsgestalten, für jede Weite von der Sonne, die hier Elongation ist, auf folgende Art finden:

Es sey (Fig. 28.) in der Ebene der Ecliptik T der Erde, L des Mondes, und S der Sonne Mittelpunkt in einer so großen Entfernung, daß dagegen TL nicht zu achten, folglich LS mit TS parallel nach der Sonne Mittelpunkt laufen. Legt man nun durch L zwey Ebenen auf die Ecliptik senkrecht, die sie in PQ und NO so schneiden, daß jene mit LS, diese mit LT rechte Winkel mache: so ist beyder Ebenen Durchschnitt auf die Ebene der Ecliptik, folglich auch auf PQ, NO, senkrecht, folglich QLO ihr Neigungswinkel, welcher die Mondsphase für diesen Stand bestimmt; weil von den beyden Ebenen jene den der Sonne, diese den der Erde zugekehrten Theil des Mondes abschneidet, folglich das Stück des Mondes, welches zwischen QLO fällt, erleuchtet, und der Erde zugekehrt ist. Nun ist QLO + TLQ = R = LTS + TLQ, folglich ist QLO = LTS, oder der Winkel, welcher die Mondsphase bestimmt, der zugehörigen Elongation des Mondes gleich. Wie sich hienach die

Breite

Breite der Phase, wonach man eine Zeichnung machen kann, bestimmen lasse, sehe man la Lande Astr. art. 1408. 9.

§. 465. Zus. 3. Da jede angenommene Elongation die dazu gehörige Mondsgestalt giebt: so läßt sich hienach eine Zeichnung für alle Mondsgestalten machen; und da diese mit der Erfahrung übereinstimmt; so ist es sicher, daß der Mond eine dunkle undurchsichtige Kugel sey, und daß die Voraussetzungen in §. 464. für diese Absicht nicht merklich von der Wahrheit abweichen. la Lande art. 1411.

§. 466. Zus. 4. Die Begränzungslinie der Erleuchtung ist allemahl ein halber Kreis, welcher uns in den Virtelscheinen als eine gerade Linie, sonst aber immer elliptisch erscheint, weil wir ihn in schräger Lage erblicken. la Lande Astr. art. 1410.

§. 467. Zus. 5. Wenn man vor und nach dem Neumonde die völlige Mondscheibe, aber dunkel und wie im Schatten liegend, siehet, und auf dem dunkeln Theile des Mondes sich bald mehr bald weniger ein mattes aschfarbiges Licht zeigt: so verursacht dies das Licht der Erde, welches zu solcher Zeit in großer Stärke auf den Mond fällt, und von ihm zurückgeworfen wird. la Lande Astr. art. 1412.

§. 468. Anm. Um den Lauf des Mondes blos im Allgemeinen mit dem Laufe der Sonne zu vergleichen, kann man annehmen, daß der Mond in der Ecliptik selbst laufe, und täglich 13 Gr. von der Sonne weiter gegen Morgen rücke; also vom Neumond an, wo er bey der Sonne stehet, für jede 2 Tage etwa 1 Monat weiter rechnen, nach welchem die Sonne an ihren Ort gelangt. Z. E. Der Neumond des März stehet mit der Sonne in der Gegend des Frühlingspunktes. Von hier steigt der Mond nördlich über den Aequator herauf, und stehet beym ersten Virtel im

Krebse am höchsten, wie die Sonne im Junius, nachher gehet er niederwärts, bis er im vollen Lichte in der Wage erscheint, wo die Sonne im September anlangt. Nun tritt er in die südliche Hemisphäre, und hat beym letzten Virtel seinen niedrigsten Stand am Himmel, wo wir die Sonne im December sehen.

§. 469. Erfahr. Zur Zeit des Vollmondes verliehrt zuweilen bey heiterem Himmel der Mond sein Licht so, als wenn eine schwarze Scheibe von Morgen nach Abend in ihn rückte; welches eine Mondsinsterniß, eclipsis lunae, heißt, bey welcher allen Erdbewohnern in einerley Augenblicke gleichviel vom Monde verfinstert scheint.

§. 470. Zus. 1. Zur Zeit des vollen Lichts befindet sich der Mittelpunkt des Mondes in gerader Linie mit den Mittelpunkten der Sonne und Erde, oder doch unweit dieser Linie, welche die Axe des Schattenkegels der Erde ist. (Opt. §. 38.) Folglich könnte die Mondsinsterniß daher kommen, daß die Erde ihren Schatten auf den Mond wirft. Denn da der Mond uns wie eine Scheibe erscheint, die auf der Linie TL (Fig. 28.) senkrecht stünde: so muß es uns vorkommen, als durchschnitte diese Scheibe den Schattenkegel senkrecht auf seine Axe, und es muß dieser Durchschnitt des Erdschattens auf der Mondscheibe als ein Kreis erscheinen.

§. 471. Zus. 2. Da, vermöge dieser Hypothese, der Mond nach der Ordnung der Zeichen in den Erdschatten tritt: so muß es uns vorkommen, als träte der Erdschatten in die Mondscheibe gegen die Ordnung der Zeichen, oder von Morgen nach Abend.

§. 472. Zus. 3. Da also nach dieser Hypothese der Mond sein Licht wirklich verliehrt: so muß er allen Bewohnern der Erde in einerley Augenblicke auf einerley Art verfinstert erscheinen, wenn gleich die östlich Gelegenen spätere Stunden zählen, als die westlichern.

§. 473. Zus. 4. Ferner muß der Mond bey nördlicher Breite am südlichen Theile, bey südlicher Breite aber am nördlichen Theile verfinstert werden, und wenn seine Breite größer ist, als der Halbmesser des Schattenkegels der Erde, in dieser Weite, gar nicht verfinstert werden können.

§. 474. Zus. 5. Da die Erfahrung mit obigen und allen übrigen Umständen bey Mondfinsternissen völlig übereinstimmt: so muß die im §. 470. angenommene Hypothese der Wahrheit gemäß, und außer Zweifel seyn.

§. 475. Zus. 6. Wenn bey gänzlichen Finsternissen der Mond nur selten völlig verschwindet, daß er bey heiterm Himmel, und durch Fernröhre nicht zu entdecken ist, mehrentheils aber während der totalen Verfinsterung als eine Kugel von röthlicher Farbe gesehen wird, die aber für andere Orte auch anders ausfällt: so muß der Mond nur durch gebrochenes Licht, welches ihm die Erdatmosphäre zuschickt, sichtbar bleiben, und eben diese Brechung des Lichts muß die Farben verursachen, die nach dem verschiedenen Zustande der Atmosphäre zu verschiedenen Zeiten, und an verschiedenen Orten verschieden seyn können. Vergl. la Lande Astron. art. 1769–71.

§. 476. Erfahr. Der Mond zeigt den blossen Augen beständige große Gegenden, dunkler als die übrigen, welche **Flecken**, maculae, heissen. Durch das Fernrohr aber sieht man noch mehrere kleinere Flecken, die durch hellere Gegenden abgesondert sind; ferner die Gränze der Erleuchtung, die elliptisch seyn sollte, höckerig und auf verschiedene Arten gebogen; desgleichen über diese Gränze hinaus im dunkeln Theile des Mondes, auch in den Flecken, noch besondere helle Tüpfelchen; endlich außer obigen beständigen Flecken auch noch veränderliche der Sonne entgegengesetzte, die sich in einem Kreise, mit Veränderung ihrer Gestalt und Größe, um die hellen Tüpfelchen bewegen.

§. 477. Zus. 1. Die beständigen Flecken müssen Materien seyn, die von demselben Lichte der Sonne nicht so stark, als die Materie der hellern Gegenden erleuchtet werden. Da nun Wasser das erhaltene Licht verschluckt und zerstreuet, und dem Auge auf einer Höhe dunkler als Land erscheint: so hat Hevelius nebst andern die Flecken des Mondes für Wasser gehalten, und ihnen Nahmen von Meeren beygelegt. Aber außerdem, daß auch feste Materien das Licht verschiedentlich zurückwerfen, würde Wasser häufige Dünste verursachen, wodurch der Mond trübe aussehen müßte, ohne noch anderer Umstände, als daß Hugenius in den Flecken Vertiefungen gesehen hat, zu gedenken.

§. 478.

§. 478. Zus. 2. Die hellen Tüpfelchen im dunklen Theile des Mondes müssen das Sonnenlicht, ehe es die umliegenden Theile trift, auffangen, folglich sich über die wagrechte Mondsfläche, als Berge erheben, welche desto höher sind, je weiter sie von der Gränze der Erleuchtung liegen, auch durch ihren Schatten, die veränderlichen Flecke hervorbringen.

Denn wenn (Fig. 28.) der Sonnenstrahl SP die Mondsfläche in P berührt, daß PQ die Gränze der Erleuchtung bestimmt, und man im dunklen Theile ein helles Tüpfelchen n wahrnimmt: so muß dieses die Spitze eines Berges seyn, dessen Höhe Nn ist, welche desto größer ausfällt, je größer der Winkel PLn, oder dessen Tangente Pn, die Entfernung des Tüpfelchens von der Erleuchtungsgränze, gefunden wird. Diese war z. E. nach Hevels Beobachtung $\frac{1}{13}$ LN = 0,07692 LN, welcher die Secante Ln = 1,00295 zugehört. Subtrahirt man hievon LN = 1, so bleibt Nn = 0,00295 . LN = $\frac{1}{338}$ LN. Setzt man nun LN, den Halbmesser des Mondes, = $\frac{3}{11}$ vom Erdhalbmesser, und diesen = 3270000 Toisen; so wird LN = 2640 Toisen. (la Lande Astr. art. 3334.)

§. 479. Anm. 1. Hat man mittelst eines Micrometers, wovon im Folgenden, die Lage und Größe der Flecken und Berge des Mondes bestimmt; so läßt sich davon eine Charte machen, und darinn jeder merkwürdige Gegenstand benennen, dergleichen man von Hevel, und Riccioli hat, welche die eilfte Doppelmeyersche Himmelscharte vorstellt. Jener nennt die Berge und Meere wie die auf unserer Erde; dieser die Berge nach Mathematikern, die Meere willkührlich. Nach ihnen gaben vollkommnere Mondcharten: Cassini, wovon la Lande eine neue Ausgabe 1787 besorgt hat, und Tob. Mayer, welche mit dessen hinterlassenen Schriften H. Hofr. Lichtenberg 1775 herausgegeben hat. Auch findet man eine Mondcharte la Lande Astr. planche XL; und eine von Lambert, in dem Berliner astronomischen Jahrbuche auf das Jahr 1776. (la Lande Astr. art. 3286 — 92.) Alle diese hier erwähnte sind blos Generalcharten vom Monde, die aber

zu einer genauern physischen Kenntniß dieses Weltkörpers und zu seiner Naturgeschichte nicht hinreichen. Hiezu liefert einen Specialatlas Herr Oberamtmann Schröter: Selenotopographische Fragmente zur genauern Kenntniß der Mondfläche, ihrer erlittenen Veränderungen und Atmosphäre, mit 43 Kupfertafeln. Lilienthal 1791. 4, worinn auch die Mayersche allgemeine Mondcharte tab. V. aufgenommen ist, und mühsame mit Hülfe herschelischer Teleskope angestellte Beobachtungen einzelner Gegenden des Mondes beschrieben sind, von denen nur in der Kürze folgendes zu erwähnen: Die Flecken, sonst Meere genannt, enthalten Bergadern, Ringgebürge, Einsenkungen; Ein Berg ist 4000 Toisen hoch, und Eine Einsenkung 3000 Toisen tief gefunden; von feuerspeyenden Bergen, die Herr Herschel entdeckt haben will, (Berl. astron. Jahrb. auf 1788. S. 144. und auf 1790. S. 178. Vergl. la Lande Astr. art. 3339.) hat H. Schröter nichts wahrnehmen können, aber wohl Lichtflecken im dunkeln Theile, die das Erdenlicht stärker als die umliegenden Theile zurücksenden müssen; an Hevels Methode Berge zu messen §. 478. zeigt Herr Schröter das unzuverlässige und mangelhafte, und braucht dafür sicherer und allgemeiner die Schattenlängen in Verbindung mit den Sonnenhöhen; aus zufälligen Veränderungen an den Flecken wird auf eine Atmosphäre des Mondes geschlossen, die nachmahls durch eine deutliche Beobachtung der Morgendämmerung (Götting. gel. Anz. 1792. S. 857.) bestätigt ward.

Außer den Charten hat Cassini und besonders Tob. Mayer eine künstliche Mondkugel vorgeschlagen. Kästners Anfangsgr. der Astron. 186. Dergleichen ist neuerlich eine in England auf Subscription angekündigt worden. Hindenburgs Archiv der Mathematik. 2. Heft auf dem Umschlage.

§. 480. Anm. 2. Die Erhöhungen und Vertiefungen, die Berge und Thäler im Monde, geben ihm wie unserer Erde eine rauhe Oberfläche, welche macht, daß er so stark leuchtet. Denn bey einer glatten Fläche wäre der Mond ein Spiegel, der bey weiten nicht so hell aussehen würde, und worinn die Sonne als ein Stern zu sehen wäre. Kästners Anfangsgr. der Astron. 185.

§. 481. Anm. 3. Die Aehnlichkeit des Mondes mit unserer Erde ist wohl außer Zweifel, kann aber gar leicht übertrieben werden, wovon viele Beyspiele vorhanden sind. la Lande Astron. art. 3376 — 79.

§. 482. Erfahr. Der Mond zeigt den Erdbewohnern beständig einerley Flecken; ausgenommen, daß an dem einen Rande ein neuer schmaler

schmaler Streifen zum Vorschein kömmt, und dafür an dem entgegengesetzten Rande ein anderer verschwindet, und die Flecken in der Mitte periodisch bald west- oder ost-, bald nord- oder südwärts treten, welches das **Wanken**, libratio, des Mondes heißt.

§. 483. Zus. 1. Soll der Mond unserer Erde nur immer einerley Seite zeigen: so muß sich diese während seines Umlaufs nach und nach gegen alle Weltgegenden kehren, folglich der Mond bey jedem Umlauf sich selbst einmahl um seine Axe drehen. Denn wenn (Fig. 29.) bad die beständige Seite ist, die der Mond der Erde T zukehret, daß ihr der Punkt a unveränderlich in der Mitte des Mondes erscheint: so ist beym Neumonde der entgegengesetzte Punkt c, im ersten Virtel aber b, im Vollmonde a, und im letzten Virtel d, nach der Sonne (rechter Hand der Figur) gerichtet. Wenn demnach die Erde T, die sich in der Bahn des Mondes befindet, immer nur dieselbe Seite von ihm siehet, so muß ein Auge S außer dieser Bahn während eines Umlaufs nach und nach alle Punkte in dem Umkreise a b c d erblicken, folglich sich der Mond in der Richtung a b c d einmahl rings um gedrehet haben.

§. 484. Zus. 2. Da der Mond nach der Ordnung der Zeichen um die Erde läuft: so muß das Umdrehen um seine Axe auch nach der Ordnung der Zeichen geschehen; folglich ein Auge im Mittelpunkte die Flecken nach der Ordnung der Zeichen um sich gehen sehen.

§. 485. Zus. 3. Einem Beobachter auf dem Flecken, der sich mit dem Flecken zugleich umdrehete, ohne sich dieser Bewegung bewust zu seyn, würde es vorkommen, (Opt. §. 91.) als wenn der ganze Himmel während dieser Zeit sich um ihn drehete. Dies gäbe also für den Mond, wie für die Erde, einen Tag, der aber aus 27 von unsern Tagen bestehet. Es sey nähmlich um den Mond durch seine Pole und einen Flecken ein Kreis gelegt, ein Meridian des Fleckens, und das Auge im Mittelpunkte sehe diesen Meridian sich von einem gewissen Punkte am Himmel nach der Ordnung der Zeichen drehen, bis er wieder dahin kömmt: so giebt die Zeit, die darauf gehet, einen Tag für den Mond.

§. 486. Zus. 4. Nach der Verschiedenheit des angenommenen Punkts, ist auch der Tag, und seine Größe in unserer mittlern Zeit verschieden, und zwar (vergl. unten §. 550.)

1. Sonnentag = 29 T. 12 St. 44 M. 3 S. 10 T. wenn solcher Punkt der Sonne Mittelpunkt ist.

2. Sterntag = 27 T. 7 St. 43 M. 11 S. 49 T. wenn solcher Punkt ein Fixstern ist.

3. Tag der ersten Bewegung = 27 T. 7 St. 43 M. 5 S. wenn solcher Punkt unser Frühlingspunkt ist. Dieser Tag ist hier kürzer als der Sterntag gegen §. 340, weil das Vorrücken unserer Nachtgleichen in der Zeit einer Umdrehung des Mondes nicht ganz unmerklich bleibt.

4. Aequatorischer Tag = 27 T. 5 St. 5 M. 36 S. wenn solcher Punkt der aufsteigende Aequinoctialpunkt des Mondes ist. Hiezu denke man sich eine

Ebene

Ebene durch des Mondes Mittelpunkt mit unserer Ecliptik parallel, die Mond-Ecliptik, welche den Mondäquator in den Aequinoctialpunkten schneidet, deren einer, von da die Mond-Ecliptik über den Aequator nordwärts aufgehet, der aufsteigende heißt.

§. 487. Zus. 5. Das Wanken des Mondes ist theils ein Wanken in der Länge, welches die Flecken etwas östlich und westlich bringt; theils ein Wanken in der Breite, welches die Flecken etwas südlich und nördlich bringt. Jenes erfolgt, weil seine Umdrehung um die Axe gleichförmig, sein Lauf aber um die Erde sehr ungleich ist; dieses, weil die Axe der Umdrehung mit der Ebene der Ecliptik einen bestimmten, die Mondbahn aber einen veränderlichen Winkel macht. Beydes kann hier nicht hinreichend erklärt werden.

§. 488. Erfahr. Fixsterne oder Planeten, wenn sie vom Monde bedeckt werden, sehen beym Ein- und Austritte länglicht, und unförmlich aus; wiewohl zuweilen auch ihre Gestalt unverändert bleibt.

§. 489. Zus. Diese Erscheinung, und den Ring um den Mond bey Sonnenfinsternissen §. 457, erklären einige aus der Beugung des Lichts (Dioptr. §. 6.) andere aus einer Atmosphäre des Mondes, welche aber von ganz anderer Beschaffenheit als die unsrige seyn müßte, und durch H. Schröters Beobachtungen §. 506. fast außer Zweifel gesetzt zu seyn scheint. Die Gründe, die man vor ihm für und gegen die Atmosphäre des Mondes hatte, findet man zusammengestellt in Röslers Handb. der prakt. Astron. 1. Theil. Seite 433 — 438.

3. Von den Planeten.

§. 490. Aufg. Es ist einer der Planeten § 135. gegeben; man soll seinen scheinbahren Weg am Himmel und seine Geschwindigkeit bemerken.

Aufl. Man bemerke wie beym Monde §. 129. die Fixsterne, zu denen der Planet nach und nach fortrückt, und wie lange Zeit er gebraucht, um von dem einem zum andern zu kommen, so kann man daraus seinen Gang und Geschwindigkeit erkennen. Besonders dienen hiezu wiederholte Beobachtungen des Planeten in der Mittagsfläche, welche seine Declination und Rectascension geben §. 124. 276, woraus sich Länge und Breite bestimmen. §. 287. Vergleicht man diese mit Fixsternen: so läßt sich seine scheinbahre Bahn genauer bezeichnen, daß man deren Lage gegen die Ecliptik erkenne, und mit welcher Geschwindigkeit der Planet in ihr von Zeit zu Zeit fortrücke.

§. 491. Zus. 1. Aus dergleichen Beobachtungen findet man, daß die Planeten sich nicht weit von der Ecliptik zu beyden Seiten entfernen, und ihre scheinbahre Bahnen innerhalb des Thierkreises §. 168. eingeschlossen sind; desgleichen, daß diese Bahnen die Ebene der Ecliptik unter verschiedenen Winkeln schneiden.

§. 492. Zus. 2. Aus dem erkannten Wege des Planeten, und seiner Geschwindigkeit kann man urtheilen, wo er stehen mag, wenn man ihn etwa wegen Nähe bey der Sonne nicht sehen kann, und wohin er rücken wird, wenn er sich nach seiner Entfernung von ihr wieder wahrnehmen läßt. Ist der Planet, wie der Mond, ein dunkler Körper, so muß er in ähnlichen Lagen ähnliche Erscheinungen geben.

§. 493. Zus. 3. Hat man aus dem bemerkten Wege gemuthmaßt, daß ein Planet, welchen man eine Zeitlang nach Sonnenuntergang am Abendhorizont gesehen hat, sich einige Zeit darauf vor Sonnenaufgang am Morgenhorizonte zeigen werde; und findet man nach dieser Zeit einen Planeten daselbst, der nach allen Umständen für den nähmlichen erkannt werden muß: so ist man versichert, daß er jetzt Morgenstern, Phosphorus, lucifer, ist, da er vorher Abendstern, Hesperus, war.

§. 494. Anm. Diese Benennungen kämen eigentlich jedem der §. 135. genannten Planeten, auch dem Monde zu; die Gewohnheit aber giebt sie nur der Venus, die sich durch ihren Glanz so sehr auszeichnet. Nach Plin. H N. II. 8. soll Pythagoras zuerst diesen Unterschied an der Venus (nicht, wie man hat vorgeben wollen, die Venus selbst) entdeckt haben.

§. 495. Erfahr. Mit Hülfe der Fernröhre sieht man bey den Planeten Venus, Mercur und Mars, wie beym Monde, Lichtgestalten, phases, die allezeit so abwechseln, wie sie aus den gegenseitigen Stellungen des Planeten, der Sonne und der Erde folgen. §. 464.

§. 496. Von den Phasen der Venus und des Merkur hat Hevel in der Selenographie Proleg. p. 58. sq. genaue Abzeichnungen gegeben. Bode's astron. Jahrbücher bilden die Phases der Venus von Monat zu Monat ab. Von den Phasen des Merkur vergl. das Jahrb. auf 1794. S. 187; von den Phasen der Venus la Lande Astron. art. 1195 sq. und Bode's Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels. Berlin 1792. S. 482.

§. 497.

§. 497. Mars zeigt (so wie die übrigen obern Planeten) der Erde stets die erleuchtete Seite, und kann also nie in Virteln, sichelförmig, oder ganz dunkel erscheinen; nur im 90. Gr. Abstand von der Sonne wird uns ein kleiner Theil der dunkeln Hälfte sichtbar, da wir dann auch seine Scheibe nicht völlig rund, sondern etwa wie den Mond 3 Tage vor oder nach dem vollen Lichte sehen (welches sich bey den übrigen obern Planeten, wegen ihrer großen Weite, nicht unterscheiden läßt.)

§. 498. Erfahr. In einer Projection hat Gassendi zuerst 1631. 7. Nov. den Mercur, und Horoccius 1639. 24. Nov. die Venus in der Sonne gesehen, worinn sich beyde als schwarze runde Scheiben gezeigt haben.

§. 499. Zus. Nach den Bahnen der Venus und des Mercur §. 490. müssen diese Planeten in solche Lagen gegen die Sonne kommen können, daß sie nach und nach unterschiedene Stellen der Sonne bedecken, also durch die Sonne zu gehen scheinen. Dergleichen Erscheinung der Venus und des Mercur, heißt ein Durchgang, transitus; beym Monde eine Sonnenfinsterniß.

§. 500. Anm. Kepler glaubte 1607 den Mercur in der Sonne zu sehen, erkannte aber 1612, daß dies ein Flecken gewesen. Hieher gehört auch die §. 451. angeführte allererste Beobachtung eines Sonnenfleckens im Jahre 808, den man auch fälschlich für den Mercür hielt. Warum sich diese Begebenheit so selten ereignet, und wozu ihre Beobachtung dienet, kann erst im Folgenden §. 640. ff. gezeigt werden.

§. 501. Erfahr. Bey den Durchgängen haben mehrere Beobachter einen lichten Ring um die Venus

Venus und den Mercur wahrgenommen, auch haben sich Fixsterne, wenn sie durch den Mars bedeckt worden, beym Ein- und Austritt zuweilen länglicht und unförmlich gezeigt.

§. 502. Zus. Man schließt hieraus, wie §. 489. beym Monde auf eine Atmosphäre des Mars, Mercur und der Venus. Vergl. la Lande Astron. art. 2272 – 76. Hieher gehören auch die Beobachtungen P. Hells zu Wardhus und Prosperins zu Upsala beym Durchgange der Venus am 3 Jun. 1769: daß sich bey Annäherung der Venus zwischen beyder Rändern etwas wie ein schwarzer Tropfen bildete, sich verminderte, verschwand und gleichsam zerfloß, worauf die wahre Berührung geschah. Hell observ. Wardoehusii facta. Hafniae 1760. Abhandlungen der schwed. Academie 1769 deutsche Uebers. 31. B. S. 157. Entscheidender ist die Entdeckung einer Dämmerung in der Venus, in H. Schröters aphroditographischen Fragmenten Helmstädt 1796. 4. wodurch derselbe sich um die Venus, wie um den Mond §. 479, verdient gemacht, in der 2. Abtheil. 2. Abschnitte.

§. 503. Erfahr. De la Hire hat im J. 1700 in der Venus Ungleichheiten gesehen, die er größer als die Mondsberge angiebt, und der ältere Cassini im J. 1666 in der Venus Flecken beobachtet, dergleichen man auch im Mars und Jupiter gesehen. Im Jupiter, Mars und Saturn zeigen sich Streifen, fasciae, von verschiedener Gestalt und Lage.

§. 504.

§. 504. Die Flecken der Venus hat vor H. Schröter am sorgfältigsten Bianchini, Hesperi et Phosphori nova phaenomena Romae 1728, beschrieben, wovon Abbildungen auf dem 5. Blatt von Doppelmayers Himmelsatlas. Von Flecken und Zonen des Jupiters hat man Schröters Beyträge zu den neusten astron. Entdeckungen Berlin 1788. Die Flecken im Jupiter und Mars durch Herschel beobachtet. Philos. Trans. for 1781 art. 9. Vergl. la Lande Astr. art. 3343 – 48. Im Mercur sieht man keine Flecken, weil er der Sonne zu nahe ist, und im Saturn keine, weil er zu weit davon entfernt ist. Die Streifen im Saturn sind von Herschel seit 1775 genau beobachtet worden. la Lande Astr. art. 3375. Im J. 1794 hat Herschel 5 Streifen wahrgenommen; Hindenburgs Archiv der Mathematik 1. Band 1795. 4. Heft. S. 503. Die dunkeln Streifen im Jupiter setzt H. Herschel in die Oberfläche des Planeten, und hält das Helle für ein atmosphärisches Product, daher in demselben keine beständigen Flecken gesehen würden, und die Umdrehungszeit, die man aus der Bewegung dieser Streifen schließt, nicht auf einzelne Minuten ausgemacht werden könne. Philos. Trans. for 1793. Vol. XXXIII. P. II.

§. 505. Zus. Aus den Flecken und Streifen hat man, wie bey der Sonne, auf Umdrehungen dieser Planeten um ihre Axe geschlossen, und hienach die Zeiten derselben gefunden; für Jupiter 9 St. 56 M; für Mars 24 St. 40 M; für Venus ohngefähr 24 St. nach Cassini, oder 24 T. nach Bianchini. Vergl. la Lande Astron. art. 3340 sq. wo auch die merkwürdige Abplattung des Jupiters von Cassini beobachtet art. 3345. angeführt wird.

§. 506.

§. 506. Die Rotation der Venus blieb unentschieden, weil man diesen Planeten nur kurze Zeit nach Untergange, und vor Aufgang der Sonne, und nur in geringer Höhe siehet, auch zur Beobachtung der Flecken eine besondere Helligkeit der Luft nöthig zu seyn scheint. la Lande Astr. art. 3340 – 48. Aber in H. Schröters aphroditographischen Fragmenten 1. Abth. findet man die Rotation der Venus zu 23 St. 21 M. angesetzt, und durch eine Menge Beobachtungen der nebelartigen Flecken sowohl, als der veränderten Gestalten, welche die Schatten der Berge besonders am südlichen Horne hervorbringen, auf das genaueste bestätigt. Eben daselbst sind auch die Berge der Venus genau beobachtet, und sowohl nach Hevel, §. 478, als auch durch ihre Schatten §. 479. gemessen; da sich dann gefunden, daß die höchsten Venusberge ohngefähr viermahl höher, als die höchsten Mondsberge sind, beyderseits aber gegen die Durchmesser ihrer Planeten einerley Verhältniß haben, auch daß in beyden Planeten die meisten und größten Ungleichheiten sich in der südlichen Halbkugel befinden.

§. 507. Erfahr. Simon Marius (Mayer) hat im Jahre 1609, und Galiläi 1610, beym Jupiter 4 Sternchen entdeckt, die ihn beständig begleiten, und daher seine **Trabanten**, satellites, heißen. Diese verschwinden zuweilen bey heiterem Himmel, wenn Jupiter zwischen ihnen und der Sonne ist, da hingegen ein schwarzer Flecken durch die Scheibe des Jupiters läuft, wenn der Trabant zwischen ihm und der Sonne ist.

§. 508.

§. 508. Zus. Die Trabanten machen ihre Umläufe um den Jupiter, auf den ihr Schatten, und auf die der Schatten des Jupiters fällt, wie auf den Mond der Schatten der Erde; daher dies Verfinsterungen des Jupiters und seiner Trabanten, eclipses Jovis et satellitum, giebt.

§. 509. Anm. Von einem Trabanten des Mars weiß man bis jezt nichts. Mercur ist der Sonne zu nahe, als daß man einen Trabanten sehen könne. Bey der Venus wollen Cassini, Short, und andere einen Trabanten gesehen haben; es ist aber nachher als ein optischer Betrug, den die Gläser der Fernröhre verursachen, erkannt worden. la Lande Astr. art. 3077 - 79.

§. 510. Erfahr. Schon Galiläi 1610, und hierauf Gassendi 1640, haben durch Fernröhre den Saturn in mancherley veränderlichen Gestalten erblickt.

§. 511. Zus. Hugen hat 1655 zuerst diese Erscheinungen aus einem dünnen flachen Ringe erklärt, welcher den Saturn in einem gewissen Abstande concentrisch umgebe, und gegen die Ecliptik geneigt sey, und uns daher in verschiedenen Lagen verschiedentlich erscheinen müsse. la Lande Astr. art. 3349. sq.

§. 512. Daß dieser Ring ein fester, dunkler, von der Sonne erleuchteter Körper sey, beweißt theils der Schatten, den er auf den Saturn wirft; theils sein Verschwinden, wenn er der Erde die von der Sonne abgewandte Seite zukehrt.

§. 513. Auf der Fläche dieses Ringes hat Messier 1774 häufige glänzende Tüpfelchen wahrgenommen, und Herschel schließt aus den hellen Flecken eine Umwälzung

wälzung des Ringes in 10 St. 32′ 15, 4″. Wildtii de rotatione annuli Saturni Comment. pars prior Hannov. 1795. 4. setzt 11 St. 17′ 8″.

§. 514. Herschel hat auf der nördlichen Fläche des Ringes eine dunkele ziemlich breite Zone, die er 10 Jahre lang beobachtet, wahrgenommen, und schon 1790 zwey Ringe vermuthet, deren Zwischenraum die dunkle Zone veranlasse; welches die seit 1791 gemachten Beobachtungen noch wahrscheinlicher gemacht haben. Ueber Berechnung dieser Ringe vergleiche man Bode's astron. Jahrb. für 1796. S. 88. Kästners Anfangsgr. der angew. Mathem. 4te Auflage 1792, Vorrede S. XIII. Wildtii comment. de rotatione annuli Saturni.

§. 515. Erfahr. Hugenius hat zuerst 1655 beym Saturn einen Trabanten, der ältere Cassini aber 1671. 1684. noch vier andere, und Herschel 1789 noch zwey neue dem Saturn nähere entdeckt, die er den sechsten und siebenten nennt, daß der siebente der nächste ist. Den vierten der vorher bekannten hat man, da Saturn zwischen ihm und der Sonne war, bey heitern Himmel verschwinden sehen

§. 516. Aus den Lichtabwechselungen des fünften Trabanten hat Herschel gefunden, daß er sich, wie unser Mond, in eben der Zeit um seine Axe drehe, in welcher er seinen periodischen Umlauf vollendet, nähmlich in 79 T. 7 St. 47 M.

§. 517. Erfahr. Herschel hat mit Hülfe des von ihm selbst verfertigten großen Telescops

am 13 März 1781 den neuen Planeten, und am 11 Jannar 1787 zwey Trabanten desselben entdeckt. J. E. Bode von dem neuentdeckten Planeten. Berlin 1784. 8. Dessen astron. Jahrb. auf 1793. S. 104.

§. 518. Anm. 1. Herr Friedrich Wilhelm Herschel geb. zu Hannover 1738, war 1781 Musik-Director zu Bath in England, wo er diese Entdeckung machte, welche die vorher bekannten Gränzen des Planetensystems, bis auf das doppelte erweiterte. Vergl. Bode's astron. Jahrb. auf 1785. S. 182. Der König Georg III. ein Liebhaber und Beförderer der astron. Kenntnisse, setzte Hrn Herschel einen jährlichen Gehalt von 300 ℔ Sterl. nebst freyer Wohnung zu Datchet bey Windsor aus; die königl. Societät der Wissenschaften zu London nahm ihn zu ihrem Mitgliede auf, und erkannte ihm die Copleysche Medaille zu, welche jährlich zur Belohnung der wichtigsten Entdeckung ausgesetzt ist; auch ward ihm von der Universität Oxford die Doctorwürde ertheilt. So beiferte sich England die Verdienste eines Deutschen durch Belohnungen anzuerkennen, die beyden Theilen Ehre machen.

§. 519. Anm. 2. H. Herschel nennte den von ihm entdeckten neuen Planeten Georgium sidus, der auch noch jetzt bey den Britten Georgenplanet heißt. In Frankreich nennte man ihn seinem Entdecker zu Ehren Herschel, wie er auch in H. la Lande dritten Ausgabe seiner Astronomie heißt, vergl. art 1140. In Deutschland ist der von H. Bode vorgeschlagene Nahme des Vaters vom Saturn und Atlas, Uranus, gewöhnlich; Pater Hell hatte den Nahmen der Urania gegen den Willen ihres Bruders Saturns, der kein Mädchen über seinem Kopfe hat leiden wollen, vorgeschlagen, worüber zwey Gedichte in Ephemerides astron. Viennenses anni 1788. Nach bedurfte der Planet eines Zeichens und eines ihm zugehörigen Metalls, wozu H. Bode astr. Jahrb. auf 1785. S. 191. das Zeichen ♅, und das neue Metall Platina vorschlug. P. Hell schlug sehr sinnreich eine Scheibe vor, die einen sechsstrahligen Stern trägt (✱♅) wovon ersteres den Planeten, und letzteres einen Fixstern anzeigt, wofür der Planet vordem gehalten worden; und erhielt einige Schaumünzen von Platina mit dem Nahmen Vrania, und dem Zeichen des Planeten, von einem Ungenannten zugeschickt, welches nach Kästners Anfangsgr. der Astr. 4. Aufl. 1792. 201. IX. Herr Ingenhouß gewesen ist, vergl. Götting. gel. Anz. 1789. S. 1721.

1781. In Frankreich und England giebt man dem Planeten das Zeichen ♅. la Lande Astr. art. 83.

§. 520. Erkl. Die §. 135. angezeigten Planeten heißen Hauptplaneten; die Trabanten eines Hauptplaneten aber Nebenplaneten. Aus dem Folgenden wird erhellen, daß die Hauptplaneten bloß um die Sonne laufen und daß dazu noch unsere Erde (♁) kömmt, deren Trabant oder Nebenplanet der Mond ist; daher den Trabanten auch der Nahme Monde, mit dem Beysatze des Hauptplaneten, um den sie laufen, beygelegt wird. Von den Hauptplaneten heißen Mercur und Venus untere, die übrigen obere Planeten; weil, wie die Folge lehren wird, die Bahnen der obern die Erde einschließen, die Bahnen der untern aber nicht.

§. 521. Anm. Von dem Ursprunge der Nahmen und Zeichen der Hauptplaneten vergl. la Lande Astr. art. 589 — 91. Die Jupiterstrabanten nannte Galiläi Sidera Medicea, Marius oder Mayer aber Sidera Brandenburgica. Für die heidnischen Nahmen der Planeten wollte Alsted die Nahmen der Heiligen setzen; nämlich Sol, Luna, Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, Mercurius, sollten heißen: Christus, Maria, Adam, Moses, Josua, Joannes, Elias. Paschii sched. de curiosis hujus saeculi inventis Kilon. 1695. 8. cap 6 §. 7. pag. 199. Der Capuciner Anton Maria Schyrläus de Rheita hielt 1642, 5 Sterne des Wassermanns, die Jupiter bey seinem Fortrücken verließ, für neue Trabanten dieses Hauptplaneten, und war nur ungewiß, ob sie dem Pabste, oder Kaiser, oder der Stadt Cöln zu Ehren, planetae Vrbano octaviani oder Ferdinando tertii, oder Agrippinae heißen sollten, auch vertheidigte er sie in seinem Buche: Oculus Enochi et Eliae, s. radius sidereo-mysticus, Antwerpen 1645. In dem Dictionnaire de Trevoux 1772 werden unter dem Worte Satellite 30 Trabanten der Sonne gezählt, die den Nahmen sidera borbonia und austriaca führten, aber Sonnenflecken waren. la Lande Astron. art. 3225.

§. 522. Lehrs. Die Hauptplaneten so wohl, als ihre Trabanten sind, wie der Mond der Erde, dunkle undurchsichtige Körper.

Bew. Für Mercur, Venus, und Mars zeugen davon besonders ihre abnehmenden Lichtgestalten §. 495; für Mercur und Venus ihre Durchgänge §. 499; für unsere Erde die Mondsinsternisse §. 470; für Jupiter und Saturn die Erscheinungen, welche ihre Trabanten geben §. 508; für Saturn der Schatten, den sein Ring auf ihn wirft §. 512; für den neuen Planeten alle Analogie; und für die Trabanten die Versinsterungen. Auch erhellet aus dem Obigen, daß sich die Planeten um ihre Axe drehen, und daß man an einigen derselben eine Atmosphäre wahrgenommen.

4. Von dem Planeten-System oder der Ordnung der Planeten.

§. 523. Erfahr. Alle Planeten kommen mit der Sonne in Opposition, außer Venus und Mercur, deren größte Entfernungen von der Sonne 47 und 28 Gr. betragen, nach welchen sie zur Sonne zurückkehren.

§. 524. Hieraus läßt sich vermuthen, daß die Bahnen von Venus und Mercur um die Sonne gehen, ohne die Erde einzuschließen, die Bahnen der übrigen Planeten aber, die mit der Sonne in Opposition sowohl als Conjunction §. 186. kommen, die Erde mit ein-

einschließen, daß also Venus und Mercur untere, die übrigen obere Planeten sind. §. 520.

§. 525. Sind Venus und Mercur untere Planeten, so kommt jeder in seiner Bahn zweymal in Conjunction mit der Sonne: in die obere jenseits, und in die untere disseits, wenn er der Erde näher ist; da er dann bey jener einerley Seite der Sonne und Erde zugleich zukehret, also volles Licht hat, bey dieser hingegen seine erleuchtete Seite von der Erde abwendet, also wie der Mond neu ist. Weil aber hiebey Breite statt findet: so erklärt sich §. 500, warum diese Planeten nicht bey jeder untern Conjunction in der Sonne erscheinen. Vergl. §. 473.

§. 526. Venus ist voll, wenn sie nach der obern Conjunction Abendstern ist, nimmt ab, wenn sie sich von der Sonne entfernt, und erscheint in der größten Entfernung von 47 Gr. als ein Mondsviertel. Von da nähert sie sich der Sonne wieder, nimmt ab, und erscheint als eine Sichel, wenn sie sich in den Sonnenstrahlen verliehrt, und zur untern Conjunction gehet. Nach dieser wird sie Morgenstern, und zeigt sich wieder sichelförmig, und bey der größten Entfernung als ein Mondsviertel; worauf sie der Sonne näher rückt, und zugleich bis wieder zur obern Conjunction zunimmt. Beym Mercur finden eben solche Erscheinungen statt.

§. 527. Es sey (Fig. 30.) der Kreis um die Sonne S, die Bahn eines untern Planeten, (wo O der Sonne östlich, W westlich, A die obere, B die untere Conjunction, folglich der Planet in AWB Morgenstern, in BOA Abendstern ist.) Nun sey TO eine Tangente des Kreises von der Erde T: so ist der Win-

kel OTS die gröẞte Digression des Planeten, und der Halbmesser seiner Bahn SO = TS . sin OTS, dessen Verhältniß zur Weite der Erde von der Sonne sich also aus Beobachtung der gröẞten Digression finden läßt.

Z. E. Nach la Lande Astron. art. 1196. ist die gröẞte Digression der Venus am geringsten 44° 57', am höchsten 47° 48'. Hienach ist SO im ersten Falle = TS . 0, 7064894; im zweyten = TS . 0, 7408046. Demnach wäre für die Venus ohngefähr SO = $\frac{7}{10}$ TS.

§. 528. Gehet der Planet wirklich in einem Kreise um die Sonne, so kann sich seine gröẞte Digression nur dadurch ändern, daß TS bald kleiner, bald gröẞer seyn könnte. Wäre aber seine Bahn eine andere krumme Linie, und die Erde hätte ihn nach der Tangente TO gesehen: so könnte beym weitern Fortrücken seine Weite von der Sonne gröẞer werden, als SO, der Erde Weite aber kleiner als TS. Alsdann machten Linien von dem Planeten und der Sonne an der Erde einen gröẞern Winkel als OTS, und der Planet befände sich bey seiner gröẞten Elongation nicht in der Tangente TO.

§. 529. Hieraus kann man einsehen, was daraus folgt, daß die gröẞten Digressionen eines untern Planeten verschieden gefunden werden. Nach Ptolemäus ist die gröẞte Digression der Venus zwischen 44° 25', und 28° 37'. Nach den neuesten Beobachtungen gehet jene von 44° 57' bis 47° 48', und diese von 17° 36' bis 28° 20'. la Lande Astr. art. 1196. In allen Fällen muß also die Bahn der Venus die Bahn des Mercurs einschließen.

§. 530. Erfahr. Die Planeten bedecken zuweilen einander, und der Mond oft die Planeten, von dem auch häufig, aber seltner von den Planeten, die Fixsterne bedeckt werden.

§. 531. Bedeckungen der Planeten von ältern Astronomen beobachtet, fallen vor Erfindung der Fernröhre, und sind vermuthlich nur nahe Zusammenkünfte gewesen; auch hätte das bloße Auge nicht entscheiden können, welcher von beyden Planeten den andern bedeckt hätte. Die Bedeckungen der Planeten und Fixsterne durch den Mond, die sich auch mit bloßem Auge erkennen lassen, geschehen häufig; aber die Bedeckungen der Planeten unter einander sind äußerst selten. Eine wirkliche Bedeckung des Mercurs durch die Venus ward am 17ten May 1737 beobachtet. Vergl. la Lande Astr. art. 1995. sq., und von nahen Zusammenkünften art. 1180.

§. 532. Da aber der Mond uns alle übrige Weltkörper bedeckt: so muß er uns unter allen am nächsten seyn. Auf die verschiedenen Weiten der Hauptplaneten läßt sich aus den erzählten Bedeckungen nicht sicher schließen, ausgenommen für Venus und Mercur, für die es aber schon aus §. 529. erhellet.

§. 533. Erfahr. Die Planeten scheinen zuweilen gegen die Ordnung der Zeichen zu laufen, ja wohl gar stille zu stehen, und heißen alsdann rückläufig, retrogradi, oder stillstehend, stationarii, Sonne und Mond aber rücken stets nach der Ordnung der Zeichen fort, oder sind rechtläufig, directi.

§. 534. Erfahr. Die obern Planeten sind in der Opposition, die untern in der Conjunction rückläufig. Saturn ist länger rücklaufend, als Jupiter, und dieser länger als Mars. Der Bogen des Rücklaufs ist beym Saturn länger als beym Jupiter, und bey diesem kürzer, als beym Mars. la Lande Astr. art. 1086.

§. 535. Anm. Die Astronomen haben verschiedene Hypothesen ausgedacht, um sich das, was obige Erfahrungen vom Laufe der Planeten zeigen, gehörig zu erklären. Man nennt sie fälschlich Weltsysteme, da sie doch bloße Hypothesen sind, und nur die Planeten unserer Sonne anordnen. Von diesen findet man mehrere auf der 6. Tafel in Doppelmeyers Himmelsatlas abgebildet; wir schränken uns hier bloß auf vier der merkwürdigsten ein. la Lande Astr. livr. 5. handelt diese Materie sehr ausführlich ab.

§. 536. Erkl. Nach dem Ptolemäischen Systeme, das ist, nach der alten griechischen Hypothese, welche Ptolemäus im Almagest darstellt, setzte man, dem sinnlichen Scheine nach, unsere Erde in die Mitte der Welt, und ließ um sie den Mond, Mercur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn, und die Fixsterne in 8 abgesonderten Sphären sich umdrehen.

§. 537. Erkl. Das Aegyptische System setzte eben die Ordnung der Planeten, ausgenommen, daß auf den Mond gleich die Sonne folgte, um welche in zwey concentrischen Kreisen Mercur und Venus liefen.

§. 538. Erkl. Nach dem Copernicanischen Systeme von Nicol. Copernicus im J. 1543 zuerst bekannt gemacht, lasse man die Planeten ☿ ♀ ♁ ♂ ♃ ♄ ♅ in Kreisen laufen (deren Halbmesser sich wie 4, 7, 10, 15, 52, 95, 191, verhalten §. 627.) welche mit

mit der Ebene der Ecliptik, worinn die Bahn der Erde (♁) liegt, verschiedene nicht große Winkel machen. Den Mond lasse man um die Erde in einem Epicykel, d. i. einem Kreise laufen, der mit der Erde einerley Mittelpunkt hat, und sich mit ihr zugleich um die Sonne bewegt, und setze solche Epicykel auch für die übrigen Trabanten der Hauptplaneten. Die Erde aber durchlaufe ihre Bahn innerhalb eines Jahres, und drehe sich zugleich täglich um eine durch die beyden Weltpole gehende Axe.

§. 539. Erkl. Nach dem Tychonischen Systeme, von Tycho de Brahe im J. 1582 ausgedacht, läuft zunächst der Mond und dann die Sonne um unsere Erde; die Planeten aber gehen alle um die Sonne, welche sie mit sich um die Erde führt.

§. 540. Anm. Schon unter den Griechen findet man die Bewegung der Erde von einigen angenommen und von den Unwissenden die Klügern über diese Meynung der Irreligion beschuldigt. Copernicus suchte aus den Schriften der Alten alle Meynungen von der Weltordnung zu sammlen und zu vergleichen. Schon im Jahr 1507 fand er sich von der Anordnung §. 538. überzeugt, suchte sie aber durch eine lange Reihe von Beobachtungen noch ferner zu bestätigen. Seine Schrift de orbium coelestium revolutionibus libri VI. war schon um 1530 vollendet, aber ihre Bekanntmachung noch lange von ihm verschoben, und der Druk davon am 24. May 1543, da er starb, noch nicht vollendet. Die besten Astronomen gaben sogleich diesem Systeme ihren Beyfall, doch kann man von dessen Anhängern im 16 Jahrhunderte nur den Georg Joachim Rhäticus, Erasmus Reinhold, Christoph Rathmann, und Michael Moestlin nennen. Aber gleich im Anfange des 17ten Jahrhunderts ward durch Erfindung der Fernröhre, und die damit am Himmel gemachten Entdeckungen ihre Zahl sehr vermehrt. An ihrer Spitze stand der um die Wissenschaften hochverdiente Gallilai, den aber das heilige Officium zu Rom 1616 seiner ketzerischen Meynung zu entsagen, und 1633 wegen seiner Gespräche über die Weltordnung zum zweytenmale zum Widerrufe zwang. So sehr nunmehr bey den Astronomen ausgemacht war, daß sich mit dem Ptolemäischen System die Erscheinungen am Himmel nicht vergleichen liessen, so fand doch Tycho de Brahe für die damalige Zeit zu bedenklich, die Bewegung der Erde anzunehmen. Er ersann also eine neue Anordnung, welche aber, die Bewegung der Erde ausgenommen, fast alles übrige nach Coperni-

aus setzte. Diese Hypothese, welche die Ptolemäische völlig verdrängte, hat beynahe das ganze 17. Jahrhundert hindurch gegolten, wo man diejenige zu lehren nicht wagte, die endlich eine allgemeine Annahme fand, weil sie zur vollkommensten Erklärung aller Erscheinungen am Himmel führet, wie nun des Nähern zu zeigen ist.

§. 541. Lehrs. (Fig. 31.) Drehet sich die Erdkugel binnen 24 Stunden um ihre Axe nach der Ordnung der Zeichen: so muß es uns vorkommen, als drehe sich die Himmelskugel mit ihren Sternen binnen dieser Zeit um die Erde gegen die Ordnung der Zeichen.

Bew. Es sey PQ die Weltaxe, welche durch die Pole der Erdkugel p, q, und deren Mittelpunkt C gehet. Drehet sich nun die Erdkugel um ihre Axe p q, so beschreibt jeder Punkt ihrer Oberfläche n einen Kreis n m, durch dessen Mittelpunkt die Axe senkrecht gehet, und es wird dem Zuschauer in n, der sich dieser Bewegung nicht bewußt ist, nach Opt. §. 91. vorkommen, als beschriebe in entgegengesetzter Richtung ein unbewegter Stern am Himmel (M) eben dergleichen Kreis (MN) durch dessen Mittelpunkt die Weltaxe senkrecht gehet, dessen Halbmesser ihm also unter einem Winkel (MCP) erscheint, der den Abstand des Sterns vom Weltpole (PM) zum Maaße hat.

§. 542. Zus. 1. Ein Kreis durch die Erdpole p, q, und einen Ort n, heiße der Meridian des Orts, wie bey der Sonne der Meridian des Fleckens, §. 448. CnN ist die Scheitellinie des Orts n, und N dessen Zenith; da dann der Kreis PNQ, der Meridian am Himmel, mit dem Kreise pnq, dem Meridian auf der Erde in einer Ebene ist. Ist pa ein Quadrant: so beschreibt der Punkt a den Erdäquator

a v,

a v, und der Stern V den Himmelsäquator VA, beyde auch in einer Ebene. Die Kreise n m, MN, aber sind parallele Durchschnitte eines Kegels dessen Spitze C ist.

§. 543. Zus. 2. Hienach ist es offenbahr natürlicher, die gemeine Bewegung für eine Erscheinung anzuerkennen, welche bey allen Sternen auf einerley Art aus der einzigen Umdrehung der Erde erfolgt, als anzunehmen, daß alle Sterne mit unglaublichen Geschwindigkeiten, von unglaublichen Kräften, täglich um die Erde herumgeführt, und den Planeten zwey entgegengesetzte Bewegungen zu gleicher Zeit mitgetheilt würden. Auch die Rotation der Sonne, und der unserer Erde so ähnlichen Planeten, macht dieses im höchsten Grade wahrscheinlich, und Versuche mit dem Pendel, die hier nicht erklärt werden können, setzen es vollends ganz außer Zweifel.

§. 544. Lehrs. (Fig. 27.) Gehet die Erde um die Sonne nach der Ordnung der Zeichen: so muß es uns vorkommen, als ginge die Sonne in eben der Richtung um die Erde.

Bew. Der Mittelpunkt der Erde T gehe nach der Ordnung der Zeichen um die Sonne in einer Bahn, welche genugsam erweitert die Ecliptik giebt. Rückt nun T durch 7, 8, 9, u. s. w. so erscheint der Mittelpunkt der Sonne in 1, 2, 3, u. s. w. und scheint also durch diese Zeichen fortgerückt zu seyn.

§. 545. Zus. 1. Da mit dem Umlaufe der Erde zugleich die Umdrehung um ihre Axe verbunden ist, beyde aber bey freyer Bewegung nicht in einander wirken,

ken, d. i. die Axe durch den Umlauf zwar aus der Stelle aber nicht aus ihrer Lage gebracht wird: so bleibt dieselbe von selbst stets parallel, und behält den Winkel unverändert bey, den sie einmal mit der Ebene ihrer Bahn hat, und der die Neigung des Erdäquators gegen solche Ebene macht. Dieses giebt die Schiefe der Ecliptik, und deren Durchschnitt mit dem Aequator, die Nachtgleichen. Solcher Durchschnitt aber drehet sich langsam gegen die Ordnung der Zeichen, und verursacht dadurch das Vorrücken der Nachtgleichen.

§. 546. Zus. 2. Der Durchmesser der Erdbahn ist, wie aus dem Folgenden erhellet, gegen die Entfernung der Fixsterne so klein, daß Linien von jedem Punkte der Erdbahn nach einem Fixstern, wenn dieser unbeweglich ist, immer parallel bleiben, und die sich stets parallele Axe der Erde, an welchem Orte ihrer Bahn sie auch sey, immer nur einen Punkt des Himmels treffe.

§. 547. Zus. 3. Der Winkel, den eine Linie nach dem Fixsterne mit der Ebene der Erdbahn macht, giebt des Sterns Breite; dieses Winkels Ebene aber den Breitenkreis, dessen Durchschnitt mit der Erdbahn die Länge des Sterns bestimmt. Letztere verändert sich durch das Vorrücken der Nachtgleichen; erstere aber bleibt ungeändert, wenn Fixstern und Erdbahn unbeweglich bleiben.

§. 548. Zus. 4. Aus Obigem lassen sich durch eine leichte Zeichnung die Abwechselungen der Tageslängen und Jahreszeiten völlig begreiflich machen. Vergl. la Lande Astron. art. 1111 – 1114.

§. 549.

§. 549. Zus. 5. Vergleicht man alles dieses mit ähnlichen Erscheinungen, die man in der Venus und Mercur haben würde, von denen die Bewegung um die Sonne ausgemacht ist §. 524: so wird man kein Bedenken finden, den Umlauf der Erde um die Sonne viel wahrscheinlicher zu finden, welcher auch durch das Folgende noch weiter bestätigt werden wird.

§. 550. Aufg. (Fig. 32.) Die Erscheinungen des Mondes aus seiner Bahn um die Erde, welche mit der Erde zugleich um die Sonne gehet, begreiflich zu machen.

Aufl. I. Man nehme an, welches für gegenwärtige Absicht zulässig ist, daß der Mond in der Ebene der Erdbahn sey, und die Erde täglich ohngefähr 1 Grad der Mond 13 Gr. fortrücke. Ist nun die Erde, die in A den Mond in Conjunction mit der Sonne S in V sahe, von A nach B gekommen: so ist der Mittelpunkt der Mondbahn jetzt in B, da er vorher in A war. Hätte nun der Mond keine eigene Bewegung, sondern würde blos mit seiner Bahn von der Erde um die Sonne geführt, daß also die Linie von der Erde nach dem Monde stets eine parallele Lage behielte: so würde der Mond nunmehr in der Linie BC, die wegen geringer Verhältniß der Erdbahn gegen die Ecliptik mit AS einerley Punkt am Himmel trift, folglich noch wie zuvor in Conjunction mit der Sonne in V erscheinen. Da aber, wenn z. E. ASB = 7 Gr. wäre, der Mond um 91 Gr. unterdeß fortgerückt ist: so erscheint er nun in der auf BC senkrechten Linie BD, folglich in E.

II. Ueberhaupt findet man also die jedesmahlige Stelle des Mondes, wenn man durch die gegebene

Stelle

Stelle der Erde eine Linie mit derjenigen, worinn der Mond vorher erschien, parallel ziehet, und auf sie eine andere unter dem Winkel setzt, um welchen der Mond unterdeß fortgerückt ist. Hieraus aber siehet man, daß der Winkel SBD spitz ist, d. i. daß der Mond noch nicht das erste Virtel erreicht hat, wenn er um die Erde einen Winkel von 90 Grad beschrieben hat. Das Aehnliche hievon ist bey 180, 270 und 360 Grad.

III. Wäre AB = 27 Grad, und der Mond unterdeß, daß die Erde aus A in B gerückt in seiner Bahn ganz herum gekommen, so wird er in der Linie BC mit AV parallel, also in V wieder gesehen.

1. War nun bey V ein Fixstern, bey dem die Erde in A den Mond sahe; so erscheint er ihr in B wieder bey diesem Fixsterne. Dies heißt ein siderischer Umlauf des Mondes; da dann diese Umlaufszeit oder der siderische Monat = 27 T. 7 St. 43 M. 11,5069 S. so groß, als der Sterntag. §. 486.

2. War V die Frühlingsnachtgleiche, die unterdeß etwas zurückgewichen ist: so siehet die Erde in B den Mond das zweytemahl bey der Nachtgleiche, ehe sie ihn bey dem Fixsterne siehet. Dies giebt einen periodischen Umlauf; da dann diese Umlaufszeit, oder der periodische Monat = 27 T. 7 St. 43 M. 4,6480 S. so groß, als der Tag der ersten Bewegung. §. 486.

3. War bey V die Sonne, die unterdeß in ihrer scheinbahren Bahn weiter fortgerückt ist; so ist der Mond, wenn er in BC, also beym Fixstern V erscheint, noch nicht wieder in Conjunction, sondern muß nebst der Erde noch etwas weiter fortrücken. Dies giebt einen synodischen Umlauf; da dann diese Umlaufs-

zeit,

zeit, oder der synodische Monat = 29 T. 12 St. 44 M. 2,8921 S. so groß, als der Sonnentag. §. 486.

Anm. Obige von la Lande Astron. art. 1420 — 21. angegebenen Zahlen sind mittlere, weil jede Art des Monats bald etwas größer, bald etwas kleiner ist. Läßt man die Secunden weg; so machen 13 siderische oder periodische Monate 355 T. 4 St. 19'; und 13 synodische 354 T. 8 St. 48'. So viele Monate jeder Art fallen also in die Zeit eines Jahres. Nach dem periodischen Monate durchläuft der Mond in einem Tage 13° 10' 35,028''; in einer Stunde 32' 56,4''; in einer Minute 32,94''.

IV. Soll der Mond den Schatten der Erde erreichen; so muß er in Opposition, und ohnweit der Ecliptik sich befinden, auch die Spitze des Schattenkegels (Opt. §. 38.) über den Mond hinausgehen. Zwar rückt die Erde, und mit ihr der Schattenkegel, nach der Ordnung der Zeichen fort; aber der Mond der auch in dieser Ordnung, und schneller fortrückt, hohlt den Schatten ein, der alsdann den Erdbewohnern in entgegengesetzter Richtung in der Mondscheibe fortzurücken scheint. Aehnliche Betrachtungen lassen sich bey den Sonnenfinsternissen, da der Mond in Conjunction stehet, anstellen. Vergl. Kästners Anfgr. der Astr. 213. XV.

§. 551. Aufg. (Fig. 33.) Den öfters sonderbahren Gang, welchen die Planeten bey ihrer eigenen Bewegung haben, aus ihrem Umlaufe, und der Erde Umlaufe um die Sonne, begreiflich zu machen.

Aufl. I. Der Planet und die Erde bewegen sich nach der Ordnung der Zeichen, sind rechtläufig, directi, wie sie auch so einem Auge im Mittelpunkte der Sonne stets erscheinen würden. Nun ist zwar der Planet

net nicht in der Ebene der Erdbahn, aber doch nicht weit davon, und kann zu gegenwärtiger Absicht ohne besonderen Fehler darein gesetzt werden, oder man kann auch statt seiner die Punkte annehmen, worinn Perpendikel von ihm auf die Ebene sie treffen.

II. Der kleinere Kreis ABC .... um die Sonne S sey die Erdbahn; der größere abc .... die Bahn eines obern Planeten; der größte $\alpha\beta\gamma$ .... am Fixsternhimmel. Bey der Opposition gehe die Erde durch AB, indem der Planet, der sich langsamer bewegt, durch ab gehet: so wird der Planet in γ gesehen, und scheint also rückläufig, retrogradus, zu seyn, da er doch in der That rechtläufig gewesen ist. Bey der Conjunction gehe die Erde durch EF, indem der Planet durch ab gehet; so wird der Planet in β gesehen, und scheint sich also sehr schnell zu bewegen. Bey jedem Uebergange des Planeten aus dem Rechtlaufe zu dem Rücklaufe oder umgekehrt, giebt es allemahl eine kleine Zwischenzeit, wo sein Fortrücken der Erde unmerklich ist, da er dann stillstehend, stationarius, heißt.

III. Der größere Kreis abc sey die Erdbahn, der kleinere ABC die Bahn eines untern Planeten: so siehet man leicht ein, daß der Planet durch GAC rechtläufig, und durch CEG rückläufig seyn müsse. Bliebe die Erde in T: so erfolgten die Stillstände in den Tangenten, welche die größte Elongation §. 184. bestimmen. Bewegt sich aber die Erde aus T in t, welches gegen den Lauf des Planeten nur wenig beträgt: so ändert solches in Obigem nur dies, daß der Rechtlauf beschleuniget, der Rücklauf verzögert, und der Stillstand ein wenig verrückt wird.

§. 562. Anm. Nähere Untersuchungen über den sonderbahren Gang der Planeten, desgleichen über die Phasen und größten Digressionen der untern Planeten, findet man in la Lande Astron. art. 1181 sq. und 1159 sq. Aus Obigem erhellet auch, daß der Umlauf der Planeten vom Mittelpunkt der Sonne aus gesehen, viel regelmäßiger erscheinen müßte, als wir ihn aus unterschiedenen Punkten der Erdbahn bemerken.

§. 553. Erkl. (Fig. 34.) Der Winkel TMS, welchen die geraden Linien von einem Himmelskörper M nach der Sonne Mittelpunkt S, und einem Punkt T der Erdbahn ABT einschließen, heißt die Parallaxe der Erdbahn, oder die jährliche Parallaxe, Parallaxis orbis s. annua; s. prosthaphaeresis orbis, und ist der Unterschied der optischen Oerter eines Himmelskörpers von der Sonne und der Erde aus gesehen. Nachdem man nun den Himmelskörper auf seinen Abstand entweder von der Ecliptik, oder von dem Frühlingspunkte beziehet, hat man eine Parallaxe entweder der Breite, oder der Länge. Jede dieser Parallaxen ist nach dem Stande des Himmelskörpers verschieden, und heißt da, wo sie am größten ist, die absolute Parallaxe.

§. 554. Zus. Hienach läßt sich die tägliche Parallaxe §. 411. sq. von der jährlichen §. 553. genugsam unterscheiden. Was dort Mittelpunkt, und Oberfläche der Erde, und Horizontalparallaxe war, ist hier Mittelpunkt der Sonne, Umring der Erdbahn, und absolute Parallaxe. Setzt man letztere auch $= p$, die Breite des Himmelskörpers $= \beta$, die Länge $= \lambda$: so ist die Parallaxe der Breite $= p \,.\, \sin \beta$, und der Länge $= p \,.\, \sin \lambda$. §. 421. Vergl. la Lande Astr. art. 2784 bis 95.

§. 555. Anm. Die jährliche Parallaxe der Planeten, welche in ihrer scheinbahren Bewegung beträchtliche Veränderungen verursacht,

und insbesondere ihre scheinbahren Rückgänge und Stillstände veranlaßt, ist genugsam entschieden, und nur noch die für das Copernicanische System wichtige Frage übrig, ob auch an den Fixsternen eine jährliche Parallaxe statt finde?

§. 556. **Aufg.** (Fig. 34.) **Zu untersuchen, ob man an den Fixsternen die Wirkungen einer jährlichen Parallaxe, durch scharfe Beobachtungen entdecken könne.**

Aufl. Es sey AB der Durchmesser der Erdbahn, und AZ, BZ, die Scheitellinien einerley Beobachters in deren Endpunkten, welche parallel seyn müssen, weil sie mit der Erdaxe, die sich stets parallel bleibt, immer einerley Winkel machen. Nun messe man auf das allergenaueste die beyden Weiten einerley Fixsterns N vom Scheitel, ZAN, ZBN. Findet man diese gleich: so sind die Linien AN, BN, parallel (Geom. §. 393.) oder der Stern N ist so weit entfernt, daß der Durchmesser der Erdbahn AB, gegen AN, BN, gar keine merkliche Verhältniß hat. Findet man sie aber ungleich: so erkennt man daraus, daß die Erde in ihrer Bahn nicht immer einerley Lage gegen die unverrückt bleibenden Sterne behalte. Im ersten Falle findet keine jährliche Parallaxe statt §. 553; im zweyten Falle aber wäre noch die Frage, ob dieser Unterschied der Winkel von einer jährlichen Parallaxe herkomme?

§. 557. **Anm.** In la Lande Astr. art. 2796 – 2806. findet man Nachrichten von den Bemühungen der Astronomen, den Unterschied der obgedachten Winkel zu finden, und das daraus gezogene Resultat, daß derselbe nicht die Wirkung einer jährlichen Parallaxe seyn könne, deren Regeln §. 554. er nicht befolge; sondern aus einer andern Ursache, der Abirrung des Lichts herrühre, wovon aber hier nur einige vorläufige Begriffe gegeben werden können.

§. 558. **Erkl.** Die Zeit, welche das Licht gebraucht, von einem Orte zum andern zu gelangen, heißt

wiese eine allmählige Fortpflanzung, propagatio successiva, des Lichts, und gäbe, genugsam beobachtet, einen Begriff von seiner Geschwindigkeit.

Es sey nämlich (Fig. 35.) der Kreis um die Sonne S die Erdbahn, und der Kreis um den Jupiter P die Bahn seines ersten Trabanten, welchen er in $42\frac{1}{2}$ Stunden beschreibt. Nun beobachte die Erde in A den Austritt des Trabanten M, so wird derselbe nach $42\frac{1}{2}$ Stunden abermahls erfolgen, aber von der Erde, die unterdeß nach B also weiter vom Jupiter, der seine Stelle nicht merklich geändert hat, fortgerückt ist, um soviel später beobachtet werden, als das Licht Zeit nöthig hat, um AB weiter zu kommen, welches freylich erst nach mehrern Umläufen des Trabanten merklich wird. Hienach hat zuerst Römer, ein Däne, gefunden, daß das Licht zu dem Wege von der Sonne nach der Erde 8 Minuten Zeit gebrauche. Ginge es also durch einen Kreis dessen Halbmesser die Weite der Sonne von der Erde ist, so brauchte es $2 . 8 . \pi = 50'$ Zeit, wozu die Erde 365 T. 6 St. 8 M. oder 525968' gebraucht; daß also das Licht 10560 mahl geschwinder ist, als die Erde in ihrer Bahn. Vergl. la Lande Astr. art. 2928 - 33.

§. 559. Erkl. (Fig. 36.) Es sey E ein Stern, von dem ein Strahl EB ausgehet, und DB der Weg, welchen er in 8' zurücklegt, indem die Erde in ihrer Bahn von A nach B gehet; daß also der Lichtstrahl und die Erde zugleich in B anlangen, und AB, BD, in der Verhältniß der beyderseitigen Geschwindigkeiten §. 558. sind. Beschreibt man nun das Parallelogramm AB, CD, so kann man sich vorstellen, daß die Geschwindigkeit des Lichts, DB, in zwey andere nach

den Richtungen DC, BC, zerlegt würden, wovon die erste, der AB parallel und gleich, von dem Auge nicht empfunden werden könnte, folglich nur die andere übrig bliebe, in welcher das Auge, wenn es in B anlangt, den Stern E erblickte; da dann der Winkel DBC = BDA, die Abirrung, aberratio, des Lichts bestimmte. Ueber die Geschichte dieser Entdeckung und deren Erklärung vergl. la Lande Astr. art. 2815 sq.

§. 560. Zus. Da sich die kleinen Unterschiede §. 556. aus der allmähligen Fortpflanzung und Abirrung des Lichts §. 559. vollkommen erklären lassen; so ist wohl ohne Zweifel, daß keine jährliche Parallaxe der Fixsterne statt finde, also kein Mittel vorhanden sey, ihre Weite von uns zuverläßig zu bestimmen.

§. 561. Anm. Von dem Versuche, die Stärke des Lichts am Sirius und an der Sonne mit einander zu vergleichen, und daraus auf des Sirius Entfernung zu schließen, vergl. Kästners vollst. Lehrbeg. der Opt. Altenburg 1755. 4. S. 447. 448.

§. 562. Erfahr. Durch die besten Fernröhre erblickt man die Fixsterne nur als helle Punkte, und vier der größten, Regulus, Aldebaran, Spica, Antares, wenn sie vom Monde bedeckt werden, verschwinden auf einmahl ganz, und kommen eben so wieder zum Vorschein.

§. 563. Zus. 1. Der Sehewinkel, unter welchem ein Fixstern dem bloßen Auge erscheint, muß so klein seyn, daß er auch durch die stärkste Vergrößerung noch nicht merklich wird; und kann selbst bey den größten Fixsternen noch keine Secunde betragen. Vergl. la Lande Astr. art. 2807 – 14.

§. 564.

§. 564. Zus. 2. Das überaus kleine Bild, welches ein Fixstern im Auge macht, muß durch die große Stärke seines Lichts empfindlich werden, welches ungemein viel lebhafter seyn muß, als das Licht der Planeten.

§. 565. Zus. 3. Die Fixsterne können nicht, wie die Planeten, ihr Licht von der Sonne haben, weil es sonst bey ihrer unermeßlichen Entfernung, wo ihnen die ganze Erdbahn wie ein Punkt erscheint §. 556, viel schwächer, ja ganz unempfindbar seyn müßte. Die Fixsterne müssen also selbstleuchtende Körper, wie unsere Sonne seyn, der sie an Größe gleich kommen, oder die sie gar noch übertreffen können.

§. 566. Anm. 1. Um jede dieser Sonnen muß man der Analogie nach, wie um unsere Sonne auch Planeten laufen lassen, die von ihnen erleuchtet und erwärmt werden, aber wegen ihrer großen Entfernung, uns unsichtbar bleiben.

§. 567. Anm. 2. Jede dieser Sonnen, mit den ihr zugehörigen Planeten, macht ein Sonnensystem. Das, wozu unsere Erde mit gehört, nennen wir unser Sonnensystem. Dieses stehet, nach der Analogie zu urtheilen, mit den übrigen Systemen in einer gewissen Ordnung und Verbindung, und macht mit ihnen ein Ganzes, oder das Weltgebäude, Weltall, Universum; worüber Fontenelle, Wright, Lambert, Herschel, besondere Schriften bekannt gemacht haben.

§. 568. Anm. 3. So wie das, was von allen Systemen, und ihrer vielfach möglichen Verbindung, gesagt werden kann, nichts als Vermuthung ist: so, und noch vielmehr, ist auch das, was man aus der Aehnlichkeit der Planeten mit unserer Erde herzuleiten pflegt, größtentheils bloße, oft ganz übertriebene, Muthmaßung; obgleich Aehnlichkeiten in diesen Dingen nicht zu läugnen sind. Schon die Pythagoräer hielten den Mond für bewohnt, und mit Thieren und Pflanzen besetzt; einige Neuere bringen sogar Menschen in den Mond, auch in den Jupiter, und in andere Planeten, und beschreiben uns ihre Statur, ihre Augen u. s. w. Andere Vergleichungen hingegen, z. E. daß unser Bley und Zinn im Mercur stets flüssig, und unser Quecksilber im Saturn und Uranus stets fest seyn würde, und dergleichen, zeigen genugsam, daß auf andern Planeten ganz andere Dinge, als bey uns seyn müssen, und die Aehnlichkeit nicht so gar groß seyn könne.

§. 569. Anm. 4. Zuverlässiger ist die Bestimmung, wie einem Beobachter in der Sonne, oder in einem der Planeten die Welt vorkommen müsse, womit auch de la Caille seine Anweisung zur Astronomie anfängt. Dieses, so wie die Kenntniß von der genauern Beschaffenheit unsers Sonnensystems, ist uns angemessener und brauchbarer, als alle Spiele der Einbildungskraft.

5. Von der Theorie der Planeten, oder den Gesetzen ihres Laufes.

§. 570. Aufgabe. Ein Micrometer, d. i. ein Werkzeug, womit man kleine Weiten am Himmel messen kann, anzugeben.

Aufl. (Fig. 37.) In einem Ringe seyen zwey Löcher, deren Mittelpunkte im Durchmesser des Ringes einander gerade gegenüber stehen, und durch welche sich zwey gerade und gleiche Schrauben MC, ND, schrauben lassen. Diesen Ring bringe man an ein astronomisches Fernrohr so an, daß die Schrauben durch den gemeinschaftlichen Brennpunkt beyder Gläser gehen, wo sich das Bild des Objects befindet, und die Schrauben deutlich gesehen werden. Bey dem Gebrauche dieses Werkzeuges sind zwey Fälle zu unterscheiden.

Erster Fall.

Wenn das Object im Aequator ist.

1. Man richte das Fernrohr so, daß der Stern im Aequator an der einen Schraubenspitze C erscheine, und bey unverrückter Lage des Fernrohrs durch die gemeine Bewegung in der geraden Linie CD nach der andern Schraubenspitze D geführt werde. Die Zeit von C bis D, welche man an einer richtig gehenden Uhr bemerkt, verwandele man in Bogen des Aequators.

2.

2. Bringt man nun die Schraubenspitzen zusammen, und bemerkt die Zahl der Umdrehungen, die auf den gefundenen Bogen des Aequators gehen: so findet man, wieviel davon auf eine Umdrehung, oder auf einen Schraubengang gehet, welcher sich mittelst eines an der Schraube befestigten Zeigers, und einer eingetheilten Scheibe, auch in kleinere Theile theilen läßt.

3. Auf diese Art mißt man den Raum ab, welchen ein Object einnimmt; dessen scheinbahrer Durchmesser obgedachter Bogen CD ist, oder welchen das Bild eines Objects CD einnimmt, welches dem bloßen Auge unter dem gegebenen Sehewinkel erscheint. Da nun hier bloß kleine Winkel vorkommen: so wird ein Object, welches dem bloßen Auge unter $\frac{1}{n}$ dieses Sehewinkels erscheint, im Fernrohre ein Bild machen, das nur $\frac{1}{n}$ so groß ist, oder dem $\frac{1}{n}$ von obigen Umdrehungen zugehört. Demnach verhalten sich die Zahlen der Umdrehungen, wie die scheinbahren Größen der Objecte.

Zweyter Fall.

Wenn das Object außerhalb des Aequators ist.

1. Es sey (Fig. 38.) des Sterns Abweichung $CA = \delta$; der Winkel, unter welchem der Bogen des Parallelkreises AB gesehen wird, $AOB = \eta$; der Winkel, unter welchem der ähnliche Bogen des Aequators CD gesehen wird, $COD = AEB = \alpha$; und der Halbmesser des Aequators $OC = OB = a$. Nun weiß man aus der beobachteten Zeit, wieviel der Bogen AB, in

Graden betrage, und will diesen Bogen eines kleinen Kreises auf einen Bogen des größten Kreises reduciren, d. i. man will wissen, wie groß der Winkel AOB, oder die scheinbahre Größe eines Objects sey, welches auf der Himmelskugel den Raum AB einnimmt.

2. Man stelle sich die Sehnen AB, CD, vor: so ist (für sin tot $= 1$) $\sin \frac{1}{2} \alpha = \frac{\frac{1}{2} CD}{a}$, also $2 a . \sin \frac{1}{2} \alpha = CD$. Da nun (wegen Aehnlichkeit der $\triangle \triangle$ AEB, COD) $CO : AE = CD : AB$, so ist $AB = CD . \frac{AE}{CO}$, oder (weil $\frac{AE}{CO} = \cos \delta$) $AB = CD . \cos \delta = 2 a . \sin \frac{1}{2} \alpha . \cos \delta$. Nun ist, wie oben, $\sin \frac{1}{2} \eta = \frac{\frac{1}{2} AB}{a}$. Folglich ist $\sin \frac{1}{2} \eta = \sin \frac{1}{2} \alpha . \cos \delta$, welches in völliger Schärfe richtig ist, und mittelst Logarithmen berechnet werden kann. Wollte man aber hieraus nach Trig. II. 32. 33. eine Gleichung zwischen sin η und sin α herleiten: so würde sie zu logarithmischen Rechnungen gar nicht mehr geschickt seyn.

3. Man setze also, da sich die kleinen Winkel wie ihre Sinus verhalten, $\cos \delta = \frac{\sin \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \alpha} = \frac{\frac{1}{2} \eta}{\frac{1}{2} \alpha} = \frac{\eta}{\alpha}$ folglich $\eta = \alpha . \cos \delta$, so ist dies die gewöhnliche Gleichung für den Sehewinkel, unter welchem das Object AB oder sein Bild erscheint, und welcher für den Werth eines Schraubenganges eben so gebraucht wird, wie im ersten Falle der Bogen des Aequators CD.

Z. E. Die Zeit der Beobachtung betrage 4 Minuten, und die Abweichung sey 60 Grad: so ist $\alpha = 1^{\circ}$, und $\cos \delta = 0,5$; folglich $\eta = 0,5 . 1^{\circ} = 30'$.

§. 571.

§. 571. Zus. 1. Bringt man den $\cos\delta$ der Tafeln auf den Halbmesser 1, daß er Zehnmilliontel zähle, und ist, wie bey Micrometern immer statt findet, α nicht über 1 Grad: so sind Zehntausendtel von α schon kleiner, als Secunden. Man kann daher η in Secunden finden, wenn man auch von $\cos\delta$ die 4 letzten Ziffern abschneidet. Da nun die Sinus einige Minuten hindurch in den 4 ersten Ziffern unverändert bleiben: so ist hiezu die Abweichung δ nicht in der größten Schärfe, sondern nur auf ein Paar Minuten genau zu wissen nöthig.

§. 572. Zus. 2. Denkt man sich unter AB, die Weite zweyer Sterne, oder den Durchmesser eines Weltkörpers: so siehet man, wie Obiges diene, die scheinbahren Weiten der Sterne, oder die scheinbahren Durchmesser der Weltkörper zu messen, wenn man entweder AB genau zwischen die Schraubenspitzen bringt, oder die Zeit genau bemerkt, in welcher sich AB bey gleichförmiger Umdrehung der Himmelssphäre, durch einen Stundenkreis schiebt.

§. 573. Zus. 3. Aus $\eta = \alpha . \cos\delta$, folgt auch $\alpha = \eta . \frac{1}{\cos\delta} = \eta . \sec\delta$: welches dient, wenn man den scheinbahren Durchmesser des Weltkörpers η weiß, den Bogen α, also die Zeit zu finden, in welcher er durch einen Stundenkreis gehet; da dann für $\sec\delta$ eine ähnliche Erinnerung wie §. 571. statt findet.

Z. E. Nach den Tafeln ist am 1 Dec. 1764 der Sonne scheinbahrer Durchmesser $\eta = 32' \, 31,6''$ und die Abweichung $\delta = 21° \, 57'$. Hier giebt also $\sec\delta = 1,078$ mit 32' multiplicirt, $34,496' = 34' \, 30''$, und

Sonnenferne, Aphelium, und die Sonnennähe, Perihelium, mit einem gemeinschaftlichen Nahmen die Apsiden, apsides; die gerade Linie durch sie AP, die Apsidenlinie, linea apsidum, auch die große Axe; die Mitte derselben C der Mittelpunkt der Bahn; der Sonne Entfernung davon SC, die Eccentricität; ein Kreis aus C mit der halben Axe CP beschrieben der eccentrische Kreis.

§. 582. Anm. Vorhem, da man die Sonne um die Erde in S gehen ließ, nannte man A die Erdferne, apogaeum, und P die Erdnähe, perigaeum. Diese Ausdrücke gehören nun eigentlich für den Mond, der seine Bahn um die Erde in veränderlichem Abstande macht. Doch sagt man auch, wenn die Erde in A oder P befindlich, daß alsdann die Sonne S in der Erdferne, oder in der Erdnähe sey.

§. 583. Anm. 2. Die Alten glaubten die Sonne müsse in einem Kreise um die Erde sich gleichförmig bewegen, und erklärten ihre ungleiche Bewegung, welche die Beobachtungen geben §. 576, dadurch, daß die Erde (Fig. 40.) in T entfernt vom Mittelpunkte C liege. Vergl. la Lande Astron. art. 858 – 847. Durch dergleichen eccentrischen Kreis, ließe sich auch die Verschiedenheit der scheinbaren Durchmesser der Sonne erklären; aber die neuern Astronomen lassen die Erde um die Sonne laufen, und setzen anstatt eines eccentrischen Kreises eine Ellipse, deren Eigenschaften man sich aus (Anal. §. 200. sq.) bekannt machen muß.

§. 584. Hypothese. (Fig. 39.) Jeder Planet beschreibe eine Ellipse um die Sonne im Brennpunkte S, von welchem gerade Linien nach zwey beliebigen Punkten seiner Bahn L, M, einen Ausschnitt machen, der sich zur ganzen Ellipse verhält, wie die Zeit von dem einen Punkte zu dem andern, zu der Zeit des ganzen Umlaufs.

Stellt man sich nämlich vor, daß der Planet eine Linie von der Sonne nach ihm, den radius vector, immer

mer mit sich führe; so verhält sich die Zeit von einem Punkte seiner Bahn zum andern, zur ganzen Umlaufszeit, wie der elliptische Raum, über welchen der radius vector weggestrichen ist, zum ganzen Raume der Ellipse.

§. 585. Anm. 1. Die Ebenen dieser Ellipsen denke man sich bis an den Himmel erweitert, wo sie aus der Sonne gesehen, die scheinbahren Bahnen der Planeten geben, welche alle den gemeinschaftlichen Mittelpunkt S haben. Hienach giebt die elliptische Erdbahn erweitert die Ecliptik, oder die scheinbahre Erdbahn, welche durch S von den scheinbahren Bahnen der Planeten in verschiedenen Lagen, und unter verschiedenen Winkeln geschnitten wird; wovon das Nähere im Folgenden.

§. 586. Anm. 2. Die beyden Regeln, §. 584. für den Umlauf der Planeten, welche mit allen Umständen auf das vollkommenste übereinstimmen, daß an ihrer Wahrheit kein Zweifel mehr statt findet, heißen von ihrem Erfinder die Keplerischen Gesetze, zu denen noch das dritte §. 441. erwähnte kömmt. Ueber die Geschichte dieser Entdeckung der wahren Gestalt der Planetenbahnen vergleiche man la Lande Astr. art. 1204 – 6; wo auch art. 1207 – 21. in einem Auszuge aus Keplers Schrift: Astronomia nova αἰτιολογητος, seu physica coelestis tradita commentariis de motibus stellae Martis ex observationibus G. V. Tychonis-Brahe. Pragae 1609. fol. der ganze Gang, welchen derselbe in seiner Entdeckung genommen, ausführlich gezeigt wird. Vom zweyten Gesetze vergleiche man l. c. art. 1227 sq. vom dritten art. 1224 sq.

§. 587. Anm. 3. Durch Newtons Lehren von der Gravitation ist Keplers Hypothese vollständig erwiesen; indem die Gesetze der Bewegung der Planeten, welche Kepler aus astronomischen Beobachtungen entdeckt hatte, mit den Gesetzen der Bewegung solcher Körper, die von Centralkräften (Mechan. §. 73.) getrieben werden, welche Newton aus mechanischen Principiis zuerst hergeleitet hat, auf das genaueste übereinstimmen. Diese Lehren von den Centralkräften, machen die physische Astronomie, la Lande Astron. livr. 22, welche die Bewegung der Weltkörper aus mechanischen Principiis erklärt, aber ohne höhere Mechanik nicht wohl verstanden werden kann. Ueber die Aufnahme der von Copernicus, Kepler und Newton gemachten großen Entdeckungen drückt sich H. la Lande Astr. art. 1221. sehr wohl also aus: La decouverte de Kep-

die wahre, und MSL die Gleichung der Bahn, welche also in Graden ausgedrückt wird.

§. 594. Zus. 2. Die Zeit, in welcher der Planet, einen Bogen AM durchläuft, heißt auch schon die mittlere Anomalie, weil sich aus dieser Zeit und der ganzen Umlaufszeit der Winkel ASL finden läßt. §. 591.

§. 595. Zus. 3. In demjenigen Theile der Bahn, in welcher des Planeten mittlere Geschwindigkeit größer, als die wahre ist, liegt SL jenseit SM. Kennt man also die Gleichung der Bahn MSL; so ist für eine gegebene mittlere Anomalie ASL §. 591, die wahre ASM = ASL − MSL. Für gleiche Geschwindigkeiten wird die Gleichung der Bahn Null. Ist die wahre Geschwindigkeit größer, als die mittlere: so muß die Gleichung der Bahn addirt werden.

§. 596. Anm. Die Gleichung, aequatio heißt in der Astronomie überhaupt der Unterschied zwischen jeder wahren und einer angenommenen mittlern Größe. Von allen solchen Gleichungen, vorzüglich aber von der Gleichung der Bahn kann der Ausdruck, Prosthaphaeresis, der aus der πρόσθεσις, Addition, und ἀφαίρεσις, Subtraction, zusammengesetzt ist, gebraucht werden.

§. 597. Erkl. (Fig. 40.) Es sey in T die Sonne, und über der Apsidenlinie PA ein halber Kreis beschrieben, welcher die Ordinate durch des Planeten wahren Ort M in N schneide; so machen die geraden Linien CN, CA, vom Mittelpunkte C nach diesem Punkte N, und nach der Sonnenferne A einen Winkel ACN, welcher die eccentrische Anomalie heißt. Aus der Zeit für AM läßt sich die mittlere Anomalie auch durch Winkel am Mittelpunkte C bestimmen und mit der eccentrischen Anomalie vergleichen.

§. 598.

§. 598. Erkl. (Fig. 39.) Die Keplerische Aufgabe heißt die Frage: Wenn die Verhältniß der Eccentricität zur Axe, also die Gestalt der Ellipse §. 584. gegeben ist, wie aus der mittlern Anomalie die wahre, d. i. aus der elliptischen Fläche AMS, welche der gegebenen Zeit proportionirt ist, der zugehörige Winkel ASM, zu finden sey, in dessen Schenkel SM der Planet zu der gegebenen Zeit nach der Sonnenferne befindlich ist.

§. 599. Anm. 1. Diese Aufgabe legte Kepler den Geometern vor, ohne selbst deren Auflösung zu hoffen, mit welcher sich seitdem die größten Mathematiker beschäftiget haben. In la Lande Astr. findet man art. 1237 – 46 die indirecte Auflösung durch Umkehrung der Frage; art. 1247 – 52. aber eine directe, nebst Nachweisung der Methoden verschiedener Astronomen; und art. 1253 – 56 die Abkürzung der directen Auflösung mittelst der einfachen elliptischen Hypothese, wonach man annimmt, daß die Winkel am andern Brennpunkte F, wie AFM gleichförmig wachsen, also diese Winkel, anstatt der mittlern Anomalie gesetzt werden können, welches von der Wahrheit nur sehr wenig abweicht.

§. 600. Anm. 2. Die Resultate aus obigen Untersuchungen geben im Allgemeinen folgendes:

1. Die Gleichung ist Null in der Sonnenferne, wo der wahre und mittlere Ort in Eins zusammenfallen; und wächst von da an schnell, weil die wahre Geschwindigkeit am kleinsten, folglich von der mittlern am meisten unterschieden ist.

2. Dieser Unterschied nimmt täglich immer zu, so lange die wahre Geschwindigkeit kleiner als die mittlere ist. Sind beyde gleich, so befindet sich ein Punkt gegen 3 Zeichen und einige Grad der mittlern Anomalie, wo der Unterschied am größten geworden, und wo die Gleichung zu wachsen aufhört, einige Zeit unverändert bleibt, und nun bis zur Sonnenähe abnimmt, wo die wahre und mittlere abermahls in Eins zusammenfallen.

3. Die Gleichung ist subtractiv in den 6 ersten Zeichen, und additiv in den 6 letzten §. 595, weil die wahre Geschwindigkeit in den ersten kleiner, in den letztern größer als die mittlere ist. (la Lande Astron art. 1257.)

§. 601. Anm. 3. Hieraus entsteht die Frage von der größten Gleichung, la Lande Astron art. 1258 – 77. Diese läßt sich theils aus der gegebenen Eccentricität berechnen, theils auch beobachten, und daraus die Eccentricität herleiten. Für beyde findet man art. 1278. Tafeln nach verschiedenen Astronomen.

§. 602. Anm. 4. Aus der gefundenen wahren Anomalie ASM läßt sich außer dem wahren Orte des Planeten M auch die Verhältniß seiner Weite SM zur halben Axe CA finden. la Lande Astron. art 1249.

§. 603. Aufg. (Fig. 39.) Zu untersuchen, ob die Axe der Erdbahn AP beständig einerley Lage behalte.

Aufl. Vergleicht man Beobachtungen der Sonnenferne §. 578. mit einander, zwischen denen eine lange Zeit verstrichen ist: so giebt der Unterschied zwischen den Stellen der Sonne bey beyden Beobachtungen, um wieviel sich die Länge der Sonnenferne verändert habe, welches, wenn man diese Veränderung als gleichförmig annimmt, mit der Zwischenzeit dividirt, die jährliche Veränderung giebt.

Wäre nämlich die Erde in der Sonnenferne A, wo sie den Frühlingspunkt in der Linie AV erblickt, die von der Sonne in der parallelen Linie SV gesehen wird: so wäre die Länge der Sonne in der Erdferne VSP = VAP. Findet man nun nach langer Zeit die Länge der Sonne in der Erdferne = VSp: so hat sich die Axe der Erdbahn aus der Lage PA in die Lage pa um den Winkel PSp nach der Ordnung der Zeichen verrückt.

z. E. 1684 VSP =	3 Z.	7°	28′	0″	
1780 VSp =	4	9	8″	20‴	
Folglich in 96 J. PSp =		1	40	20	

giebt auf jedes Jahr 62″.

Ver-

Verschiedene Beobachtungen erzählt la Lande Astr. art. 1313. darunter auch obige nach la Hire und Maskelyne, die er den übrigen vorzieht. Von den Aphelien der übrigen Planeten vergl. l. c. art. 1314. 1330.

§. 604. Zus. 1. Mittelst der jährlichen Verrükkung läßt sich aus der Länge der Sonne in der Erdferne, für eine bestimmte Zeit, diese Länge für jede folgende, und so auch vorhergehende Zeit finden.

§. 605. Zus. 2. Der Winkel PSp, der §. 603. gefunden wird, ist zwar der Unterschied der Längen, aber nicht der Winkel, um welche sich die Axe der Erdbahn eigentlich gedrehet hat. Denn jede Länge wird von dem damahligen Frühlingspunkt gezählet, welcher bey der spätern Beobachtung rückwärts gegangen ist, daß also SV nicht einerley Linie für beyde Beobachtungen ist. Daher ist der eigentliche Winkel für die Axe der Erdbahn in Absicht auf die Fixsterne (nicht in Absicht auf die Nachtgleichen) das Wachsthum der Länge weniger dem Rückgehen der Nachtgleichen, und giebt mit der Zahl der Jahre dividirt das Fortrücken der Axe für ein Jahr.

§. 606. Zus. 3. Die Erde sey zu einer gewissen Zeit in der Sonnenferne A. Nach Ablauf eines tropischen Sonnenjahres sieht sie die Sonne wieder in eben dem Abweichungskreise, und eben der Abweichung; aber die Erdbahn hat sich indeß um S gedrehet, daß ihre Axe in die Lage a p gekommen, folglich die Erde noch nicht wieder in der Sonnenferne ist. Daher ist die Zeit von einer Sonnenferne zur andern, oder von einer mittlern Anomalie bis wieder zu derselben, welche

das anomalistische Jahr heißt, größer als das tropische §. 219, um 25′ 10″, wenn die Axe der Erdbahn um 62″ in Absicht auf die Nachtgleichen vorrückt, also = 365 T. 6 St. 13′ 58″ (la Lande Astron. art. 894; daher art. 1312 am Ende 5^h fälschlich anstatt 6^h stehen.) Sonst kann auch die Berechnung des anomalistischen Jahres auf die Art, wie oben §. 338. beym siderischen Jahre vorgenommen werden.

§. 607. **Erkl.** Die Gleichung der Zeit, ist der Unterschied zwischen dem mittlern und wahren Sonnentage. §. 247. 251.

Es ist nähmlich die tägliche Bewegung der Sonne in der Erdferne 61′, und schwebt in den übrigen Stellen ihrer Bahn ohngefähr zwischen diesen Größen. Bey der mittlern Bewegung §. 590. kommen für jeden Tag des tropischen Jahres, 59′ 8″ 28‴ (Wachsthum der Länge.) Denkt man sich nun eine erdichtete Sonne, die mit dieser Geschwindigkeit (Wachsthum der Rectascension) den Aequator durchliefe, während daß die wahre Sonne mit ihrer veränderlichen Geschwindigkeit die Ecliptik durchläuft, und ihre Rectascension ungleich ändert, vergl. §. 591: so liegt hierin der Grund des Unterschieds zwischen den wahren und mittlern Sonnentagen, welchen die Erfahrung schon im Vorhergehenden gelehret hat.

§. 608. **Zus. 1.** Die Gleichung der Zeit erfodert also, daß man den Bogen des Aequators, um welchen die Rectascensionen der wahren und der erdichteten Sonne verschieden sind, in Zeit verwandele. Nun ist die Rectascension der erdichteten Sonne der mittlern Länge gleich §. 591. Folglich findet man die Gleichung der

Zeit,

Zeit, wenn man den Unterschied unter der mittlern Länge, und der wahren Rectascension der Sonne in Zeit verwandelt. §. 354. Und hienach sind Tafeln berechnet worden. Vergl. la Lande Astr. art. 962 sq.

§. 609. Zus. 2. Ein mittlerer und wahrer Sonnentag sind nie viel über 30 Sec. gemeiniglich viel weniger von einander unterschieden. Summirt man diese kleinen Unterschiede von Tag zu Tag: so kann die Zeitgleichung auch wohl bis zu 15 Min. und drüber wachsen. Dies Summiren geschiehet in den gewöhnlichen Tafeln, welche zeigen, wenn eine Uhr, die mittlere Zeit weißt, am wahren Mittag eines gewissen Tages die 12te Stunde gewiesen hat, wieviel sie am wahren Mittage eines jeden andern Tages im Jahre weisen müsse. Solche Tafeln gelten eigentlich nur für ein Jahr, theils wegen des Vorrückens der Nachtgleichen, theils wegen der Einrichtung des bürgerlichen Jahres. Allgemein ist davon anzuzeigen, daß viermal im Jahre, 15 April. 15 Jun. 31 Aug. 24 Dec. die Zeitgleichung Null werde, und daß sie zweymal im Jahre, 10 Febr. 17 Nov. bis auf 16 Minuten wachse. la Lande Astr. art. 966.

§. 610. Aufg. Die Oppositionen der obern Planeten mit der Sonne zu beobachten.

Aufl. Um die Zeit der Opposition des Planeten, beobachte man fleißig seine Culminationen, woraus man seine Declination und Rectascension §. 124. 275, folglich seine Länge §. 287. findet, und setze dies so lange fort, bis der Unterschied seiner und der Sonne Länge genau 180 Grad beträgt, folglich der Planet

in diesem Augenblicke der Sonne opponirt ist. Fände man etwas unter oder über 180 Grad, so kann man nach der Regel detri aus dem Wachsthum der Länge in 24 St. den Augenblick berechnen, da es genau 180 Grad waren.

§. 611. Zus. 1. Da man die untern Planeten durch Fernröhre auch bey Tage neben der Sonne sehen kann, so lassen sich ihre Conjunctionen, besonders die obern, auf eben die Art beobachten. Bey den untern Conjunctionen ist der Planeten heller Theil meist von uns abgewandt.

§. 612. Zus. 2. Bey den Conjunctionen und Oppositionen wird der auf die Ecliptik gebrachte Ort des Planeten, aus der Sonne und aus der Erde nach einerley Linie gesehen. §. 184. Daher dient ihre Beobachtung, die Umlaufszeit der Planeten, und deren mittlere Bewegung zu bestimmen, wozu man sich bey den untern Planeten auch ihrer größten Digression von der Sonne bedient. La Lande Astr. art. 1153. sq. zeigt hievon das Nähere, und art. 4150 sq. die Methode der Beobachtung und Berechnung. Nachrichten von beobachteten Oppositionen und Conjunctionen giebt derselbe am Ende des 6ten Buchs.

§. 613. Anm. Durch solche Beobachtungen wird man auch in den Stand gesetzt, die Planetenbahnen zu verzeichnen, und die Lage ihrer Axen zu finden. Nur muß man hiebey, wie fast durchgängig in der Astronomie, Anfangs Bestimmungen, die nur ohngefähr richtig sind, annehmen, und durch deren Verbesserung der Wahrheit immer näher kommen.

§. 614. Erfahr. Die Planeten erscheinen nicht beständig in der Ecliptik, sondern haben bald nordliche, bald südliche Breite.

§. 615.

§. 615. Zus. 1. Man kann also, wenigstens zu weiterer Untersuchung, annehmen: jede Planetenbahn sey eine Ebene, welche gegen die Ecliptik unter einem gewissen Winkel geneigt sey, und sie in einer gewissen Linie schneide.

§. 616. Zus. 2. (Fig. 41.) Es sey S die Sonne, T die Erde, P ein Planet, und dessen Bahn in der Ebene durch PON, welche die Ebene der Erdbahn in der Linie ON durch S schneide. Durch die geraden Linien SP, TP, von der Sonne und Erde nach den Planeten, denke man sich senkrechte Ebenen auf der Erdbahn, deren Durchschnitt PR auch auf der Erdbahn senkrecht ist (Geom. §. 415.); so sind RSP und RTP die Breite des Planeten von der Sonne, und von der Erde aus gesehen, §. 179, weil man den Mittelpunkt der Sternkugel in T und S setzen kann. §. 560. Werden daher die Ebenen der Bahnen des Planeten und der Erde bis an die Oberfläche der Sternkugel erweitert: so geben sie daselbst zwey größte Kreise (Geom. §. 531.) und der Winkel RSP wird am größten, wenn er dem Winkel, den diese beyden Kreise mit einander machen, gleich wird. (Geom. §. 564.)

§. 617. Erkl. Die Länge eines Planeten, nachdem sie von der Sonne, oder von der Erde aus gesehen wird, heißt seine heliocentrische oder geocentrische Länge; und die Breite des Planeten aus der Sonne, RSP, oder aus der Erde, RTP, gesehen, seine heliocentrische, oder geocentrische Breite. Vergl. la Lande Astr. art. 1137.

§. 618. Erkl. Die heliocentrische Breite eines Planeten, oder der Winkel RSP, §. 616. heißt die

Neigung des Planeten; und der Winkel der Planetenbahn mit der Ecliptik, oder die größte Neigung des Planeten §. 616, die Neigung der Bahn.

§. 619. Erkl. Die Punkte, in denen die Linie ON §. 616, die an die Sternkugel erweiterte Ecliptik schneidet, heißen die Knoten, nodi; und zwar der aufsteigende ☊, ascendens (beym Monde Drachenkopf) wo der Planet aus Süden nach Norden übergehet; der absteigende ☋, descendens (beym Monde Drachenschwanz) wo der Planet sich wieder nach Süden wendet.

§. 620. Erkl. Die Zeit, welche der Mond gebraucht, vom aufsteigenden Knoten bis wieder dahin zu kommen, heißt der Drachenmonat, Mensis draconticus, welcher zu den übrigen Arten der Monate §. 550. hinzukommt, und 27 T. 5 St. 5′ 35,603″ (la Lande Astr. art. 1481. 1490.) beträgt; weil die Knoten sich gegen die Ordnung der Zeichen bewegen, wie man bey Mondsinsternissen, wo der Mond nahe bey der Ecliptik, also ohnweit eines Knotens ist, leicht bemerken kann; indem man seine Stelle in der Ecliptik, zu solcher Zeit bestimmt, welche man bey jeder folgenden Finsterniß weiter rückwärts, als bey der vorhergehenden findet.

Anm. Durch diese und ähnliche Beobachtungen hat man gefunden, daß der Knoten des Mondes innerhalb 18 gemeiner Jahre (d. i. von 365 T.) + 228 T. 4 St. 52′ 52″ durch die ganze Ecliptik rückwärts gehet.

§. 621. Erkl. (Fig. 41.) Der Punkt R, wo der Perpendikel PR §. 616. die Ebene der Ecliptik trift, heißt der projicirte Ort des Planeten, SR, TR, seine

seine curtirte Weite. Diese Linien, in denen des Planeten projicirter Ort R von der Sonne und der Erde Mittelpunkt aus gesehen wird, bis zur Ecliptik verlängert, geben daselbst des Planeten heliocentrischen und geocentrischen Ort. Gehet die Linie SV, also auch die ihr parallele TV durch die Nachtgleichen: so lassen sich beyde Oerter durch die Winkel bestimmen, welche diese Parallelen mit SR, TR, machen.

§. 622. Erkl. (Fig. 41.) Nimmt man die Linie TSE, welche den Ort, wo die Sonne der Erde zu stehen scheint, anzeigt, als gegeben an: so ist ETR der Unterschied zwischen den geocentrischen Stellen der Sonne und des Planeten, und heißt der Elongationswinkel, oder der Winkel an der Erde; da dann der Winkel ESR der Commutationswinkel, oder der Winkel an der Sonne, und SRT, die Differenz beyder Winkel, die Parallaxe der Erdbahn, auf ähnliche Art, wie bey den Fixsternen, genannt wird. Vergl. la Lande Astr. art. 1140. sq.

Anm. Ein Fixstern wird aus zwey verschiedenen Stellen der Erdbahn; ein Planet aber aus der Sonne und einer Stelle der Erdbahn betrachtet. Auch sollte eigentlich SPT die Parallaxe der Erdbahn für den Planeten P seyn; es ist aber gewöhnlich den Planeten auf die Ebene der Ecliptik zu reduciren, und die Linien aus S und T nach seinem reducirten Ort R zu ziehen.

§. 623. Aufg. (Fig. 42.) Die Lage der Knotenlinie zu finden.

Aufl. I. Beobachtet man die abnehmende Breite eines Planeten, bis sie in die entgegengesetzte übergehet: so kann man die Zeit beobachten, da der Planet in den Knoten N tritt. Befindet sich nun zu dieser Zeit die

Erde in T, so läßt sich der Winkel STN finden, welcher die Stelle des Knoten aus der Erde gesehen, bestimmt; aber noch ist der Winkel ESN, welcher diese Stelle aus der Sonne gesehen, folglich die Lage der Knotenlinien angäbe, zu suchen.

II. Man setze, die Erde hätte den Knoten N einmahl gesehen, da sie in T, und das zweytemahl, da sie in V war: so sind nach I. die Winkel STN, SVN, aus den Beobachtungen gegeben. Nun ist aus der jährlichen Bewegung der Erde §. 599. der Winkel TSV als der Unterschied der mittlern Anomalien §. 592., für beyde Beobachtungen wie auch die Verhältniß der ST und SV zur halben Erdaxe §. 602. gegeben. Folglich findet man im Δ TSV die dritte Seite TV, und den anliegenden Winkel, welche aus den schon bekannten STN, SVN, auch NTV, NVT, geben. Aus letzteren und TV, findet man TN. Demnach hat man im Δ STN, TN, TS, STN, und findet TSN, folglich ESN $=$ 2 R $-$ TSN, wie auch SN.

§. 624. Aufg. (Fig. 43.) Die größte Neigung eines Planeten zu finden.

Aufl. Vom Planeten P sey PH auf die Knotenlinie NO, und PR auf die Ebene der Erdbahn senkrecht: so ist auch RH auf NO senkrecht. Geom. 399, folglich PHR die größte Neigung. Weiß man nun aus §. 623. die Lage der Knotenlinie: so beobachte man, wenn die Erde in der Knotenlinie in M ist, die Breite des Planeten PMR. Nun ist auch HMR durch den Unterschied der Länge des Knoten und des Planeten gegeben. Folglich kann man setzen:

PR

$$\begin{aligned} PR : RM &= \mathrm{tang}\, PMR : r \\ RM : RH &= r : \sin RMH \\ RH : PR &= r : \mathrm{tang}\, PHR \end{aligned}$$

folglich $1 : 1 = r \,.\, \mathrm{tang}\, PMR : \sin RMH \,.\, \mathrm{tang}\, PHR$

folglich $\mathrm{tang}\, PHR = \dfrac{r \,.\, \mathrm{tang}\, PMR}{\sin RMH}$

oder $\cot PHR = \dfrac{\sin RMH \,.\, \cot PMR}{r}$

§. 625. Anm. Von den beyden Aufgaben §. 623. 624. vergl. la Lande Astr. art. 1332. sq. art. 1353. sq. Tafeln für die Knoten und die Neigungen der Planeten findet man l. c. art. 1348. 1375.

§. 626. Erkl. Unter Elementen eines Planeten versteht man die Umstände, welche überhaupt seinen Umlauf um die Sonne, und insbesondere die, welche die Lage und Figur seiner Bahn bestimmen. Im letztern Sinne gehören dahin: die Länge des Planeten, die Länge seines Apheliums, die Eccentricität seiner Bahn. Hiezu kommen noch im allgemeinen Sinne: sein mittlerer Umlauf, die Länge des Knoten, die Neigung der Bahn, die Bewegung des Apheliums, und die Bewegung des Knoten.

§. 627. Anm. In dem Vorhergehenden sind diese Elemente, wenigstens im Allgemeinen, und für die Hauptplaneten, betrachtet worden. Eine weitere Ausführung derselben für die einzelnen Hauptplaneten sowohl, als auch für ihre Trabanten, ist in einem Lehrbuche der gesammten Mathematik nicht verstattet, sondern gehört zu einem besondern und ausführlichern System der Astronomie, dergleichen z. E. des Herrn la Lande oft angeführte Astronomie ist; wozu, Obiges Allgemeine eine nöthige, und vortheilhafte Vorbereitung bewürken soll. Indeß wird es erlaubt seyn, die vornehmsten Resultate der speciellen Untersuchungen in tabellarischen Vorstellungen aus la Lande Astr. historisch hier beyzufügen:

I. Um-

I. Umlaufszeiten der Planeten und deren Rotation.

art. 1162.

	Tropische Rev.				Siderische Rev.				Rotat. §. 505.			
	T.	St.	M.	S.	T.	St.	M.	S.	T.	St.	M.	S.
Mercur	87.	23.	14.	32,7	87.	23.	15.	43,6	—	—	—	—
Venus	224.	16.	41.	27,5	224.	16.	49.	10,6	—	23.	20.	—
Erde	365.	5.	48.	48,0	365.	6.	9.	11,6	—	23.	56.	3,5
Mars	686.	22.	18.	27,4	686.	23.	30.	35,6	—	24.	40.	—
Jupiter	4330.	14.	39.	2,0	4332.	14.	27.	10,8	—	9.	56.	—
Saturn	10746.	19.	16.	15,5	10759.	1.	51.	11,2	—	—	—	—
Uranus	83 J.	52 T.	4 St.		83 J.	150 T.	18 St.		—	—	—	—
Sonne	—	—	—		—	—	—		25.	10.	—	—
Mond	—	—	—		—	—	—		27.	7.	43,5	

II. Mittlere Weiten der Planeten von der Sonne.

art. 1222.

	Kepler	Cassini	Halley	la Lande	
Mercur	0,38806	0,38760	0,38710	0,3871000	4
Venus	0,72413	0,72340	0,72333	0,7233324	7
Erde	1,00000	1,00000	1,00000	1,0000000	10
Mars	1,52349	1,52373	1,52369	1,5236927	15
Jupiter	5,20000	5,20290	5,20098	5,2027920	52
Saturn	9,51003	9,54180	9,54007	9,5407240	95
Uranus	— —	— —	— —	19,0818000	190

III.

III. Mittlere Weiten der Weltkörper von der Erde in Meilen. art. 1398.

	kleinste			mittlere			größte		
Sonne	33	780	210	34	357	480	34	954	726
Mond		80	187		86	324		91	397
Mercur	21	057	738	34	357	480	47	657	222
Venus	9	505	595	34	357	480	59	209	365
Mars	17	992	760	32	359	240	86	707	720
Jupiter	144	335	070	178	692	550	213	050	030
Saturn	293	391	240	327	748	720	362	106	200
Uranus	621	245	120	655	602	600	689	960	080

IV. Durchmesser der Weltkörper art. 1398.

	scheinbahre				wahre	
	größte		reducirte		in Meilen	in Theilen des Erddurchm.
Sonne	32′	36″	31′	57,0″	319314	111,4500
Erde	—	—		17,2	2864	1,0000
Mond	33	37		4,696	782	0,2731
Mercur		12		6,9	1166	0,4012
Venus		57		16,547	2748	0,9593
Mars		27		8,943	1490	0,5199
Jupiter		40	3′	6,82	31111	10,8620
Saturn		18	2′	31,71	28394	9,9830
Ring		42	6′	40,65	66719	23,2940
Uranus		4	1′	14,52	12410	4,3320

V.

V. Eccentricität, und größte Neigung
art. 1278. 1375.

	Eccentricität	größte Neigung		
Mercur	0,079554	7°	0′	6″
Venus	0,004980	3	23	35
Erde	0,01681395	0	0	0
Mars	0,141837	1	51	0
Jupiter	0,250133	1	18	56
Saturn	0,5364042	2	29	56
Uranus	0,90804	0	46	26

Hierbey sind die mittlern Weiten der Planeten nach la Lande oben in II. angenommen.

VI. Sonnenfernen und Knoten für das Jahr 1750.
art. 1330. 1348.

	Sonnenferne				Säcular Bewegung.			Ort des aufsteigenden Knotens.				Bewegung in Absicht auf die Nachtgleichen.
Mercur	8 Z.	13°	33′	58″	1°	33′	45″	1 Z.	15°	20′	43″	34,3″
Venus	10	7	46	42	1	21	0	2	14	26	18	31,0
Mars	5	1	28	14	1	51	40	1	17	38	38	28,0
Jupiter	6	10	21	4	1	34	33	3	7	55	32	35,7
Saturn	8	28	9	7	1	50	7	3	21	31	22	33,3
Uranus	.	.	.	.	.	.	.	3	12	33	31	.

VII. Die Nebenplaneten oder Trabanten art. 3025. 3067. 3068. 3076.

	Period. Uml.	Synod. Uml.	Abstand in Halbm. ♃
	T. St. M. S.	T. St. M. S.	
Jupiters			
I.	1. 18. 27. 33,476.	1. 18. 28. 36.	5,67.
II.	3. 13. 13. 31,929.	3. 13. 17. 54.	9,00.
III.	7. 3. 42. 32,879.	7. 3. 59. 36.	14,38.
IV.	16. 16. 32. 8,491.	16. 18. 5. 7.	25,30.
Saturn			in Halbm. ♄
I.	1. 21. 18. 26,222.	1. 21. 18. 54,778.	4,893.
II.	2. 17. 44. 51,177.	2. 17. 45. 51,013.	6,268.
III.	4. 12. 25. 11,100.	4. 12. 27. 55,239.	8,754.
IV.	15. 22. 41. 13,052.	15. 23. 15. 20,175.	20,295.
V.	29. 7. 53. 42,778.	79. 22. 3. 12,883.	59,154.
VI.			
VII.			
Uranus			
I.	. . . . .	8. 17. 1. 19,13.	33,09″
II.	. . . . .	13. 11. 5. 1,5.	44,23″

I.

6. Von

6. Von den Verfinsterungen und Durchgängen, auch von den Kometen.

§. 628. Aufg. (Fig. 44.) Den scheinbahren Halbmesser des Erdschattens, da wo der Mond durchgehet, zu finden.

Aufl. Es sey (nach Anweisung von Opt. §. 38.) A der Mittelpunkt der Sonne, B der Erde, BK die Axe des Schattenkegels, BP die Weite des Mondes von der Erde, und PS senkrecht auf PK, also der Halbmesser des senkrechten Durchschnitts des Schattenkegels in dieser Weite: so ist der gesuchte scheinbahre Halbmesser der Sonne SBP $= x$.

Es sey die Parallaxe der Sonne $= \eta$, des Mondes $= p$, der scheinbahre Halbmesser der Sonne ABG $= \sigma$, so ist, wenn man den sin tot $= 1$, und die Winkel, die hier nur klein sind, anstatt ihrer Sinus und Tangenten setzt,

I. Der wahre Halbmesser der Sonne AG $=$ AB $. \sigma$ (Opt. §. 67.) und ihre Weite AB $= \frac{r}{\eta}$ §. 421, folglich (weil BE mit KG parallel) AE $=$ AG $-$ BH $= \frac{r(\sigma - \eta)}{\eta}$, folglich K $=$ ABE $= \frac{AE}{AB} = \sigma - \eta$.

II. BK $= \frac{r}{K}$, und BP $= \frac{r}{p}$ §. 421, also PK $=$ BK $-$ BP $= \frac{r(p - K)}{K \cdot p}$, folglich PS $=$ PK $.$ K $= \frac{r(p - K)}{p}$. Hieraus ist

III.

III. $x = \frac{SP}{BP} = p - K$, folglich aus I. $x = p + \eta - \sigma$.

§. 629. Anm. 1. Die Sonnenparallaxe η bleibt $= 8''{,}6'''$ §. 440. p aber und σ sind veränderlich.

§. 630. Anm. 2. Die Beobachtungen zeigen den Erdschatten immer ein wenig grösser; welches der Halbschatten, den die Erdatmosphäre macht, verursacht. Die daher entstehende Vergrösserung wird verschiedentlich angegeben, von la Lande aber Astr. art. 1756, nach Mayer $= \frac{x}{60}$ gesetzt.

§. 631. Exempel aus l. c. art. 1752. Im J. 1764 am 17 März war zur Zeit der Opposition die Parallaxe des Mondes $p = 60' 51{,}9''$ der Sonne $\eta = 8{,}6''$ und der Sonnehalbmesser $\sigma = 16' 4{,}8''$ folglich $x = p + \eta - \sigma = 44' 55{,}7''$ wozu wegen §. 630. noch $44{,}9''$ kommen.

§. 632. Aufgabe. (Fig. 44.) Die Verhältniß zwischen den scheinbahren Größen des Mondhalbmessers, und seines verfinsterten Theils zu finden.

Aufl. Es sey des Mondes Mittelpunkt R, sein Halbmesser RQ; und (aus der Erde Mittelpunkt B) des Mondes Breite $RBP = \beta$; der scheinbahre Halbmesser des Mondes $RBQ = \mu$, des Schattenkegels $SBP = x$: so ist $PBQ = \beta - \mu$, und $SBQ = x - \beta + \mu$, folglich die gesuchte Verhältniß $RBQ : SBQ = \mu : x - \beta + \mu$; welche Verhältniß auch bleibt, wenn man beyde Grössen aus der Oberfläche der Erde betrachtet, weil die Parallaxe beyde verhältnißmäßig ändert.

§. 633. Zus. 1. Nachdem $\beta =$ oder $> x + \mu$ ist, so berührt nur der Mond den Erdschatten, oder bleibt völlig außer demselben; folglich muß der Mond nahe bey seinem Knoten seyn, wenn er verfinstert werden soll.

§. 634. Zus. 2. Ist die Neigung der Mondbahn festgesetzt: so ist der Abstand des Mondes von seinem Knoten das Argument der Breite, d. i. bestimmt seine Breite; welche im Knoten selbst Null ist, und mit der Entfernung vom Knoten immer wächst, bis sie die Größe $x + \mu$ erreicht, und von da an übersteigt.

§. 635. Anm. Aus obigen Untersuchungen ersiehet man, worauf es bey Berechnung und Verzeichnung einer Mondfinsterniß ankömmt, deren weitere Auseinandersetzung aber nicht dieses Ortes ist, sondern entweder ausführlichen Lehrbüchern der Astronomie vorbehalten bleibt, oder in speciellen Anweisungen aufgesucht werden muß. Eben dieß gilt von den Verfinsterungen der Sonne, und der Nebenplaneten, wie auch von den Durchgängen der Venus und des Mercurs durch die Sonnenscheibe, desgleichen von den Kometen; daher von allen diesen Artikeln nur ein allgemeiner Begriff annoch hier gegeben werden soll.

§. 636. (Fig. 44.) Ist B der Mittelpunkt des Mondes, so ist BK die Axe des Mondschattens, welcher den Gegenden der Erde, über die er wegstreicht, eine Sonnenfinsterniß verursacht, die einem Zuschauer im Monde eine Erdfinsterniß seyn, und ihm so, wie uns die Mondfinsterniß, vorkommen wird. Für ihn würde die Berechnung auch völlig so ausfallen; aber für uns, die wir diese Erscheinung, wie sie uns vorkommt, zu wissen verlangen, wird sie mühsamer und verwickelter.

§. 637.

§. 637. (Fig. 45.) Es sey T die Erde, L der Mond im Knoten, Ca die Axe des Schattenkegels, dessen Spitze auf den Ort a fällt, dem die Sonne vom Monde gänzlich bedeckt seyn muß. Der Halbschatten erstreckt sich von o bis n und schneidet eine Zone auf der Erdfläche = o e n a b, worin man nur einen Theil der Sonne bedeckt sieht, der desto größer ist, je näher man sich bey a befindet. Außer dieser Zone siehet man auf der übrigen Halbkugel die völlige Sonne. Ist die Sonne zu dieser Zeit in der Erdferne und der Mond in der Erdnähe, wo sein Durchmesser am größten erscheint: so hat der Schattenkegel bey a noch einige Breite, und man siehet daselbst eine totale Sonnenfinsterniß mit einiger Dauer. Erscheinen die Durchmesser der Sonne und des Mondes genau von gleicher Größe: so fällt bloß die Spitze des Schattenkegels auf a, wo die Finsterniß alsdann total und central ohne Dauer ist. Ist aber der scheinbahre Durchmesser des Mondes, wie in den meisten Fällen, kleiner: so erreicht die Spitze des Schattenkegels die Erde gar nicht, und die Finsterniß ist bey a ringförmig.

Da der Mond während der Finsterniß von Westen nach Osten läuft, und die Erde sich zugleich in eben der Richtung um ihre Axe drehet: so überstreicht der Mondschatten die Erde von Westen nach Osten, und die westlichern Länder sehen früher als die östlichern die Sonne verfinstert.

§. 638. Anm. Von den Verfinsterungen der Sonne und des Mondes vergl. la Lande Astr. livr. X. Röslers Handbuch der pract. Astr. Tübingen 1788. 8. Cap. 11 bis 15. Reccards Abhandlung von der großen Sonnenfinsterniß am 1 April 1764. Berlin 2. Aufl. 1764. Du Sejour analyt. Abh. von den Sonnenfinsternissen übersetzt von Scheibel. Breslau 1793. Rüdigers Darstellung der

 neuen

neuen Methode des Hn. du Sejour für Sonnen- und Mondfinsternisse. Leipzig 1794. Dessen practische Anweisung zur Berechnung und Verzeichnung der Sonnen- und Mondfinsternisse. Leipzig 1796.

§. 639. (Fig. 46.) Es sey der Kreis um S die Erdbahn, der größere Kreis um T die Bahn eines Jupiterstrabanten, TE ein Stück vom Schatten des Jupiters, und in e der Eintritt, in m der Austritt des Trabantens. Ist nun die Erde in C oder D, also Jupiter in Conjunction oder Opposition mit der Sonne: so liegt für uns der Schatten gerade hinter dem Jupiter, daß wir weder Eintritt noch Austritt des Trabanten sehen können. Rückt die Erde von C nach B, so sehen wir die Eintritte; rückt sie von B durch D nach A, so sehen wir die Austritte. Dies ist jedoch nur von den beyden innern Trabanten zu verstehen, indem die beyden äußern fast immer Eintritte und Austritte zugleich sehen lassen, und in gewissen Lagen gegen die Ecliptik sogar um C und D.

Treten die Trabanten in d zwischen die Sonne und den Jupiter, so können sie auf ihn ihren Schatten werfen, welchen wir auf der Erde als dunkle runde Flecken über die Jupiters-Scheibe rücken sehen.

Von den Finsternissen der Trabanten handelt la Lande Astr. art. 2957 sq.

§. 640. Bedeckungen der Sonne von den untern Planeten heißen Durchgänge, und erfolgen, wenn die geocentrische Breite dieser Planeten bey ihrer untern Conjunction kleiner als der Sonne Halbmesser ist, folglich wenn sie zu der Zeit nahe bei ihren Knoten sind.

§. 641. Der aufsteigende Knoten des Mercurs fällt in den 16° ♉ §. 627. VI. also der aufsteigende in den 16° ♏, um welche Punkte wir die Sonne am 6ten May und 8ten Nov. sehen; daher nur um diese Zeit ein Durchgang des Mercurs möglich ist. Dieser erfolgt auch wirklich, wenn alsdann Mercur in seiner untern Conjunction mit der Sonne, und nicht über $3\frac{1}{2}$° von seinem Knoten entfernt ist, welches aber selten zusammentrift. Daher kommen nach der Rechnung auf das 17te Jahrhundert nur 13, auf das 18te 14, und auf das 19te 13 Durchgänge des Mercurs. Die letztern waren 1782 am 12. Nov. 1786 am 4 May und 1789 am 5. Nov. Die nächsten werden seyn 1799 den 7 May, 1802 den 9 Nov. und 1815 den 12 Nov.

§. 642. Der aufsteigende Knoten der Venus fällt in den 14° ♊. §. 627. VI. also der absteigende in den 14° ♐, um welche Punkte wir die Sonne am 4 Jun. und 5 Dec. sehen; daher nur um diese Zeit ein Durchgang der Venus möglich ist, und wirklich erfolgt, wenn alsdann Venus in ihrer untern Conjunction mit der Sonne, und nicht über $1\frac{3}{4}$° von ihrem Knoten entfernt ist, welches bey der Venus noch viel seltner als beym Mercur zusammentrift. Daher kommen nach der Rechnung nur zwey Durchgänge der Venus auf jedes Jahrhundert; nämlich 1631. 7. Dec. 1639. 4. Dec. 1761. 6 Jun. 1769. 3 Jun. 1874. 9 Dec. 1882. 6 Dec.

§. 643. Diese seltnen Durchgänge der untern Planeten dienen, die Theorie ihrer Bahnen zu berich-

tigen. Vorzüglich aber dient der Durchgang der Venus zu der genauesten Erfindung der Sonnenparallaxe §. 440, und hiedurch zu richtiger Bestimmung der wahren Entfernung und Grösse aller Planeten unsers Sonnensystems. Um diese Erfindung im Allgemeinen zu übersehen; läßt sich leicht erkennen: daß zwey auf der Erde weit entlegene Beobachter, welche die Venus in der Sonne zu gleicher Zeit sehen, sie in verschiedenen Stellen der Sonne erblicken, also auch eine verschiedene Zeit des Ein und Austrittes, und eine verschiedene Dauer ihres Durchganges wahrnehmen müssen; und daß dieser Unterschied durch die Weiten beydes der Venus und der Sonne von der Erde bestimmt werde. Berechnet man nun aus dem beobachteten Unterschiede des Ein und Austritts, oder der Dauer des Durchgangs, die Beobachtungen für der Erde Mittelpunkt; so läßt sich der Unterschied der horizontalen Parallaxe der Sonne und der Venus finden, und aus der bekannten Verhältniß der Weiten der Venus und der Sonne von der Erde die horizontale Parallaxe der Sonne oder der Venus besonders berechnen. Dieser wichtigen Erfindung wegen haben die Astronomen den Durchgängen in den Jahren 1761 und besonders 69 die größte Aufmerksamkeit gewidmet, und zum Theil sehr weite Reisen hiezu unternommen, wovon das Resultat §. 440. angezeigt worden. Diese Beobachtungen gaben also unmittelbahr die Parallaxe der Sonne für die Zeit des Durchgangs, bey welchem die Sonne ihren größten Abstand von der Erde hatte. Man leitet also aus ihr mittelst der bekannten Gestalt der Erdbahn die Parallaxe für die mittlere Entfernung her, die schlechthin Parallaxe heißt. Aus dieser findet man dann, wenn die Eccentricität oder die Gestalt der Erdbahn bekannt ist, die größte und kleinste Parallaxe, wenn die Sonne

ne S (Fig. 39.) in der Erdferne P oder Erdnähe A ist. Auch geben umgekehrt beyde Parallaxen, wenn sie bekannt sind, die Verhältniß SA : SP.

§. 644. Anm. Von den Durchgängen der andern Planeten, und insbesondere von dem Durchgange der Venus im J. 1769. handelt sehr ausführlich la Lande Astr. livr. XI. Daselbst sind auch Tafeln von den Durchgängen, eine für den Merkur art. 2031. und eine für die Venus art. 2042.

§. 645. Kometen, oder Haarsterne (von ihrem Schweife so genannt) sind Himmelskörper mit eigner Bewegung, die nach kurzer Zeit Sichtbarkeit wieder verschwinden, und sich nicht wie die Planeten, blos von Abend nach Morgen und im Thierkreise, sondern auch nach vielerley andern Richtungen, durch vielerley andere Himmelsgegenden, und mit ganz andern Geschwindigkeiten bewegen, auch andere scheinbahre Grössen haben. Vergl. la Lande Astr. art. 3085 – 88.

§. 646. Da ein Komet viele Tage nach einander zu sehen ist, und sich den entferntesten Orten der Erde zu einerley Zeit bey einerley Fixsternen zeigt, auch ehe er den bloßen Augen sichtbahr wird, und wenn er ihnen schon verschwunden ist, mit Fernröhren, wenigstens eine Zeitlang verfolgt werden kann; so läßt sich seine scheinbahre Bahn unter den Fixsternen, auf Sternchärten verzeichnen. In Doppelmeyers Himmelsatlas enthalten tab. 27. 28. Bahnen der Kometen vom J. 1530 – 1740. H. Prof. Bode hat seiner Abh. über die Lage und Austheilung aller Planeten und Kometenbahnen einen grossen Kupferstich beygefügt, welcher die Bahnen von 72 bis zum Jahr 1785 erschienenen Kometen vorstellt.

§. 647. So lange man den Kometen beobachten kann, muß man, wie bey den Planeten, aus seinem scheinbahren Laufe seine Bahn zu bestimmen suchen, nämlich Sonnennähe, Knotenlinie und Neigung. Treffen diese Bestimmungen für zwey zu unterschiedenen Zeiten beobachtete Kometen zusammen: so laufen solche in einer Bahn, oder es ist vielmehr derselbe Komet, der zum zweytenmahle wieder erscheint, und in der Zwischenzeit seinen Umlauf vollendet hat. Vergl. la Lande Astr. art. 3182. sq.

§. 648. Solche Umlaufszeit zu bestimmen, hat Halley zuerst von dem Kometen des J. 1682 gewagt, welcher auch seiner Ankündigung nämlich gemäß im J. 1758 (nach 28070 Tagen) wieder erschienen ist; woraus la Lande Astr. art. 3187. in Halbmessern der Erdbahn findet: die halbe große Axe = 18,07576; die Sonnennähe = 0,58350; die Eccentricität = 17,49226.

§. 649. Bey einer so eccentrischen, also sehr langen Ellipse, ist es begreiflich daß ein Komet nur, wenn er sich der Sonne nähert, uns sichtbahr seyn könne, und bey seiner Entfernung unsern Augen wieder verschwinden müsse. Auch folgt aus einer so langen Axe der Ellipse, daß deren Bogen zunächst um ihren Brennpunkt sich von der Parabel nur wenig unterscheide. (Anal. §. 221.) Der erste Entdecker der parabolischen Bahn der Kometen war Dörfel, ein Geistlicher zu Plauen im Voigtlande, dem aber la Lande Astr. art. 3097. diese Ehre streitig zu machen sucht, womit

womit Kästners Anfangsgr. der Astr. 308. II. verglichen werden müssen.

§. 650. Nach allen diesen Umständen sind demnach die Kometen mehrere unserm Sonnensysteme annoch zugehörige Planeten, welche ihrer großen Entfernung wegen durch den größten Theil ihrer Bahn uns unsichtbar sind. Ihr schwaches und sanftes Licht empfangen sie, wie die Planeten, von der Sonne; welches insbesondere die Phase des Kometen vom Jahr 1744 beweiset. la Lande Astr. art. 3080.

§. 651. In den Berliner Sammlungen astron. Tafeln ist ein Verzeichniß von 479 Kometen von den ältesten Zeiten her bis zum Jahr 1774, wovon aber noch manche, die bloße Meteore gewesen seyn mögen, ausfallen müssen, ob es gleich gewiß ist, daß man durch das Fernrohr häufig Kometen erblickt, und nur die den bloßen Augen sichtbahre selten sind. Vergl. la Lande Astr. art. 3081 – 84.

§. 652. Der Komet besteht aus Kopf und Schweif, und ersterer aus Kern und Atmosphäre. Der Schweif folgt dem Kopfe, wenn der Komet sich der Sonne nähert, und geht vor ihm her, wenn er von der Sonne weggehet; daher man ihn sonst geschwänzt und bärtig nannte. Manche Kometen erscheinen ohne allen Schweif, als die in den Jahren 1585. 1665. 1682. 1763. la Lande Astron. art. 3080, andere haben hingegen sehr lange Schweife art. 3208 – 10.

§. 653. Von den verschiedenen Meynungen über die Kometen vergl. l. c. art. 3089 sq. von ihrem parabolischen Laufe art. 3103 sq. wo auch art. 3179 eine Tafel über die Elemente von 78 Kometen, die bis zum Jahre 1790 beobachtet und berechnet worden; und von den Ungleichheiten ihres Laufes art. 3202 – 6.

Astro-

Astronomische Wissenschaften.

II.

Die Geographie.

1. Von der sphärischen Gestalt der Erde, und den geographischen Längen und Breiten.

§. 1.

Erfahr. Die Mittagshöhe eines Sterns zwischen unserm Scheitelpunkte und dem Nordpole wird, wenn wir in einer und derselben Mittagslinie

linie von Süden nach Norden immer weiter fortrücken, immer größer und größer, d. i. sein Abstand vom Scheitel immer geringer, bis der Stern in den Scheitel, ja gar jenseit des Scheitels kömmt.

§. 2. Zus. 1. (Fig. 47.) Man setze zwey Oerter der Erde M, N, den zweyten nördlicher als den ersten, in einer und derselben Mittagsfläche, wo man einen und denselben Stern nach den parallelen Linien, MK, NL, culminiren sieht. (Astr. §. 556.) Nun wird die Erdfläche von der Mittagsfläche entweder in der geraden Linie MNV oder in einer gebogenen Linie MWN geschnitten. Wäre das erste: so müßten die Mittagshöhen des gedachten Sterns KMN, LNV, gleich seyn, (Geom. §. 95.) welches doch nicht ist. §. 1. Ist daher das letztere, also die Mittagslinie (Astr. §. 63.) gebogen, und für die beyden Oerter nach Astr. §. 25. die Horizonte MO, PO, welche einander in O schneiden: so ist die Mittagshöhe des Sterns für den südlichern Ort OMK, für den nördlichern PNL, und diese größer als jene §. 1.

§. 3. Zus. 2. Da PNL + LNO = 2 R (Geom. §. 54.) = LNM + KMN (Geom. §. 95.) = LNO + ONM + NMO + OMK: so ist PNL − OMK = ONM + NMO = SOM (Geom. §. 99.) Wenn nun die Scheitellinien der beyden Oerter, oder die Perpendikel auf ihre Horizonte MQ, NQ, in Q zusammentreffen. Astr. §. 25: so ist in der Figur MONQ nach (Geom. §. 105.) Q + O = 2 R = O + SOM. Folglich ist Q = SOM = PNL − OMK, d. i. der Winkel, welchen die Scheitellinien der beyden Oerter ein-

einschließen, ist dem Unterschiede der beyden Mittagshöhen §. 2. gleich.

§. 4. Zus. 3. Geht man von M in derselben Mittagsfläche so weit nördlicher, daß der Mittagshöhen Unterschied einen Grad beträgt: so machen auch die Scheitellinien bey Q einen Winkel von einem Grade §. 3. Alsdann heißt der Bogen MWN, ein Grad auf der Erdfläche, und zwar ein Grad des Erdmeridians, und die Länge des Bogens MWN gemessen, giebt die Länge dieses Grades.

§. 5. Zus. 4. Wären alle Grade des Erdmeridians von gleicher Länge: so wäre der Erdmeridian ein Kreis, dessen Mittelpunkt Q, und MWN. §. 2. ein Bogen dieses Kreises. Alsdann könnte man sich vorstellen, daß die Gestalt der Erde entstünde, indem die halbe Erdmeridianfläche sich um ihren unverrückten Durchmesser ringsum drehete.

§. 6 Zus. 5. Wäre hienach die Erde eine vollkommene Kugel: so ließe sich aus der Länge eines Grades der Umfang und der Halbmesser der Erde berechnen.

Dann theilt man die Länge eines Grads in 15 gleiche Theile, deren jeder eine geographische Meile heiße: so enthält der Umfang eines größten Kreises der Erdkugel 5400 solcher Meilen, woraus sich die Größe des Durchmessers $d = \frac{5400}{\pi}$ ergiebt, (Geom. §. 349.) wo man $\pi = 3{,}141592$ setze (Geom. §. 354.)

$$\log. 5400 = 3{,}7323938$$
$$\log\ 3{,}141592 = 0{,}4971498$$
$$\log\ d = 0{,}2352440$$

giebt d = 1718,874 folglich $\frac{1}{2}$ d = 859,437 Meilen, wofür man insgemein 860 M. setzt.

§. 7. Zus. 6. (Fig. 31.) Die Erde sey eine Kugel, und ihr Mittelpunkt C der Mittelpunkt des Fixsternhimmels Astr. §. 50. Denkt man sich nun von diesem Punkte gerade Linien nach allen Kreisen und Punkten der Himmelskugel: so bestimmen solche auf der Erdfläche ähnliche Kreise und Punkte, welche eben die Nahmen führen, Vergl. Astr. §. 542. Nämlich:

Der Weltaxe PQ Durchschnitte mit der Erdfläche geben die Erdpole p, q, und Erdaxe pq. Ein beliebiger Ort auf der Erdfläche m, den man, bey einer ziemlich großen Stadt, meistens als einen bloßen Punkt ansehen kann, liegt in seiner Scheitellinie CM. Die Mittagsfläche durch sein Zenith PMQ schneidet die Erdfläche in des Orts Mittagskreise pmq. Der Himmelsäquator AV schneidet die Erdfläche in dem Erdäquator av. Der scheinbahre Horizont durch m fällt mit dem wahren Horizont durch C zusammen, wenn Cm gegen CM nicht zu achten ist, Astr. §. 556. Ein Parallelkreis am Himmel MN ist die Grundfläche eines Kegels, dessen Spitze C ist, und dessen Durchschnitt mit der Erdfläche den zugehörigen Parallelkreis auf der Erde giebt; welcher ein Polarkreis, oder Wendekreis auf der Erde wäre, nachdem MN ein Polarkreis, oder Wendekreis am Himmel wäre.

§. 8.

§. 8. Zus. 7. (Fig. 47.) Hat die Erde eine kugelförmige Gestalt, so ist sie nicht nur von Süden nach Norden, sondern auch von Westen nach Osten gekrümmt. Wäre nun M ein östlicher Ort, in dessen Horizont MO die Sonne einträte: so wäre sie zu der Zeit noch unter dem Horizonte PO des westlichern Orts N, und träte daselbst erst nach einiger Zeit ein, wenn durch die Umdrehung der Erdkugel, von Westen nach Osten der Ort N in die Stelle M getreten, und NP in die Lage MO gekommen ist. Demnach gehet den östlichern Orten die Sonne eher auf und unter, als den westlichern, und jene haben eher Mittag als diese. Zählen daher beyde ihre Stunden von Mittag an: so zählen in einem und demselben Augenblicke jene mehr, als diese.

§. 9. Erkl. Wenn bey einer Erscheinung, welche ein östlicher und westlicher Ort in einem und demselben Augenblicke sehen, z. E. bey Anfang einer Mondsfinsterniß, oder beym Ein oder Austritt eines Trabanten aus Jupiters Schatten, jener 11 Uhr des Abends, diese 10 Uhr zählet: so hat jener eine Stunde eher Mittag gehabt, als dieser. Dieses heißt der Unterschied des Mittags, differentia meridiei.

§. 10. Zus. Da aus der angenommenen Krümmung der Erde von Westen nach Osten dieser Unterschied des Mittags folgt: so kann man rückwärts von diesem auf jene schließen, welche daher die Erfahrung außer Zweifel setzt.

§. 11. Anm. Aus der kugelförmigen Gestalt der Erde folgt ihr kugelförmiger Schatten, und dessen kreisförmiger Durchschnitt mit der Mondscheibe: aber nicht umgekehrt aus diesem jene, indem auch Körper, die keine Kugeln sind, unter gewissen Umständen einen kreisförmigen Schatten geben können.

§. 12. Erkl. (Fig. 48.) Es sey C der Erde Mittelpunkt, und p q die Erdaxe. Die größten Kreise durch die Erdpole p, q, sind die Mittagskreise, meridiani, wofür man hier bloß den Halbkreis nimmt, und die andere Hälfte den entgegengesetzten Mittagskreis nennt, welcher Mitternacht hat, wenn im ersten Mittag ist. Der Winkel zweyer Mittagskreise t p h, oder ihr Maaß, der Bogen des Aequators t h, heißt der Unterschied dieser Mittagskreise, differentia meridianorum.

§. 13. Aufg. (Fig. 48.) Es sey r ein östlicher, s ein westlicher Ort, man soll aus dem Unterschiede des Mittags beyder Oerter (§. 8) den Unterschied ihrer Mittagskreise (§. 12.) finden.

Aufl. Jeder Beobachter giebt den Augenblick der Beobachtung §. 8. in Theilen seines wahren Sonnentages an. (Astr. §. 247.) Zählt nun der östlichere $\varkappa$, der westlichere λ Minuten, beyde nach Mittage: so befindet sich die Sonne in diesem Augenblicke in einem noch westlichern Mittagskreise p o q, so daß $ho = \frac{\varkappa^\circ}{4}$ und $to = \frac{\lambda^\circ}{4}$ ist. (Astr. §. 268.) Demnach ist der gesuchte Unterschied der Mittagskreise $ht = ho - to = \frac{\varkappa - \lambda}{4}$ Gr. d. i. man subtrahirt die angegebene Zeit des westlichern Beobachters von der Zeit des östlichern, und verwandelt den Unterschied in Bogen, so daß man, wie bey Sternzeit auf 1 Grad 4 Minuten Zeit rechnet. Astr. §. 236.

§. 14. Zus. 1. Bedeuten $\varkappa$ und λ Minuten vor Mittag: so ist die Sonne in demselben Augenblicke in einem noch östlichern Mittagskreise, daß $\lambda > \varkappa$, und $hr = \frac{\lambda - \varkappa}{4}$ Gr. ist.

§. 15. Zus. 2. Fährt ein Schiff immer nach Westen zu: so hat es immer später und später Mittag, und zählt schon 12 Stunden weniger, wenn es in den entgegengesetzten Mittagskreis des Orts gekommen ist; folglich 24 Stunden, oder einen Tag weniger, wenn es wieder an den ersten Ort anlangt. Fährt das Schiff immer nach Osten zu: so erfolgt das Gegentheil, und es zählt 1 Tag mehr.

§. 16. Erkl. (Fig. 48.) Ein Mittagskreis poq, den man willkührlich erwählet, um mit ihm alle andere zu vergleichen, heißt der erste Mittagskreis.

§. 17. Erkl. Die Länge eines Ortes, oder die Meereslänge, heißt der Winkel, welchen der Mittagskreis des Orts mit dem ersten Mittagskreise macht, und ist östlich oder westlich, nachdem der Ort in Osten oder Westen des ersten Mittagskreises sich befindet. So ist z. E. die östliche Länge des Orts r der Winkel o p h, oder dessen Maaß der Bogen des Aequators q h.

§. 18. Erkl. (Fig. 48.) Die Breite eines Ortes heißt die Neigung seiner Scheitellinie gegen die Ebene des Aequators, oder der Winkel, welchen seine Scheitellinie mit dem durch den Einschnitt des Mittagskreises des Ortes gelegten Halbmesser des Aequators macht, und ist nördlich, oder südlich, nachdem sich der Ort in der nördlichen, oder südlichen

Halbkugel befindet. So ist z. E. die nördliche Breite des Orts r der Winkel rCh, oder sein Maaß der Bogen der Sphäre hr.

§. 19. Anm. Durch Länge und Breite wird in der Geographie die Lage eines Orts gegen den Erdäquator, eben so wie in der Astronomie die Lage eines Sterns gegen die Ecliptik bestimmt; nur daß hier von dem Durchschnittspunkte des Aequators mit der Ecliptik an die Grade der Länge gezählet werden, dort aber kein so bestimmter Anfangspunkt ist, und man also den ersten Mittagskreis nach Gefallen annehmen muß. Die Franzosen legen ihn durch die Insel Ferro 19° 53′ 45″ westlich der pariser Sternwarte. Sehr gut ist es auf Landcharten gewöhnlich, den ersten Meridian genau 20° westlich der Par. Sternwarte zu ziehen. la Lande Astr. art. 49. In astronomischen Tafeln pflegt man den Mittagskreis des Orts, für den sie zunächst verfertigt sind, für den ersten anzunehmen. Von den mancherlei Annahmen vergl. la Lande Astr. art. 4088 — 90.

§. 20. Zus. 1. (Fig. 48.) Die Linien Cm, Cp, gehen nach den Scheitelpunkt und Weltpol. Daher ist pCm der Abstand des Scheitelpunkts vom Weltpole, folglich dessen Ergänzung mCv, oder die Breite des Orts m und seines Parallelkreises mrn der Polhöhe des Orts gleich (Astr. §. 84.) welche man nach Astr. §. 120 findet. Vergl. Röslers Handb. der pract. Astronomie 1 Theil S. 296 - 326.

§. 21. Zus. 2. Stellt poq den ersten Mittagskreis vor: so sind die Längen der beyden Orte s und r die Bogen ot, oh, als die Maaße der Winkel opt, oph. Der Unterschied dieser Bogen, oder dieser Winkel, giebt den Unterschied der Länge der beyden Oerter, oder ihrer Mittagskreise, und wird gefunden, wenn man den Unterschied der Mittage in Bogen des Aequators verwandelt. §. 13. Hat man diesen Unterschied, und weiß die Länge des einen Orts; so findet man daraus die Länge des andern Orts.

§. 22. Anm. 1. Da bey solchen Beobachtungen ein Fehler von 1. Sec. wahrer Sonnenzeit, im Bogen des Aequators einen Fehler von 15 Sec. bringt: so ist eine sehr genaue Abmessung der Zeit nöthig, welche erst seit Erfindung der Pendeluhren möglich geworden ist.

§. 23 Anm. 2. Von den verschiedenen Mitteln, den Unterschied der Mittage zu finden, vergl. la Lande Astr. art. 4166 — 74. Röslers Handbuch der prakt. Astronomie 2. Theil. S. 295 — 374. Die vornehmsten sind:

1. Die Mondfinsternisse, die sich aber nur selten eräugnen.

2. Die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten, die zwar oft vorfallen, aber wenn Jupiter nahe bei der Sonne, und überhaupt unter Tages am Himmel stehet, nicht beobachtet werden können. Auch kömmt es dabei auf die Höhe des Jupiters, und auf die Beschaffenheit der Fernröhre an.

3. Die Sonnenfinsternisse, und Bedeckungen der Sterne durch den Mond; wozu aber die Betrachtung der Parallaxe und weitläuftigere Rechnungen erfodert werden. Cagnoli Methode pour calculer les longitudes géographiques. Vienne. 1789. 4.

4. Die Beobachtungen des Mondes, besonders seiner Weite von einem Fixsterne, oder von der Sonne, welche ein sehr vorzügliches Hülfsmittel geben. Vergl. la Lande Astr. art. 4174. sq.

5. Seeuhren und Taschenchronometer, Stat. §. 281. 282, die auf Reisen zur See und zu Lande ihren Gang gleichförmig beybehalten. Hr. v. Zach. tabul. motuum solis. Gothae. 1792. 4. p. 2 — 6.

§. 24. Zus. 3. Aus §. 20. 21. begreifet man, wie ein Verzeichniß der Oerter nach den durch astronomische Beobachtungen gefundenen Längen und Breiten gemacht, und die künstliche Erdkugel, globus terrestris artificialis, verfertigt werden kann, auf welche die Oerter nach ihren Längen und Breiten, so wie auf die künstlichen Himmelskugeln die Sterne nach ih-

ren geraden Aufsteigungen und Abweichungen, getragen, und die Kreise §. 11. eben so verzeichnet werden.

§ 25. Anm. 1. Von den künstlichen Erdkugeln und ihrem Gebrauche vergl. Astr. §. 306. 307. und von den Projectionen der Erdkugel und ihrer Theile oder den Landcharten Astr. §. 304.

§. 26. Anm. 2. Verzeichnisse von geographischen Längen und Breiten sind in Menge vorhanden, woraus Hr. Hofr. Mayer in seiner praktischen Geometrie 4. Theile. Erlangen 1794. S. 60 — 80. ein sehr brauchbahres Verzeichniß mit guter Auswahl zusammengetragen hat. Das hier folgende Verzeichniß hat Hr. v. Zach in seinen tabulis motuum solis p. III. sq. tab 1. gegeben und p. 1 — 32 auf musterhafte Art begründet. Der erste Mittagskreis ist durch die Gothaer Sternwarte auf dem Seeberge gelegt, und der Unterschied der Mittagskreise nach Ost und West dieser Sternwarte in Zeit angegeben, wovon 4 Sec. 1. Min. in Bogen, und 4 Min. 1 Gr. geben. §. 13.

Nahmen der Sternwarten.	Unterschied der Mittage.				Breite		
	St.	M.	S.		Gr	M.	St.
Aboa. in Finnland.	0.	46.	7.	O.	60.	27.	7.
Avully. Schweitz	0.	18.	56.	W.	46.	10.	8.
Bagdad. Mesopotamien.	0.	14.	35.	O.	33.	19.	40.
Berlin. Brandenburg.	0.	10.	36.	O.	52.	31.	30.
Blenheim. England.	0.	48.	19.	W.	51.	50.	29.
Bononien. Italien.	0.	2.	29.	O.	44.	29.	36.
Cadix. Spanien.	1.	8.	4.	W.	36.	32.	0.
Cambridge. England.	0.	42.	38.	W.	52.	12.	36.
Cassel. Hessen.	0.	4.	37.	W.	51.	19.	20.
Copenhagen. Dänemark.	0.	7.	27.	O.	55.	41.	4.
Cremsmünster. Ober-Oester.	0.	13.	36.	O.	48.	3.	36.
Danzig. Pohlen.	0.	31.	37.	O.	54.	21.	9.
Dresden. Sachsen.	0.	11.	52.	O.	51.	2.	54.
Dublin. Irland.	1.	8.	8.	W.	53.	21.	11.
Erlau. Ungarn.	0.	38.	33.	O.	47.	53.	54.
Florenz. Italien.	0.	1.	19.	O.	43.	46.	30.

Gen

	St. M. S.				Gr.	M.	S.
Genf. Schweitz.	0.	18.	20.	W.	46.	12.	17.
Gotha. Thüringen.							
a. Friedenstein.	0.	9.	6,5.	W.	50.	57.	4.
b. Seeberg.	0.	0.	0.		50.	56.	17.
Gothaab. Grönland.	4.	10.	2.	W.	64.	9.	55.
Göttingen. N. Sachsen.	0.	3.	17.	W.	51.	31.	54.
Greenwich. England.	0.	42.	55.	W.	51.	28.	40.
Greyfswald. Pommern.	0.	11.	18.	W.	54.	4.	35.
Harefield. England.	0.	45.	2.	W.	51.	36.	12.
Highbury House. England.	0.	43.	18.	W.	51.	33.	13.
Ingolstadt. Bayern.	0.	2.	48.	W.	48.	45.	50.
Kew. England.	0.	43.	59.	W.	51.	28.	37.
Lambhuus. Island.	2.	10.	19.	W.	64.	6.	17.
Leipzig. O. Sachsen.	0.	6.	33.	O.	51.	19.	14.
Lilienthal. N. Sachsen.	0.	7.	3.	W.	53.	8.	25.
Lissabon. Portugall.	1.	19.	29.	W.	38.	42.	20.
Loampit Hill. England.	0.	43.	0.	W.	51.	28.	7.
London. England.				W.			
a. St. Pauls.	0.	43.	18,1.		51.	30.	49.
b. Argyle-Street H. Roy.	0.	43.	28,2.		51.	30.	53.
c. Austin-Friars H. Aubert.	0.	43.	13,5		—	—	—.
d. Dover-Street. Gr. Brühl.	0.	43.	28,6		51.	30.	45.
e. Marlborough-House. Herzog.	0.	43.	27,0		51.	30.	30.
Madrit. Spanien.	0.	56.	52.	W.	40.	25.	18.
Malta. Ins. Malta.	0.	14.	59.	O.	35.	53.	47.
Mannheim. Pfalz.	0.	9.	5.	W.	49.	28.	59.
Massilien. Frankreich.	0.	21.	28.	W.	43.	17.	43.
Mayland. Italien.							
in der Brera.	0.	6.	13.	O.	45.	27.	57.

$$\begin{array}{lrl} \log & 34326{,}7 & = 4{,}5356321 \\ \log & 3600 & = 3{,}5563025 \\ \hline & & 8{,}0919346 \\ \log & 4187 & = 3{,}6219030 \\ \hline & & 4{,}4700316 \end{array}$$

giebt die Zahl 29514,24.

Oder nach Maupertuis (§. 37.) Ein Bogen von 57′ 28,67″ oder von 3448,67″ enthält 55023,47 Tois. wieviel 1 Gr. oder 3600″?

$$\begin{array}{lrl} \log & 55023{,}47 & = 4{,}7405480 \\ \log & 3600 & = 3{,}5563025 \\ \hline & & 8{,}2968505 \\ \log & 3448{,}67 & = 3{,}5376516 \\ \hline & & 4{,}7591989 \end{array}$$

giebt die Zahl 57438.

II. Die Größe des Bogens in Graden wird durch den Unterschied der Breiten beyder Oerter bestimmt, welche man entweder aus ihren Polhöhen findet §. 20, oder aus den beyderseitigen Mittagshöhen eines und desselben Sterns, oder auch der Sonne.

III. Die Länge des Bogens, wenn sie nur etwas beträchtlich ist, läßt sich wegen vorfallender Hindernisse nicht unmittelbahr messen. Sie muß daher nach einem Verfahren, welches zuerst von Willebrord Snellius

gebraucht,

gebraucht, und bey allen folgenden Messungen beybehalten worden ist, mittelst Verbindung mehrerer Triangel trigonometrisch berechnet werden; wovon hier blos folgender allgemeiner Begriff an einem Exempel gegeben werden kann:

Es sey (Fig. 49.) die Mittagslinie eines Orts A gegeben. Man wähle zwey Gegenstände B, C, daß A und C aus B, und A aus C sichtbar sey; desgleichen eine bequeme Standlinie MN, daß C aus M, und B aus M und N gesehen werden könne. Hat man nun MN in einer vollkommenen Ebene ganz genau gemessen: so berechne man im △ BMN, aus MN und den anliegenden Winkeln die Seite BM; aus dieser aber und den anliegenden Winkeln im △ BCM, die Seiten MC und BC; und aus letzterer nebst den anliegenden Winkeln im △ ABC die Seite AC. Gehet nun durch C mit der Mittagslinie durch A, eine Parallellinie, auf welcher die Perpendikel AQ, MQ, ein Stück PQ von einer solchen Größe abschneiden, daß dabey die Krümmung der Erde nicht zu achten sey: so ist diese auch eine Mittagslinie, deren Länge man findet, wenn man aus AC und ACQ, die CQ, und aus MC und MCP die CP berechnet. Beobachtet man nun auch den Unterschied der Polhöhen in A und M: so findet man den Bogen des Mittagskreises zwischen beyden Perpendikeln in Theilen der Peripherie, von welchen die berechnete PQ, weil man lauter geradlinige Triangel berechnet hat, eigentlich nur die Sehne ist, deren Länge aber von dem Bogen in diesem Falle nur unmerklich unterschieden seyn kann.

§. 28. Anm. Bey wirklichen Messungen nach der beschriebenen Methode müssen mehrere Triangel auf solche Art in Verbindung miteinander gebracht werden. Auch kömmt es hiebey auf die genaueste

Messung der Grundlinie MN sowohl, als aller anliegenden Winkel, desgleichen auf den genauen Unterschied der Polhöhen an. Das Nähere von allen diesen läßt sich hier nicht auseinander setzen; aber die vornehmsten der angestellten Messungen mit ihren Resultaten sollen hier in möglichster Kürze angegeben werden.

§. 29. Eratosthenes aus Cyrene 200 J. v. C. setzte voraus, daß Alexandrien, und 5000 Stadien davon Syene an der Aethiopischen Gränze unter einerley Mittagskreise lägen, und fand, daß am längsten Tage die Länge des Mittagsschattens hier $\frac{1}{50}$ des Umkreises, dort aber Null sey. Dies gäbe den ganzen Umkreis der Erde 250000 Stadien, also 1 Gr. gegen 695 Stadien, oder nach Plinius l. 2. cap. 23. 700 Stadien zu 625 Röm. Fuß, oder 94,75 Pariser Toisen, daß also 1 Gr. = 66328 Toisen sey. Vergl. la Lande Astr. art. 2632. 320. 327.

§. 30. Posidonius zu Rhodus 100 J. v. C. fand daselbst die Mittagshöhe des Sterns Kanopus im Schiff Argo = 0, zu Alexandrien aber $\frac{1}{48}$ des Umkreises. Die Weite beyder Oerter, beynahe unter einerley Mittagskreise, war nach Strabo und Plinius (l. 5. cap. 31.) 3750 Stadien, welches den ganzen Umkreis 180000 Stadien, also 1 Grad zu 500 Stadien giebt, wie auch Ptolemäus in seiner Geographie annimmt. Das Aegyptische Stadium wird zu 114,13 Par. Toisen gerechnet, daß also ein Grad = 57065 Toisen sey. Vergl. la Lande Astr. art. 40. und über die Unzuverläßigkeit aller Erdmessungen der Alten art. 2633 – 36.

§. 31. Auf Befehl des Arabischen Califen Al Mamon ward im J. n. C. 827. in der Ebene Sinjar eine große Messung angestellt, und die Länge eines Erdgrades

grades 56⅔ Arabische Meilen gefunden, deren Größe man aber so wenig, wie die gebrauchte Methode kennt. Vergl. la Lande Astr. art. 352. 2637.

§. 32. Willebrord Snellius, Professor der Mathematik zu Leyden, gest. 1626, unternahm die erste Messung durch Triangelverbindung §. 27. zwischen Alcmaer und Bergenopzoom, und beschrieb sie im Eratosthenes Batavus 1617. Als er die hiebey begangenen Fehler erkannte, berichtigte er seine Messung, welches aus seinen Manuscripten bekannt gemacht hat Muschenbroeck Dissert. phys. et geom. Lugd. Bat. 1729. 4. im Diss. de Magnitudine terrae ersten Theile. Daselbst findet man pag. 396.

1. Breite von Alcmaer	=	52°	40½′
von Bergenopzoom	=	51	29
Unterschied der Breiten	=	1	11½
Länge dieses Bogens	=	33078 Rh. Ruth.	
giebt 1 Grad	=	28513	

2. Breite von Alcmaer	=	52°	40½′
von Leyden	=	52	10½
Unterschied der Breiten	=		30
Länge dieses Bogens	=	14244 Rh. R.	
giebt 1 Grad	=	28488	

3. Das Mittel aus beyden = 28500

Diese Messung hat hernach Muschenbroeck mit bessern Instrumenten geprüft und berichtigt, welches

er

er im 2ten Theile seiner Diss. beschreibt, wo nach pag. 419.

Breite von Alcmaer = 52° 38′ 34″
von Bergenopzoom = 51 28 47

Unters. der Breiten = 1 9 47
Länge dieses Bogens = 34326,7 Rh. Ruth.
giebt 1 Grad = 29514,24

vergl. Kästners weitere Ausführung der math. Geogr. Göttingen 1795. 8. II. Cap. 1. 22. la Lande Astr. art. 445. 2639.

§. 33. Die älteste Messung in Frankreich hat Picard im J. 1669 (3 Jahr nach Errichtung der Acad. der Wissenschaften zu Paris) unternommen.

Nach seiner ersten Messung war
Breite von Sourdon = 49° 43′ 45″
von Malvoisine = 48 31 48

Unterschied der Breiten = 1 11 57
Länge dieses Bogens = 68430,5 Tois.
giebt 1 Grad nördl. von Paris = 57065.

Nach seiner zweyten Messung war
Breite von Amiens = 49° 54′ 43″
von Malvoisine = 48 31 48

Unters. der Breiten = 1 22 55
Länge dieses Bogens = 78850 Tois.
giebt 1 Gr. nördl. von Paris = 57057.

Hier

Hieraus setzt Picard als ein Mittel 1 Grad = 57060. Mesure de la terre par Picard. Paris 1671. 8. wovon ein Auszug in seinem Traité de nivellement, und deutsch in Picards Abh. vom Wasserwägen durch Lambert. Berlin. 1770. 8. Vergl. la Lande Astr. art. 2654 bis 58.

Diese Messung ist nachher mehrmahls berichtigt. Nach wiederholten Messungen gehen auf den Grad, dessen Mitte 49° 23' nördliche Breite hat, 57074, und insbesondere nach der Messung im Jahr 1756. 57069 Toisen. la Lande Astr. art. 2659-63. Nach Oeuvres de Maupertuis. Dresde 1752. 4. pag. 180. ist in der mittlern Breite von 49° 22' der Grad 57183 Toisen von ihm gefunden worden.

§. 34. Anm. 1. Eine zu Berlin herausgegebene Carte des différentes opérations pour la figure de la terre stellt die Picardische Messung vor, nebst 3 folgenden: in Lappland, in Peru, und auf dem Vorgebürge der guten Hofnung.

§. 35. Anm. 2. Bey den vorhergehenden Messungen nahm man die Erde für eine vollkommene Kugel, daß also die gefundene Größe Eines Grades die Größe der ganzen Erde bestimmte §. 6. Als aber Hugenius und Newton nach physischen Gründen, welche dieses Ortes nicht sind, aus der Umdrehung der Erde um ihre Axe auf eine in ihren Polen abgeplattete sphäroidische Gestalt der Erde schlossen, welches auch die Versuche, welche Richer zu Cayenne, und andere nach ihm mit dem Pendel angestellt (Theorie de la figure de la terre tirée des principes de l'hydrostatique par Clairaut) und die vom Cassini beobachtete Abplattung des Jupiters Astr. §. 505. bestätigten: so fand man es nöthig, diesen erheblichen Umstand hauptsächlich geometrisch zu untersuchen, wozu die nun folgenden Messungen der Erdgrade in verschiedenen Ländern unternommen wurden.

§. 36. In Frankreich ward im J. 1683 beschlossen, das ganze Königreich von Norden bis Süden auszumessen, und dazu den Meridian der Pariser Stern-

Sternwarte zu erwählen. Die bereits angefangene Arbeit ward bald unterbrochen, aber nach 17 Jahren wieder vorgenommen, und ausgeführet.

Nach der südlichen Messung im J. 1700 von Joh. Dominicus, und Jacob Cassini war

Breite der Par. Sternwarte	=	48°	50′	10″
von Collioure	=	42	31	14
Unterschied der Breiten	=	6	18	56
Länge dieses Bogens	=	360614 Tois.		
giebt 1 Gr. südl. von Paris	=	57699		

Nach der nördlichen Messung im J. 1718 von Jacob Cassini war

Breite von Dünkirchen	=	51°	2′	19½″
der Par. Sternwarte	=	48	50	10
Unterschied der Breiten	=	2	12	9½
Länge dieses Bogens	=	125454 Tois.		
giebt 1 Gr. nördl. von Paris	=	56956		

Memoires de l'acad. des sc. 1718. und deutsch in den phys. Abh. der Par. Ac. durch Steinwehr. 5 Theil. Breslau 1750.

Die nachmahligen Berichtigungen gaben für den Grad, dessen Mitte 45° nördliche Breite hat, 57028 Toisen. Merid. verif. Mem. ac. 1758. pag. 244.

§. 37. In Lappland ward im J. 1736. 37. von Maupertuis und seinen Gehülfen 1 Gr. beym Polarkreise gemessen, und es war

Breite

Breite von Kittis = 66° 48′ 18,67″
— von Torneo = 65 50 50

Unterschied der Breiten = 57 28,67

Länge dieses Bogens = 55023,47 Tois.
giebt 1 Gr. = 57438

in der mittlern Breite von 66° 20′ wovon aber, wegen aus der Acht gelassenen Refraction, nach Bouguer und Condamine noch 16 Toisen abgehen. Figure de la Terre par Maupertuis etc. Paris 1738. 8. deutsch: Maupertuis Figur der Erde. Zürch. 1741. 8. Vergl. la Lande Astr. art. 2679 - 82.

§. 38. In Peru war nach den Messungen des Hn. Bouguer und seiner Gehülfen im J. 1735 bis 41 der Abstand des Sterns ε im Orion vom Zenith

für Cotchesqui = 1° 25′ 48″ S.
für Mama Tarqui = 1. 41 13 N.

Unters. der Breiten = 3 7 1

Länge des Bogens = 176950 Tois.
giebt 1 Grad = 56773

in der mittlern Breite Null, wovon aber nach einer Correction noch 20 Toisen abgehen. Bouguer la Figure de la Terre Paris 1749. 4. Mesure des trois premiers degrés par la Condamine 1751. und die spanische Relation von d' Ulloa. Madrid. 1749. 4. welche auch in einer französischen Uebersetzung vorhanden ist. Vergl. la Lande Astr. art. 2678. 83. 84.

§. 39. Auf dem Vorgebürge der guten Hoffnung war nach den Messungen des Hn. la Caille im J. 1751

Breite

Breite der Sternwarte auf dem Cap = 33° 55′ 14,5″
von Klipfonteyn beym Piquetberg = 32 41 57,2

Unterschied der Breiten = 1 13 17,3
Länge dieses Bogens = 69669,1 Tois.
giebt 1 Grad = 57037

in der mittlern südl. Breite von 33° 18½′ Memoir. de l'ac. Paris 1751.

§. 40. Im Kirchenstaate zwischen Rimini und Rom fand im J. 1755. P. Boscowich 1 Gr. = 56973 T. in der mittlern Breite von 43° 1′. De litteraria expeditione ad dimetiendos duos gradus. Französisch mit Noten vermehrt: Voyage astr. et geogr. dans l' état de l' eglise 1770.

§. 41. In N. America (Pensylvanien und Maryland) fanden im J. 1764. Mason und Dixon 1 Gr. = 56888 T. in der mittlern Breite von 39° 12′ Philos. Transact. Vol. 58. for the Year 1768. p. 270.

§. 42. In Ungarn und Oesterreich fand im Jahr 1766 P. Liesganig 1 Grad = 56881 T. in der mittlern Breite von 45° 57′ und = 57086 Toisen in der mittlern Breite von 48° 43′. Dimensio graduum meridiani Viennensis et Hyngarici. Vien. 1770. 4.

§. 43. In Piemont (zwischen Turin und Andra) fand im Jahre 1768. P. Beccaria 1 Gr. = 57069 T. in der mittlern Breite von 44° 44′. Gradus Taurinensis. 1774. 4.

§. 44. In Frankreich sind im J. 1792. durch Mechain, de Lambre, Cassini und de Borda 10 Grade

des

des Meridians von Barcellona bis Dünkirchen vom 39 bis 51 Grad nördl. Breite gemessen, da dann der 45ste Gr. zu 57027 Toisen bestimmt worden ist. Auf diese mittlere Größe eines Erdgrades ist durch ein Decret des Nationalconvents vom 31 Jul. 1793. die Einführung eines allgemeinen Maaßes gegründet worden, wovon im Gothaer Magazin von Voigt 9 B. 2 St. S. 157. sq. mehrere interessante Nachrichten zu finden sind. Vergl. Bode's astr. Jahrb. für 1795. S. 245. 1796. S. 161. und 1. Suppl. Band S. 242.

§. 45. Folgende Tabelle über obige Messungen, findet man auch in la Lande Astr. art. 2698.

mittlere Breite			Grad in Toisen.	Länder	Meßkünstler.	
0°	1'		56753	Peru.	Bouguer	§. 38.
33.	18.	S.	57040	Cap.	la Caille.	§. 39.
39.	12.		56888	N. Amerika.	Mason	§. 41.
43.	1.		56973	Kirchenstaat	Boscowich.	§. 40.
44.	44.		57069	Piemont.	Beccaria	§. 43.
45.	0.		57027	Frankreich.	Mechain	§. 44.
46.	57.		56881	Ungarn.	Liesganig	§. 42.
48.	43.		57086	Oestreich.	id.	ib.
49.	23.		57069	Frankreich.	Picard	§. 33.
66.	20.		57422	Lappland.	Maupertuis	§. 37.

§. 46. Erfahr. Nach obigen Messungen sind die Grade des Erdmeridians von ungleicher Länge, und zwar jeder desto grösser, je weiter er vom Aequator absteht.

§. 47. Zus. Die Erde ist also keine vollkommene Sphäre §. 5, sondern nur ein kugelförmiger Körper, ein Sphäroid, welches etwa durch Umdrehung, nicht eines halben Kreises, sondern einer andern krummlinigen Figur, um ihren Durchmesser beschrieben wird.

§. 48. (Fig. 50.) Es sey PQ die Erdaxe, P und Q die Erdpole, und PAQ die krumme Linie, welche um PQ gedrehet die Erdfläche beschreibt, also in jeder Lage dieselbe bleibt. Halbirt man PQ in T, und ziehet auf sie ETA senkrecht: so beschreibt TA den Erdäquator. Soll nun dieser die Erde in ähnliche Hälften theilen: so müssen die Bogen PA, AQ congruent seyn, und die Linien PQ, AE, die ganze Figur in vier congruente Quadranten theilen.

§. 49. Es sey M ein Ort auf der Erdfläche, dessen Meridian PAQ: so ist des Punktes M Tangente KL der Horizont des Orts M, und die darauf senkrechte MZ die Scheitellinie, welche auswärts verlängert den Scheitelpunkt Z trift, innerhalb aber TA in O, und PQ in N schneidet.

§. 50. Ziehet man mit PQ die Mp, und mit AE die Ma parallel: so muß, weil die Himmelssphäre gegen die Erde unermeßlich groß ist, Mp nach den erhobenen Pol, und Ma nach den Durchschnitt gehen, welchen der Aequator mit dem Mittagskreise am Himmel macht; da dann in der Mittagslinie KL, wenn P der Nordpol ist, K nach Norden, und L nach Süden liegt.

§. 51. Demnach ist die Weite des Pols vom Scheitel = ZMp = IMO = ONT, und die Polhö-

he

he = KMp = LMI = MOI = NOT, oder die Höhe des Aequators LMa = IMO = ONT, also der Weite des Pols vom Scheitel gleich.

§. 52. Geographische Breite eines Orts auf der sphärischen Erde ist ein Bogen des Meridians vom Aequator bis an den Ort, als das Maaß des Neigungswinkels der Scheitellinie des Orts gegen die Ebene des Aequators. Diese Scheitellinie aber ist beym Sphäroid MO. Folglich ist obgedachter Winkel MOA die geographische Breite, und ebenfals, wie auf der Kugel, der Polhöhe gleich.

§. 53. Nimmt man bey M einen so kleinen Bogen der krummen Linie, daß er für einen Kreisbogen gehalten werden kann: so heißt der Halbmesser dieses Kreisbogens der Halbmesser der Krümmung für diesen kleinen Bogen, der also das Maaß eines kleinen Winkels (nicht viel über 1 Grad) ist, welchen die nach den beyden Endpunkten dieses Bogens gehenden Halbmesser der Krümmung am Centro einschließen.

§. 54. (Fig. 51.) Es sey Mm ein solcher Bogen, und MFm der Winkel, welchen die in M, m, auf PA senkrechten Linien (die Normallinien) d. i. die Scheitellinien der beyden Oerter, bey F einschliessen. Siehet nun der Ort M einen Stern in seinem Scheitel, so siehet denselben der Ort m in einer mit MZ parallelen Linie mS, welche mit Mz, der Scheitellinie des zweyten Orts m, den Winkel Smz = MFm macht. Wäre z. E. Smz = 1 Grad, so wäre MFm = 1 Grad, also der Bogen Mm ein Grad auf der sphäroidischen Erdfläche §. 4. Ein Gleiches gilt von dem Bogen Gg und dem Winkel GHg.

§. 55. Die Scheitellinien zweyer benachbarter Oerter M, m, oder G, g, sind nicht auf der sphärischen Erdfläche senkrecht, und lauffen also in einen von der Erde Mittelpunkte T verschiedenen Punkt F oder H zusammen.

§. 56. Die Richtungen der Schwere (Stat. §. 30.) gehen nur in den Polen, und im Aequator der sphäroidischen Erde durch den Mittelpunkt T. Eine gerade Linie TM, vom Mittelpunkte T nach einen Punkte der Erdfläche M zwischen Aequator und Pol, macht also daselbst mit dessen Scheitellinie MF einen Winkel TMF, welcher in der Breite von 45 Gr. am größten seyn muß, weil er sowohl gegen die Pole, als gegen den Aequator bis auf Null abnimmt.

Diejenigen, welche die Schwere durch den Trieb nach den Mittelpunkt der Erde erklären, nehmen die Erde als eine Kugel an. Eine solche Definition paßt gar nicht auf die sphäroidische Erde, und ist selbst bey der sphärischen Erde unrichtig. Vergl. Kästners Ausf. der mathem. Geogr. IV. Cap. 54. sq.

§. 57. Sind die Winkel MFm, GHg in §. 54. einander gleich, so ist Mm : Gg = MF : GH. Da nun die Länge der Erdgrade vom Aequator nach den Polen zunimmt §. 46, also Mm > Gg ist, so ist auch MF > GH. Demnach ist der Erdmeridian bey den Polen am flächsten, oder am wenigsten gekrümmt, beym Aequator aber am erhobensten, oder am stärksten gekrümmt. (Geom. §. 168.) Hienach ist es also ausgemacht, daß die Erde um die Pole abgeplattet, d. i. die Erdaxe kleiner, als der Durchmesser des Aequators sey.

§. 58.

§. 58. Anm. Das Gegentheil hievon müßte statt finden, wenn die südlichern Grade länger wären. Dieses gäbe ein längliches Sphäroid, und würde aus den Cassinischen Messungen §. 36. folgen; aber die gemessenen Grade wären viel zu nahe bey einander, als daß man hieraus auf die Gestalt der ganzen Erde richtig schließen könne. Daher wurden auch nachher Messungen der Erdgrade in ganz entfernten Gegenden vorgenommen, die das Resultat §. 46. 57. gaben, welches auch mit den physischen Gründen §. 35. übereinstimmt.

§. 59. Eine Ellipse ((Anal. §. 219.) ist um ihre kleine Axe am flächsten, um ihre große Axe aber am erhabensten; welcher Unterschied bey einer nicht sehr eccentrischen Ellipse nicht gar zu groß §. 45. ausfällt. Die krummlinige Figur §. 47. könnte also wohl eine nicht sehr eccentrische um ihre kleine Axe sich drehende Ellipse seyn.

§. 60. **Hypothese.** (Fig. 50.) Die Erde sey ein um die Pole abgeplatteres Sphäroid, welches eine nicht sehr eccentrische halbe Ellipse PAQ, durch das Umdrehen um ihre kleine Axe PQ, die mit der Erdaxe einerley ist, beschreibt.

§. 61. Anm. I. Archimedes unterscheidet Sphäroiden und Konoiden, daß jene von einer Ellipse, diese von einer ohne Ende fortgehenden Parabel oder Hyperbel, durch das Umdrehen um ihre Axen beschrieben werden. Auch unterscheidet er längliche und zusammengedrückte Sphäroiden.

II. Diese Hypothese stimmt vor andern mit dem Obigen überein, und gewährt den Vortheil, daß die verschiedenen Grade, woraus man die Gestalt der Erde bestimmen will, nicht nothwendig in einerley Mittagsfläche seyn müssen, weil jede Mittagsfläche dieselbe Ellipse PAQ, nur in einer andern Lage ist; auch daß man aus zwey an Einer Seite des Aequators gemessenen Graden, die Erdaxe sowohl, als den Durchmesser des Aequators, überhaupt die ganze Gestalt der Ellipse, finden könne. Letzteres geschiehet nach Gründen der Geometrie, die hier nicht ganz vorausgesetzt werden können. Vergl. die in §. 36 bis 43 angeführten Schriften, desgleichen la Lande Astr. art. 2686. sq. Klügels Abhandlung über die Figur der Erde in Bode's astr. Jahrbuche für 1787 S. 165. 1788. S. 208.

aus vorzüglich Kästners weitere Ausführung der mathem. Geogr. III. Cap. woraus die Entwickelung der Hauptbegriffe im Obigen, und das Weitere im Folgenden entlehnt ist.

§. 62. (Fig. 50.) Es sey der Ellipse grosse Axe AE $= a$, kleine Axe PQ $= c$, und der Quotient $\frac{c}{a} = n$, daß also n, folglich auch $1 - n = r$ ein ächter Bruch sey. Der Punkt T, wo beyde Axen einander schneiden heiße der Mittelpunkt des Sphäroids. Ferner sey, in der Polhöhe oder Breite $= \beta$, die Länge eines Meridianbogens $= \gamma$, der zugehörige Winkel $= \mu$, und der Halbmesser der Krümmung $= z$, daß also dieser Bogen $\gamma = z \cdot \mu$ sey.

§. 63. Nach höherer Berechnung (Kästner l. c. III. Cap. 2. Abs. 23. 24.) ist der Halbmesser der Krümmung $z = \frac{1}{n}\left(1 + \frac{1 - n^2}{n^2} \cdot \cos\beta^2\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} a$, wo in der Rechnung $\frac{1}{2} a = 1$ gesetzt wird.

§. 64. Da vom Aequator nach dem Pole, die Grade, folglich auch die Halbmesser der Krümmung zunehmen; so ist der kleinste im Aequator $= n^2 \cdot \frac{1}{2} a$, und der größte am Pole $= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2} a$.

Denn ist $\beta = 0$, so ist $\cos\beta = 1$, folglich in §. 63. $z = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} a = \frac{1}{n} \cdot n^3 \cdot \frac{1}{2} a = n^2 \cdot \frac{1}{2} a$.

Ist hingegen $\beta = 90$, so ist $\cos\beta = 0$, folglich in §. 63. $z = \frac{1}{n} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} a$.

§. 65.

§. 65. Aufg. Aus zwey gemessenen Erdgraden g, G, für die Polhöhen ε, η, (wo der größern Polhöhe ε auch der längere Grad g zugehöre) die Verhältniß der beyden Axen des Sphäroids, oder den Quotienten n §. 62. zu finden.

Aufl. I. Da jeder Bogen durch den zugehörigen Halbmesser der Krümmung dividirt den Winkel giebt, oder da $\frac{\gamma}{\lambda} = \mu$ ist §. 62, beyde Winkel für g, G, aber 1 Grad betragen: so ist aus §. 63.

$$g \cdot \left(1 + \frac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos\varepsilon^2\right)^{\frac{3}{2}} = G \cdot \left(1 + \frac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos\eta^2\right)^{\frac{3}{2}}$$

II. Hieraus kommt

$$\left(\frac{g}{G}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{n^2 + (1-n^2) \cdot \cos\eta^2}{n^2 + (1-n^2) \cdot \cos\varepsilon^2}$$

III. Setzt man $\left(\frac{g}{G}\right)^{\frac{2}{3}} = \varkappa$, so ist:

$\varkappa(1-\cos\varepsilon^2)\, n^2 - (1-\cos\eta^2)\, n^2 + \varkappa \cdot \cos\varepsilon^2 - \cos\eta^2 = 0$ folglich $(\varkappa \cdot \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2)\, n^2 = \cos\eta^2 - \varkappa \cdot \cos\varepsilon^2$ folglich $n^2 = \frac{\cos\eta^2 - \varkappa \cdot \cos\varepsilon^2}{\varkappa \cdot \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2}$.

IV. Da $1 - \frac{\cos\eta^2 - \varkappa \cdot \cos\varepsilon^2}{\varkappa \cdot \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2} =$

$$\frac{\varkappa \cdot \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2 - \cos\eta^2 + \varkappa \cos\varepsilon^2}{\varkappa \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2}$$

wo der Zähler $= \varkappa(\sin\varepsilon^2 + \cos\varepsilon^2) - \sin\eta^2 + \cos\eta^2$
$= \varkappa - 1$: so ist $1 - n^2 = \dfrac{\varkappa - 1}{\varkappa \sin\varepsilon^2 - \sin\eta^2}$.

V. Obige Formeln sind allgemein, n mag um viel oder wenig > 1 seyn. Ist aber das Sphäroid nur wenig von der Kugel unterschieden: so ist die Größe in IV. ein kleiner Bruch, welchen man bequemer ziemlich genau berechnet, als die Größe in III. Auch braucht man die Quadrate der Sinus nicht zu machen, weil $\sin x^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ ist. (Trigon. II. 33.) subtrahirt man nun $1 - n^2$ von 1, so hat man n^2, und hieraus n.

§. 66. Erstes Exempel. Nach den Messungen beym Polarkreise §. 37, und zwischen Paris und Amiens §. 33, ist

$$g = 57422;\quad \varepsilon = 66^\circ\ 20'$$
$$G = 57069;\quad \eta = 49^\circ\ 23'$$

$$\log g = 4{,}7590783$$
$$\log G = 4{,}7564003$$

$$\log \frac{g}{G} = 0{,}0026780$$

$$\tfrac{2}{3} \log \frac{g}{G} = 0{,}0017853$$

giebt $\varkappa = 1{,}00412$

$$2 \log \sin \varepsilon = 0{,}9236986 - 1$$

$$\log \varkappa \sin \varepsilon^2 = 0{,}9254779 - 1$$

giebt $\varkappa \sin \varepsilon^2 = 0{,}842382$

$$2 \log \sin \eta^2 = 0{,}7605774 - 1$$

giebt

giebt $\sin \eta^2 =$ 0,576906

$\varkappa \sin \varepsilon^2 - \sin \eta^2 =$ 0,266116

hievon der $\log = 0{,}4250710 - 1$
$\log \varkappa - 1 = 0{,}6148972 - 3$

$\log (1 - n^2) = 0{,}1898262 - 2$

giebt $1 - n^2 =$ 0,0154819
folglich $n^2 =$ 0,9845181

$\log n^2 = 0{,}9932236 - 1$
$\log n = 0{,}9966118 - 1$

giebt $n =$ 0,992228

§. 67. Zweytes Exempel. Nach den Messungen beym Polarkreise §. 37, und beym Aequator §. 38, ist

$g = 57422;$ $\varepsilon = 66^\circ\ 20,$
$G = 56753;$ $\eta = 0^\circ\ 0'$

$\log g = 4{,}7590783$
$\log G = 4{,}7539888$

$\log \frac{g}{G} = 0{,}0050895$

$\frac{2}{3} \log \frac{g}{G} = 0{,}0033930$

giebt $\varkappa =$ 1,007843

$2 \log \sin \varepsilon = 0{,}9236926 - 1$

$\log \varkappa . \sin \varepsilon^2 = 0{,}9270856 - 1$
$\log (\varkappa - 1) = 0{,}8944820 - 3$

$\log (1 - n^2) = 0{,}9673966 - 3$

giebt $1 - n^2 =$ 0,00927677

folglich $n^2 =$ 0,99072322

$\log n^2 = 0{,}9959523 - 1$

$\log n = 0{,}9979761 - 1$

giebt $n =$ 0,995351

68. Anm. Jedes Paar der gemessenen Erdgrade giebt eine andere Verhältniß der beyden Axen, also eine andere Ellipse, in welche, wie die Folge weiter lehren wird, die übrigen gemessenen Erdgrade zwar nicht vollkommen, aber doch mit kleinen Veränderungen passen. Dies beweist entweder, daß nicht alle Grade genau genug gemessen worden, oder daß die Erde kein so regelmäßiges Sphäroid, als man annimmt, sey; sich ihm aber doch ziemlich nähere, womit wir uns in dieser Sache begnügen können, und müssen.

§. 69. Aufg. Aus zwey gemessenen Erdgraden, g, G, für die Polhöhen ε, η, die Größe der beyden Axen des Sphäroids zu finden.

Aufl. Hat man die Verhältniß der Axen n §. 65. gefunden, so ist

I. $\dfrac{\gamma}{\mu} = z$ §. 62. und

$z = \dfrac{1}{n}\left(1 + \dfrac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos\beta^2\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2}a$ §. 63, folglich $\dfrac{\gamma \cdot n}{\mu} \cdot \left(1 + \dfrac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos\beta^2\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}a.$

II. $n = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\frac{1}{2}c}{\frac{1}{2}a}$ §. 62, folglich $\frac{1}{2}a \cdot n = \frac{1}{2}c.$

§. 70. Erstes Exempel. Für die Messungen in §. 66. ist $\mu = 1^\circ = 0{,}01745329$ (Geom. §. 348.); $\gamma = g$; $\beta = \varepsilon$; auch

log

$$\log n = 0{,}9966118 - 1$$
$$-\log \mu = 0{,}2418774 - 2$$

$$\log \frac{n}{\mu} = 1{,}7547344$$
$$\log g = 4{,}7590783$$

$$\log \frac{gn}{\mu} = 6{,}5138127$$

Ferner $\log (1 - n^2) = 0{,}1898262 - 2$

$$\log n^2 = 0{,}9932236 - 1$$

$$0{,}1966026 - 2$$
$$2 \log \cos \varepsilon = 0{,}2071872 - 1$$

$$\log \frac{1 - n^2}{n^2} \cdot \cos \varepsilon^2 = 0{,}4037898 - 3$$

giebt $1 + \frac{1 - n^2}{n^2} \cdot \cos \varepsilon^2 = 1{,}0025339$

hievon ist $\frac{3}{2} \log = 0{,}0016486$

oben war $\log \frac{g \cdot n}{\mu} = 6{,}5138127$

$$\log \tfrac{1}{2} a = 6{,}5154613$$
$$\log n = 0{,}9966118 - 1$$

$$\log \tfrac{1}{2} c = 6{,}5120731$$

Demnach ist $\frac{1}{2} a = 3276880$
$\frac{1}{2} c = 3251420$

§. 71.

§. 71. Zus. Da die Länge eines Grades $= \frac{2 \cdot r \pi}{360}$ $= \frac{r \pi}{180} = r \cdot 1^\circ$ (Geom. §. 348.) und der Halbmesser des Aequators $= n^2 \cdot \frac{1}{2} a$ §. 64: so ist nach den Messungen in §. 70. der Grad unter dem Aequator $G = n^2 \cdot \frac{1}{2} a \cdot 1^\circ$. Nun war §. 70.

$$\begin{array}{ll}
\log \frac{1}{2} a & = 6{,}5154613 \\
\log n^2 & = 0{,}9932236 - 1 \\
\log 1^\circ & = 0{,}2418774 - 2 \\
\hline
\log G & = 4{,}7505623
\end{array}$$

giebt $G = 56307$ welches mit $G = 56753$ in §. 38. nicht übereinstimmt. Demnach paßt der unter dem Aequator gemessene Grad nicht in die §. 66. aus den beyden gemessenen Graden berechnete Ellipse.

§. 72. Zweytes Exempel. Für die Messungen in §. 67 ist wiederum $\mu = 1^\circ$. Setzt man nun $\gamma = G$, so ist $\beta = \eta = 0$, folglich $\frac{1}{2} a = \frac{G}{n^2 \mu}$

$$\begin{array}{ll}
\log n^2 & = 0{,}9959523 - 1 \\
\log 1^\circ & = 0{,}2418774 - 2 \\
\hline
 & 0{,}2378297 - 2 \\
\log G & = 4{,}7539888 \\
\hline
\log \frac{1}{2} a & = 6{,}5161591 \\
\log n & = 0{,}9979761 - 1 \\
\hline
\log \frac{1}{2} c & = 6{,}5141352
\end{array}$$

Demnach

Demnach ist $\frac{1}{2}a = 3282155$
$\frac{1}{2}c = 3266895$

§. 73. Aufg. Mit dem Grade unter dem Aequator jeden Grad in beliebiger Polhöhe zu vergleichen.

Aufl. I. In der Gleichung §. 65. I. sey für $\eta = 0$, $G = A$, so ist $\cos \eta = 1$, also die rechte Seite $A\left(\frac{1}{n^2}\right)^{\frac{3}{2}} = A \cdot \frac{1}{n^3}$ und man hat für einen Grad $= g$, in der Polhöhe $= \varepsilon$:

$$g\left(1 + \frac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos \varepsilon^2\right)^{\frac{3}{2}} = A \cdot \frac{1}{n^3}, \text{ folglich}$$

$$g = \frac{A}{n^3}\left(1 + \frac{1-n^2}{n^2} \cdot \cos \varepsilon^2\right)^{-\frac{3}{2}}$$

II. Setzt man $n = 1 - r$ §. 62, und r klein, daß also n beinahe $= 1$, so verwandelt sich nach dem Binomio vorige Gleichung in folgende:
$g = A(1 + 3r - 3r \cdot \cos \varepsilon^2)$ Kästner l. c. 61.

III. Aus dieser erhält man $g - A = 3rA(1 - \cos \varepsilon^2) = 3rA \cdot \sin \varepsilon^2$.

§. 74. Exempel. Man hat §. 58. $A = 56753$, und soll g für $\varepsilon = 49^\circ\ 23'$ berechnen. Aus §. 67. ist $n = 0{,}99535$, folglich $r = 1 - n = 0{,}00465$, folglich $3r = 0{,}01395$. Demnach ist nach §. 73. III.

2 log

giebt $1 - n =$ 0,0056198
folglich $n =$ 0,9943802

§. 79. Nach Euler (vergl. Kästners l. c. III. Cap. 2. Abs. 84. IV.) ist die Verhältniß 200 : 201 also $\frac{200}{201} = 1 - \frac{1}{201} = 1 - 0{,}0049751 = 0{,}9950249$.

Hiebey ist Eulers Vorschlag zu erwähnen, die Gestalt des Sphäroids ohne Gradmessung bloß durch Winkel in einem einzigen Lande zu finden; worüber Kästner l. c. 88. 89. zu vergleichen.

§. 80. Nach einer besondern Methode (vergl. Kästner l. c. III. Cap. 5. Abs.) setzt Bouguer Fig. de la Terre sect. VI. art. 23. die Verhältniß 178 : 179; also $\frac{178}{179} = 1 - \frac{1}{179} = 1 - 0{,}0055866 = 0{,}9944134$.

§. 81. Nach la Lande ist die Verhältniß 299 : 300, also $\frac{299}{300} = 1 - \frac{1}{300}$, oder der bisher berechnete Bruch, (welchen la Lande die Abplattung, l'aplatissement, nennt) $= \frac{1}{300}$ zu setzen, wie solchen auch Carouge durch ein Mittel gefunden. de la Place setzt die Abplattung $\frac{1}{321}$; du Sejour aber $\frac{1}{307}$ oder $\frac{1}{320}$. la Lande Astr. art. 2700. Nach Condamine ist die Abplattung $\frac{1}{304}$ oder $\frac{1}{210}$ l. c. art. 2689, und nach Boscowich $\frac{1}{245}$, $\frac{1}{311}$, $\frac{1}{331}$, $\frac{1}{335}$ l. c. art. 2699.

Es ist aber $\frac{1}{300} = 0{,}0033333$, folglich $n = 1 - \frac{1}{300} = 0{,}9966666$.

Setzt man §. 62. $1 - n = r$, so ist r die Abplattung $= 1 - \frac{c}{a} = \frac{a - c}{a} = \frac{\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c}{\frac{1}{2}a}$.

§. 82. Die in Obigem angegebenen Zahlen für n sind demnach

0,9943802	nach	Maupertuis	§. 78.
0,9944134	–	Bouguer.	§. 80.
0,9950249	–	Euler	§. 79.
0,9956523	–	Berl. Taf.	§. 76.
0,9966666	–	la Lande	§. 81.

§. 83. Aus obigen Zahlen findet man nach §. 69 – 72. die Größe der beyden Axen. Z. E. setzt man das n des Hn. la Lande, und mit ihm G = 56747 für $\eta = 0$: so ist nach §. 72. $\frac{1}{2}a = \frac{G}{n^2\mu}$, also

$$\begin{array}{rcl}
\log n & = & 0{,}9985499 - 1 \\
2 \log n & = & 0{,}9970998 - 1 \\
\log 1^\circ & = & 0{,}2418774 - 2 \\
\hline
\log n^2\mu & = & 0{,}2389772 - 2 \\
\log G & = & 4{,}7539429 \\
\hline
\log \frac{1}{2}a & = & 6{,}5149657 \\
\log \eta & = & 0{,}9985499 - 1 \\
\hline
\log \frac{1}{2}c & = & 6{,}5135156 \\
\text{giebt } \frac{1}{2}a & = & 3273148 \text{ Toisen} \\
\frac{1}{2}c & = & 3262237 \text{ Toisen.}
\end{array}$$

Vergl. la Lande Astr. art. 2701.

§. 84. Anm. Ebenfalls findet man aus obigen Zahlen §. 82. nach §. 72. die Länge der Breitengrade in verschiedenen Polhöhen, wonach sich auch die Länge der Parallelgrade berechnen läßt. Vergl. la Lande Astr. art. 2797. 8. Hievon ist nachfolgende Tafel aus la Lande Astr. Tom. III. p. 41. wobey die Abplattung $= \frac{1}{300}$,

Bouguers Grad = 56747 und Picards Grad = 57075 T gesetzt ist.

§. 85. Tafel, der Grade, der Breiten, und der Parallelkreise in Toisen.

Pol-höhe.	Grade der Breite.	Gr. des Paral. Kr.	Pol-höhe.	Grade der Breite.	Gr. des Paral. Kr.
0°	56747	57127	20	56813	53703
1	56747	57118	21	56820	53356
2	56748	57093	22	56827	52993
3	56749	57049	23	56834	52613
4	56750	56989	24	56841	52217
5	56751	56911	25	56848	51806
6	56753	56816	26	56856	51378
7	56755	56704	27	56864	50936
8	56758	56576	28	56872	50477
9	56761	56428	29	56880	50004
10	56764	56265	30	56889	49515
11	56768	56084	31	56897	49011
12	56772	55887	32	56906	48492
13	56776	55672	33	56915	47958
14	56780	55441	34	56925	47410
15	56785	55193	35	56934	46847
16	56790	54928	36	56943	46270
17	56795	54647	37	56953	45679
18	56801	54348	38	56962	45074
19	56807	54034	39	56972	44455

40

40	56982	43822	65	57215	24209
41	56992	43176	66	57223	23301
42	57002	42517	67	57230	22385
43	57012	41845	68	57237	21462
44	57021	41160	69	57244	20532
45	57031	40462	70	57251	19596
46	57041	39752	71	57257	18655
47	57051	39030	72	57263	17707
48	57061	38296	73	57269	16753
49	57071	37550	74	57274	15798
50	57081	36793	75	57280	14832
51	57091	36024	76	57285	13864
52	57101	35244	77	57289	12892
53	57110	34453	78	57293	11915
54	57120	33652	79	57297	10936
55	57129	32840	80	57301	9952
56	57139	32018	81	57304	8966
57	57148	31187	82	57307	7977
58	57157	30346	83	57310	6985
59	57166	29495	84	57312	5991
60	57174	28635	85	57314	4996
61	57183	27767	86	57315	3998
62	57192	26889	87	57317	3000
63	57200	26004	88	57317	2000
64	57208	25111	89	57318	1000
			90	57318	0000

3. Verschiedene Berechnungen und Abtheilungen der sphärischen Erdfläche.

§. 86. Erkl. Nimmt man die Erde für eine vollkommene Sphäre, deren Halbmesser das arithmetische Mittel zwischen der halben Erdaxe, und des Aequators Halbmesser halte: so heißt dieser der mittlere Halbmesser der Erde.

§. 87. Aus den vorhergehenden Untersuchungen erhellet, daß nach allen Angaben die Abplattung der Erde, oder der Unterschied zwischen der Erdaxe, und dem Durchmesser des Aequators, immer nur wenig, nach Newton $6\frac{1}{3}$, nach la Lande $4\frac{1}{4}$ Meilen (art. 2700.) betrage. Ein so geringer Unterschied läßt sich in den meisten Fällen ganz bey Seite setzen, so daß man die Erde für eine vollkommene Sphäre von solchem mittlern Halbmesser §. 86. annehmen könne, welcher daher §. 83. nach la Lande = 3267692 Toisen wäre.

§. 88. Erkl. Ein mittlerer Grad der Erde ist ein solcher, welchen der mittlere Halbmesser §. 86. giebt.

§. 89. Da ein größter Kugelkreis $= 2 r\pi$ (Geom. §. 349.): so ist ein mittlerer Grad der Erde $= \frac{2 r\pi}{360} = \frac{r\pi}{180}$ wo man r aus §. 87, und $\pi =$ 3,141592 aus Geom. §. 345, setze.

log

log 3267692	=	6,5142412
log 3,141592	=	0,4971498
log $r\pi$	=	7,0113910
log 180	=	2,2552725
		4,7561185

giebt einen mittlern Grad der Erde = 57030 Toisen, welcher nach den neuesten Messungen in Frankreich = 57027 T. gefunden worden. §. 44.

§. 90. Eine geographische Meile, oder $\frac{1}{15}$ des Grades, ist hienach = 3802 Toisen = 22812 Pariser Fuß = 23616 Rhl. Fuß = 1968 Rhl. Ruth. Solcher Meilen gehen 5400 auf den größten Kreis, und 859,4 auf den Halbmesser. Vergl. §. 6.

§. 91. Anm. 1. Hienach ist ein Mittelgrad der Erde = 57030 Toisen = 29520 Rhl. Ruthen, womit Posidonius Messung §. 30. und Muschenbroeks Messung §. 32. ziemlich genau übereinstimmen.

Nach wirklichen Messungen setzt la Lande Astr art. 2661. 62. den mittlern Grad = 57074 Toisen, wovon er $\frac{1}{25}$ 2283 T. eine mittlere französische Meile nennt.

§. 92. Anm. 2. Aus den Größen §. 91 folgt:

1 Min. = 950,5 T. = 5703′ = 492 Rhl. Ruth. = 5904′

1 Sec. = 15,84 T. = 95,04′ = 8,2 Rhl. Ruth. = 98,4′

Dieses Verhältniß der auf der Erde gemessenen Längen, gegen die Peripherie des größten Kugelkreises, dient zur Beurtheilung, in wie fern man die Erdfläche für eben annehmen dürfe, oder ihre Krümmung in Betrachtung ziehen müsse.

§. 93. (Fig. 52.) Es sey auf der Erdfläche eines Ortes M Breite AM = β, des hiezu gehörigen Paral-

Parallelkreises Halbmesser DM = ϱ, der Kugel Halbmesser CM = r, und CD : ME = y: so ist I. $\varrho = r \cdot \cos \beta$, und II. $y = r \cdot \sin \beta$.

Da sich nun die Peripherien der Kreise, also auch die Grade wie die Halbmesser verhalten, und 1 Grad des größten Kreises = 15 Meilen = 57030 Toisen: so ist nach I. in der Breite β Ein Grad des Parallelkreises = $\cos \beta \cdot 15$ Meilen = $\cos \beta \cdot 57030$ Toisen.

§. 94. Anm. Eine Tafel der Halbmesser und Grade der Parallelkreise in geographischen Meilen von halben zu halben Graden findet man in Funks Anfangsgr. der mathem. Geogr. Leipzig 1771. §. 114. S. 125. sq.

§. 95. (Fig. 53.) Die Weite zweyer Oerter M, N, auf der sphärischen Erdfläche, oder der Bogen MN eines größten Kreises durch beyde Oerter, wird wie die Weite zweyer Sterne (Astr. §. 274.) gefunden.

Denn hier sind im sphärischen $\triangle$ MPN, der Winkel P durch den Unterschied der Längen, und die einschliessenden Seiten PM, PN, durch die Complemente der Breiten gegeben, woraus man MN nach Trigon. VI. 3. berechnet. (Vergl. Astr. §. 111.)

Für zwey Oerter E, N, von entgegengesetzten Breiten, setze man PE = R + AE.

Für zwey Oerter C, N, von einerley Länge ist die Weite CN der Unterschied der Breiten.

Für zwey Oerter M, C, von einerley Breite, ist die Weite der Bogen MC des Parallelkreises durch die beyden Oerter.

§. 96.

§. 96. Da die Oberfläche der Kugel $S = 4 r^2 \pi = d^2 \pi$ Geom. §. 623; aber $d = \frac{p}{\pi}$ (Geom. §. 349.) so ist auch $S = \frac{p^2}{\pi}$; wo $p = 5400$ M. da denn

$$\begin{array}{rcl} 2 \log p & = & 7,4647876 \\ \log \pi & = & 0,4971498 \ (\S.\ 89.) \\ \hline \log S & = & 6,9676378 \\ \log 2 & = & 0,3010300 \\ \hline \log \tfrac{1}{2} S & = & 6,6666078 \end{array}$$

giebt $S = 9281920$ Quadr. Meilen.

§. 97. Erkl. Eine Zone heißt das Stück der Kugelfläche zwischen zwey Parallelkreisen: Insbesondere die heiße Zone zwischen den beyden Wendekreisen; die gemäßigte Zone zwischen einem der Wendekreise, und dem nächsten Polarkreise; die kalte Zone der Raum, den jeder Polarkreis rings um seinen Pol einschließt. Setzt man hiebey die Schiefe der Ecliptik $\vartheta = 23^\circ\ 28'$ (Astr. §. 215.) so hat der Polarkreis eine Breite von $R - \vartheta = 66^\circ\ 32'$.

§. 98. Da jede Zone, deren senkrechte Höhe y, $= 2 r \pi . y$ (Geom. §. 624.) und für die Breite β, $y = r . \sin \beta$ §. 94. II. so ist:

I. Die Zone zwischen dem Aequator und dem Parallelkreise β, $= 2 r^2 \pi . \sin \beta = \tfrac{1}{2} S . \sin \beta$. (Geom. §. 623.)

II. Die Zone, vom Pole bis zu einem Parallelkreis in der Breite β, $= \frac{1}{2} S - \frac{1}{2} S . \sin \beta$.

III. Die Zone, zwischen zwey Parallelkreisen, deren Breiten β und $\beta + \gamma$, $= \frac{1}{2} S (\sin(\beta + \gamma) - \sin \beta)$ $= S . \sin \frac{1}{2} \gamma . \cos(\beta + \frac{1}{2} \gamma)$ Trigon. II. 25.

§. 99. Es sey die Schiefe der Ecliptik $= \theta$: so ist in §. 97. III.

I. für die halbe heiße Zone $\beta = 0$, und $\gamma = \theta$; folglich der Factor in $\frac{1}{2} S$, $= \sin \theta$, und der Factor in S, $= \sin \frac{1}{2} \theta . \cos \frac{1}{2} \theta$.

$$\begin{array}{lll}
\log \sin 11^\circ 44' & = 0{,}3082590 - 1 & \\
\log \cos 11^\circ 44' & = 0{,}9908291 - 1 & \\
\log S & = 6{,}9676378 & (§. 96.) \\
\hline
& 6{,}2667259 &
\end{array}$$

giebt 1 848 102 Quadratmeilen.

II. Für die gemäßigte Zone $\beta = \theta$, und $= R - 2\theta$; folglich der erste Factor $= \cos \theta - \sin \theta$, und der zweyte $= \sin(\frac{1}{2} R - \theta) . \cos \frac{1}{2} R$.

$$\begin{array}{ll}
\log \sin 21^\circ 32' & = 0{,}5647163 - 1 \\
\log \cos 45^\circ & = 0{,}8494850 - 1 \\
\log S & = 6{,}9676378 \\
\hline
& 6{,}3818391
\end{array}$$

giebt 2 409 013 Quadratmeilen.

III.

III. Für die kalte Zone $\beta = R - \theta$, und $\gamma = \theta$; folglich der erste Factor $= 1 - \cos\theta$, und der zweyte $= \sin\frac{1}{2}\theta^2$.

$$\begin{array}{lll} 2 \log \sin 11^\circ 44' & = 0{,}6165180 - 2 \\ \log S & = 6{,}9676378 \\ \hline & 5{,}5841558 \end{array}$$

giebt 385 844 Quadratmeilen.

§. 109. Den Flächeninhalt der Zonen für die einzelnen Grade der Breite zu finden, setze man $\gamma = 1$ Grad; da dann solcher Inhalt aus §. 97. III. $= S . \sin\frac{1}{2}°. \cos(\beta + \frac{1}{2}°)$ wo, für den 1. 2. 3 rc. Grad der Breite $\beta = 0, 1, 2$ rc. ist.

$$\begin{array}{lll} \log S & = 6{,}9676378 \ (§. 96.) \\ \log \sin\frac{1}{2}° & = 0{,}9408419 - 3 \\ \hline \text{Best. log} & = 4{,}9084797 & \text{Summen der Logar.} \\ \hline \log\cos\frac{1}{2}° & = 0{,}9999835 - 1 & 4{,}9084632 \\ \log\cos 1\frac{1}{2}° & = 0{,}9998512 - 1 & 4{,}9083309 \\ \log\cos 2\frac{1}{2}° & = 0{,}9995866 - 1 & 4{,}9080662 \\ & & \text{u. s. w.} \end{array}$$

Die gefundenen Summen der Logar. geben den Inhalt der Zonen für

den ersten Grad der Breite	80996 □ Meilen.
zweyten	80971 — —
dritten	80922 — —
	u. s. w.

 Für

Für die einzelnen halben Grade setzt man $\gamma = \frac{1}{2}°$, und β nach der Reihe 0, $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$ u. s. w. da dann

$$\begin{aligned}\log S &= 6{,}9676378\\ \log \sin \tfrac{1}{4}° &= 0{,}6398160 - 3\\ \hline \text{Best.} \log &= 4{,}6074538\\ \log \cos \tfrac{1}{4}° &= 0{,}9999959 - 1\\ \hline & \ 4{,}6074497\end{aligned}$$

giebt die Zone für den ersten halben Grad der Breite = 40499 □ Meilen. u. s. w.

Hienach ist die Tafel der Zonen für einzelne halbe Grade in Joh. Tob. Mayers pract. Geom. 4 Theil S. 192 sq. berechnet.

§. 101. Das Stück einer Zone von m Graden in der Länge, ist $\frac{m}{360}$ der Zone in §. 97. III.

Z. E. Nach Tob. Mayers Germaniae mappa critica. Nürnberg 1750. erstreckt sich die grünbezeichnete Gränze Deutschlands vom 23 bis 37° der Länge, und vom 45 bis 55° der Breite, daher ist hier $m = 14$, $\beta = 45$, $\gamma = 10$. Demnach ist

$$\begin{aligned}\log S &= 6{,}9676378 \quad (\S. 96.)\\ \log 360 &= 2{,}5563025\\ \hline \log \frac{S}{360} &= 4{,}4113353\\ \log \sin 5° &= 0{,}9402960 - 2\\ \log \cos 50° &= 0{,}8080675 - 1\\ \log 14 &= 1{,}1461280\\ \hline & \ 4{,}3058268\end{aligned}$$

giebt

giebt 20222 □ Meilen für die Fläche, in welcher Deutschland liegt, welche es aber nicht ganz ausfüllt.

§. 102. Will man den Flächeninhalt für Einen Grad der Länge in den Zonen der einzelnen Grade der Breite: so suche man den beſt. Logar. von $\frac{S}{360} \cdot \sin \frac{1}{2}{}^{\circ}$ und addire dazu den $\log \cos (\beta + \frac{1}{2}{}^{\circ})$, wo β nach der Ordnung 0, 1, 2, 3, u. s. w. gesetzt wird.

$$\log \frac{S}{360} = 4{,}4113353 \text{ (§. 100.)}$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2}{}^{\circ} = 0{,}9408419 - 3$$

		Summen der Logar.
beſt. log	= 2,3521772	
$\log \cos \frac{1}{2}{}^{\circ}$	= 0,9999835 − 1	2,3521607
$\log \cos 1\frac{1}{2}{}^{\circ}$	= 0,9998512 − 1	2,3520284
$\log \cos 2\frac{1}{2}{}^{\circ}$	= 0,9995865 − 1	2,3517637

Die gefundenen Summen der Logarithmen geben für einen Grad der Länge in den Zonen für

den ersten Grad der Breite 224,9887 □ Meilen.
zweyten — — 224,9201 — —
dritten — — 224,7831 — —

Hienach ist von mir nachfolgende Tafel berechnet worden:

§. 103. Tafel in Quadratmeilen für einen Grad der Länge in den Zonen der einzelnen Grade der Breite.

Grade der Breite.	Ein Grad der Zone	Grade der Breite.	Ein Grad der Zone	Grade der Breite.	Ein Grad der Zone
1	224,99	31	193,87	61	110,79
2	224,92	32	191,84	62	107,36
3	224,78	33	189,76	63	103,89
4	224,58	34	187,62	64	100,39
5	224,31	35	185,43	65	96,86
6	223,96	36	183,17	66	93,29
7	223,55	37	180,87	67	89,71
8	223,07	38	178,51	68	86,10
9	222,52	39	176,08	69	82,46
10	221,91	40	173,61	70	78,79
11	221,23	41	171,09	71	75,10
12	220,48	42	168,51	72	71,39
13	219,66	43	165,88	73	67,65
14	218,78	44	163,21	74	63,90
15	217,33	45	160,48	75	60,12
16	216,81	46	157,70	76	56,33
17	215,73	47	154,88	77	51,32
18	214,58	48	152,01	78	48,69
19	213,37	49	149,09	79	44,85
20	212,09	50	146,12	80	41,00
21	210,75	51	143,11	81	37,05
22	209,34	52	140,06	82	33,25
23	207,87	53	136,97	83	29,30
24	206,34	54	133,83	84	25,47
25	204,64	55	130,66	85	21,56
26	203,08	56	127,44	86	17,65
27	201,36	57	124,18	87	13,73
28	199,57	58	120,89	88	9,81
29	197,73	59	117,56	89	5,88
30	195,83	60	114,16	90	1,96

§. 104. Vorstehende Tafel dient, den Flächeninhalt der Länder zu finden, wenn man wie §. 100. die größte Fläche bestimmt, und davon die einzelnen Flächentheile §. 103, welche ausserhalb der Gränze

dieses Landes fallen, subtrahirt: oder auf folgende Art: Man suche die Zahl der Grade der Länge des Landes, welche in jede Zone der Breite von Grad zu Grad fallen, multiplicire diese Zahl mit den zugehörigen Zahlen in §. 103: so giebt die Summe solcher Produkte den Flächeninhalt des ganzen Landes.

§. 105. Erkl. Die Weltkugel steht einem Beobachter auf der Erde senkrecht, sphaera recta, wenn die Tagekreise der Sterne mit seinem Horizonte rechte Winkel machen; schief, obliqua, wenn obgedachte Winkel schief sind; parallel, parallela, wenn obgedachte Tagekreise, dem Horizonte parallel sind.

§. 106. Das erste ist unter dem Aequator, wo die Weltpole im Horizonte liegen, und man alle Sterne auf- und untergehen sieht; das dritte ist unter den Polen, wo die Weltpole im Zenith sind, und nur die eine Hälfte des Himmels stets sichtbahr ist, so daß gar keine Sterne weder auf- noch untergehen; das zweyte ist auf der übrigen Erdfläche, wo immer weniger und weniger Sterne der einen Halbkugel auf, der andern untergehen. Dies und das Folgende erläutert die künstliche Kugel.

§. 107. Einem Ort, dessen Breite der Abweichung der Sonne gleich ist, wird die Sonne vertical. Dies begegnet den Bewohnern der heißen Zone (ihre Gränzen ausgenommen) jährlich zweymal, wobey doch den übrigen alsdann die Sonne im Mittage ziemlich hoch stehet. Den übrigen Zonen wird die Sonne nie vertical, und steht auch im Mittage den kalten Zonen ziemlich niedrig. Daher sind auch die Namen der Zonen entstanden, weil die Sonne desto weniger

er-

erwärmt, je schiefer sie stehet; obgleich die Erwärmung auch auf der Entfernung der Sonne, und besonders auf der Länge der Tage beruhet.

§. 108. Die unter dem Aequator haben stets Tag und Nacht gleich, die übrigen auf der einen Seite des Aequators haben länger Tag als Nacht, wenn sich die Sonne auf dieser Seite befindet, und zur Zeit ihrer Sonnenwende den längsten Tag, indem das Gegentheil auf der andern Seite des Aequators zu gleicher Zeit statt findet. Der Unterschied zwischen Tag und Nacht nimmt mit der Breite des Orts zugleich zu. Für gleiche südliche und nördliche Breiten ist die Länge des Tages auf der einen Seite der Länge der Nacht auf der andern gleich.

§. 109. Ist die Polhöhe eines Orts der Ergänzung der Abweichung der Sonne, d. i. ihrem Abstande vom nächsten Pole, gleich: so streift die Sonne am Horizonte, wenn sie am tiefsten kömmt, und erhebt sich gleich wieder. Ist sie kleiner: so geht die Sonne gar nicht unter. Ist sie größer: so geht die Sonne über dem Horizonte zweymal durch den Mittagskreis. Nun kann der geringste Abstand der Sonne vom Pole $66\frac{1}{2}$ Grad seyn. Folglich finden diese Erscheinungen nur in der kalten Zone statt, und es kann nahe am Pole viele Monate, gleich unter dem Pole ohngefähr 6 Monate lang, Tag seyn. Von der Dämmerung dieser Gegenden vergleiche man Astron. §. 410.

§. 110. Die Jahreszeiten vom Frühling an fangen sich über dem Aequator mit dem Eintritt der Sonne in ♈ ♋ ♎ ♑ an, und sind unter dem Aequa-

tor

tor verwechselt. Sie können aber nicht genau gleich seyn, weil die Erde in unserm Winter schneller gehet.

§. 111. Erkl. Legt man vom Aequator an, dies und jenseits, durch jeden Punkt, wo der längste Tag um eine halbe Stunde gewachsen ist, Parallelkreise: so erhält man Zonen oder Erdstreise, die man Climata nennt. Die Alten zählten deren nur 7, und nur über dem Aequator. Die mittlern Geographen zählen deren 30 über, und eben so viel (anticlimata) unter dem Aequator; wovon 24 nach halben Stunden, und die übrigen 6 nach ganzen Monaten gerechnet werden. Beyde benennen sie nach den merkwürdigsten Oertern in ihnen. Diese Eintheilung, welche die Alten zur Bestimmung der Polhöhen gebrauchten, ist für uns unnütz, und nur zum Verständniß der Alten nöthig.

§. 112. Erkl. Nach den verschiedenen Umständen des Mittagsschattens erhalten die Erdbewohner besondere Nahmen: unschattige, ascii, die keinen Schatten werfen, denen die Sonne im Scheitel stehet; zweyschattige, amphiscii, die ihn bald nordbald südwärts werfen, denen die Sonne bald südlich bald nördlich stehet; einschattige, heteroscii, die ihn stets nur auf eine Seite werfen, denen die Sonne stets nur auf einer Seite stehet; Umschattige, periscii, die ihn nach allen Seiten werfen, denen die Sonne nicht untergehet.

§. 113. Erkl. Auch nach den Lagen der Oerter heißen die Erdbewohner: Gegenwohner, antoeci, in einerley Mittagskreisen, und gleichen aber entgegengesetzten Breiten; Gegenschattige, antiscii, in den nördli-

nördlichen und südlichen Zonen, die ihren Mittagsschatten auf entgegengesetzte Seiten werfen; **Nebenwohner**, perioeci, in einerley Breite, aber entgegengesetzten Mittagskreisen; **Gegenfüßler**, antipodes, in entgegengesetzten Mittagskreisen, und gleichen aber entgegengesetzten Breiten.

§. 114. Erkl. (Fig. 54.) Zur Unterscheidung der Winde wird der Horizont in 32 Weltgegenden getheilt. Die Mittagslinie giebt Nord und Süd, zwischen denen Ost und West. Diese heißen die 4 Hauptgegenden N. S. O. W. Die Halbirung dieser 4 Gegenden giebt die 4 ersten Nebengegenden, die nach jenen, zwischen denen sie liegen, benennt werden, so daß man die 4 Hauptgegenden zuerst setzt: NO. NW. SO. SW. Die Halbirung dieser 8 Gegenden giebt eben so viel zweyte Nebengegenden, die nach jenen, zwischen denen sie liegen, benennt werden, so daß man die 4 Hauptgegenden zuerst setzt: NNO. NNW. SSO. SSW. ONO. OSO. WNW. WSW. Die Halbirung dieser 16 Gegenden giebt eben so viel dritte Nebengegenden, deren jede nach den 8 ersten Gegenden, bey der sie liegt, mit Zufügung der Hauptgegend, gegen welche sie von jener abweicht, benannt wird: NgO. NgW. SgO. SgW. OgN. OgS. WgN. WgS. NOgN. NOgO. NWgN. NWgW. SOgO. SOgS. SWgS. SWgW. Jede dieser 32 Gegenden oder Striche, macht mit der nächsten einen Winkel von $11\frac{1}{4}$ Grad; und wird noch in halbe und virtel Striche getheilt. Z. E. $S\frac{1}{4}O$, $S\frac{1}{4}W$ ꝛc. Eine Scheibe mit solcher Eintheilung heißt die **Windrose**, oder **Schiffrose**, und macht mit der Magnetnadel verbunden den Seecompaß aus.

4. Mess-

4. Messungen auf der physischen Erdkugel.

§. 115. Erkl. (Fig. 55.) Die wahre Horizontallinie eines Ortes A auf der Erdfläche, ist der durch solchen Ort aus der Kugel Mittelpunkte C gezogene Kreisbogen EAD; die scheinbahre Horizontallinie aber, der im Orte A auf seine Scheitellinie AC errichtete Perpendikel AB.

Jedem Bogen AD, oder Winkel ACD gehört eine Secante CB, deren Ueberschuß BD über den Halbmesser CD der Unterschied der wahren und scheinbahren Horizontallinie §. 115. ist.

§. 116. Alle in der wahren Horizontallinie befindlichen Punkte, wie E, A, D, welche folglich in gleicher Weite vom Mittelpunkte C sind, liegen in gleicher Höhe. Dieses würde von allen Punkten der sphärischen Erdfläche gelten, wenn sie, wie eine geometrische Kugel, vollkommen glatt wäre, und sich nicht in ihr ausserhalb der wahren Horizontallinie eines Punktes A verschiedene andere Punkte befänden, welche daher höher, oder niedriger als A liegen.

So sind die Punkte in der Oberfläche des ruhigen offenen Meeres in einerley Horizontalfläche, vergl. Hydrost. §. 8, welche daher die wahre Oberfläche der Erdkugel ist, vergl. Stat. §. 32. Aerom. §. 24; Punkte des festen Landes hingegen sind über das Meer, und über einander selbst, erhöhet.

§. 117. Zus. Bey Bestimmung der Gestalt der Erde muß man sich, wegen der unterschiedenen Erhö-

hungen des Landes eigentlich die Oberfläche des Meeres gedenken, folglich auf diese die auf dem Lande gemessene Erdgrade, wenn man sie mit einander vergleichen will, vorher reduciren.

Es sey hiezu AE = g ein Kreisbogen in der Meeresfläche, wozu der Halbmesser CA = r gehört, GH = f sein ähnlicher auf dem Lande gemessener Bogen, dessen Höhe über dem Meere AG = b, wozu also der Halbmesser r + b gehört: so ist r + b : r = f : g, folglich $g = \frac{r\,f}{r+b}$, also $f - g = \frac{b\,f}{r+b} = b\,f \cdot \frac{1}{r+b} = \frac{b\,f}{r}\left(1 - \frac{b}{r} + \frac{b^2}{r^2} - \ldots\right)$

§. 118. Erkl. (Fig. 55.) Die wahre Horizontallinie eines höhern Orts A ist mit einem größern Halbmesser CA = CD; des niedrigern F aber mit einem kleinern Halbmesser CF gezogen. Der Unterschied FD beyder Halbmesser giebt die Höhe des ersten Orts A über dem andern F, oder das Gefälle des ersten Ortes A bis zu dem andern F. Solches Gefälle finden heißt: Wasserwägen, oder nivelliren.

§. 119. Erkl. Eine Wasserwage, oder Nivellirwage, ist ein Instrument, welches eine auf der Verticallinie senkrechte gerade Linie, oder die scheinbahre Horizontallinie AB §. 115. angiebt.

§. 120. Steckt man in F einen verticalen Stab FB, an welchem man den Punkt B bemerkt, den man von A aus mittelst der Wasserwage in der scheinbahren Horizontallinie AB erblickt: so ist BF die Höhe solches

Punk-

Punktes B, über den Punkt F; aber von A bis zu F das Gefälle FD=BF−BD, d. i. die gefundene Höhe, weniger dem Unterschiede der wahren und scheinbahren Horizontallinie §. 115.

§. 121. Aufg. (Fig. 55.) Den Unterschied der scheinbahren und der wahren Horizontallinie zu finden.

Aufl. Es sey CA = a, und ACB = α so klein, daß der Bogen AD = c, und die Tangente AB = a. tang α nicht merklich unterschieden sind, also a. tang α = c gesetzt werden kann; auch sey in eben dem Maaße Ein Erdgrad = n, daß daher $\alpha = \frac{c}{n} \cdot 1^\circ$, also allemahl nur ein kleiner Bruch von einem Grade sey, also tang $\alpha = \alpha$ gesetzt werden könne; man sucht BD = x.

Da AB eine Tangente, so ist (nach Geom. §. 285. wenn man dort AC durch den Mittelpunkt legt) $c^2 = x(2a + x)$ oder wie hier angenommen wird $= 2ax$ folglich $x = \frac{c^2}{2a} = \frac{c}{2} \cdot \frac{c}{a} = \frac{c}{2} \cdot \alpha = \frac{c}{2} \cdot \frac{c}{n} \cdot 1^\circ = c^2 \cdot \frac{30'}{n}$, wo man in Decimaltheilen des Halbmessers $30' = 0{,}008726646$ setzt, Geom. §. 348.

§. 122. Exempel I. Nimmt man die Erde für eine Sphäre, so ist ihr Mittelgrad = n = 57030 Toisen = 29520 Rhl. Ruthen §. 91. Nun setze man z. E. c = 4000 Toisen.

$$\log 30' = 0{,}9408474 - 3$$
$$\log 57030 = 4{,}7561034$$

$$\text{Best. } \log \frac{30'}{57030} = 0{,}1847440 - 7$$
$$2 \log 4000 = 7{,}2041200$$

$$\log x = 0{,}3888640$$

giebt = 2,4483 Toisen.

II. Für die sphäroidische Erde nimmt man in jeder Breite das dazu gehörige n aus der Tafel §. 85, wobey man für jeden Grad der Breite die Erde als eine andere Kugel von dem solchem Grade zugehörigen Halbmesser ansiehet. So wäre für den lappländischen Grad n = 57422. §. 37.

$$\log 30' = 0{,}9408474 - 3$$
$$\log 57422 = 4{,}7590783$$

$$\text{Best. } \log \frac{30'}{n} = 0{,}1817691 - 7$$
$$2 \log 4000 = 7{,}2041200$$

$$\log x = 0{,}3858891$$

giebt x = 2,4316.

§. 123. Anm. 1. Nach obigem Verfahren ist sicherer und bequemer zu rechnen, als nach der ersten Formel §. 121. $x = \frac{c^2}{2a}$, wo man aus c erst noch a herleiten muß.

§. 124. Anm. 2. Da x bey einerley n sich wie c^2 verhält: so dient die Rechnung §. 122. I. aus x für das größte c das x für alle kleinere c zu finden. Hienach, oder nach §. 122. I. ist nachstfolgende Tafel aus la Lande Astr. Tom. III. p. 42. berechnet.

§. 125.

§. 125. Tafel der Erhöhung des scheinbahren Horizonts über den wahren, in Füßen, Zollen, Linien und Punkten.

Tois.	′	″	‴	IV	Tois.	′	″	‴	IV	Tois.	′	″	‴	IV
50	0	0	0	5	550	0	3	3	11	2900	7	8	6	1
60	0	0	0	6	560	0	3	5	5	3000	8	3	0	0
70	0	0	0	8	580	0	3	8	5	3100	8	9	8	6
80	0	0	0	10	600	0	3	11	6	3200	9	4	7	8
90	0	0	1	1	650	0	4	7	9	3300	9	11	9	6
100	0	0	1	4	700	0	5	4	8	3400	10	7	3	11
120	0	9	1	11	750	0	6	2	8	3500	11	2	9	0
140	0	0	2	7	800	0	7	9	6	3600	11	10	6	8
150	0	0	3	0	850	0	7	11	4	3700	12	6	7	1
160	0	0	3	5	900	0	8	10	11	3800	13	2	10	1
180	0	0	4	3	950	0	9	11	1	3900	13	11	3	8
200	0	0	5	4	1000	0	11	0	0	4000	14	8	0	0
220	0	0	6	5	1050	1	0	0	0	4100	15	4	10	11
240	0	0	7	7	1100	1	1	3	8	4200	16	4	0	6
250	0	0	8	4	1200	1	3	10	1	4300	16	11	4	8
260	0	0	9	0	1250	1	5	2	3	4400	17	8	11	6
280	0	0	10	5	1300	1	6	7	1	4500	18	6	9	0
300	0	0	11	11	1400	1	9	6	8	4600	19	4	9	1
320	0	1	1	6	1500	2	0	9	0	4700	20	2	11	11
340	0	1	3	3	1600	2	4	1	11	4800	21	1	5	5
350	0	1	4	3	1700	2	7	9	5	4900	22	0	1	4
360	0	1	7	0	1800	2	11	7	8	5000	22	11	0	9
380	0	1	8	1	1900	3	3	8	6	6000	33	0	0	0
400	0	1	9	2	2000	3	8	0	0	6603	40	0	0	0
420	0	1	11	4	2100	4	0	6	1	7382	50	0	0	0
440	0	2	1	7	2200	4	5	2	10	8087	60	0	0	0
450	0	2	3	0	2300	4	10	2	3	8735	70	0	0	0
460	0	2	4	0	2400	5	3	4	4	9338	80	0	0	0
480	0	2	8	5	2500	5	8	9	0	9904	90	0	0	0
500	0	2	9	0	2600	6	2	4	4	10440	100	0	0	0
520	0	2	11	9	2700	6	8	2	3	12786	150	0	0	0
540	0	3	2	6	2800	7	2	2	10	28935	747	0	0	0
										57069	2988	0	0	0

§. 126. Aufg. (Fig. 55.) Wie weit man von einer gegebenen Höhe sehen könne, zu finden.

Aufl. Es sey die gegebene Höhe BD $= x$, CD $=$ a, ACD $= \alpha$, da dann AD $= a \cdot \alpha$: so ist $\sec \alpha = \frac{a + x}{a} = 1 + \frac{x}{a}$:

z. E. Wäre $x = a$, also $\sec \alpha = 2$, so wäre $\alpha = 60°$, d. i. von einer Höhe so groß als der Halbmesser der Erde, könnte man zu beyden Seiten 60° der Erdkugel übersehen.

§. 127. Zus. Erblickt ein Beobachter in A den Gipfel der Höhe B im Horizonte AB: so ist die Höhe x der Unterschied der wahren und scheinbahren Horizontallinie. In solchen Fällen also, wo x gegen a sehr klein ist, kann man die Formeln aus §. 121. hiezu einrichten.

§. 128. Für AD $= c$ d. i. wie weit man von einer Höhe sehen kann, oder wie weit man ihren Gipfel sehen kann, hat man aus §. 121. $c^2 \cdot \frac{30'}{n} = x$ folglich $c = \sqrt{\frac{n \cdot x}{30'}}$ in eben dem Maaße, in welchem man x und n ausdrückt.

z. E. Es sey die Höhe eines Menschen $x = 5' = \frac{5}{6}$ Toisen, und $n = 57030$ Toisen

$$\begin{aligned} \log x &= 0{,}9208187 - 1 \\ -\log \frac{30'}{n} &= 0{,}1845156 - 7 \quad (\text{§. 122. II.}) \\ \hline 2 \log c &= 6{,}7363031 \\ \log c &= 3{,}3681515 \text{ giebt } c = 2334{,}3 \text{ Toif.} \end{aligned}$$

§. 129.

§. 129. Für den Winkel, welcher vorige Weite bestimmt, hat man

$$\text{I. } \alpha = \frac{c}{n} \cdot 60 \text{ Min. §. 121. Oder, wenn man}$$

$c = \sqrt{\frac{n x}{30'}}$ §. 128. setzt,

$$\text{II. } \alpha = \frac{60}{n} \cdot \sqrt{\frac{n x}{30 . 1'}} = \sqrt{\frac{3600 . n . x}{n^2 . 30 . 1'}} = \sqrt{\frac{120 . x}{n . 1'}}.$$

z. E. Es sey wiederum $x = \frac{5}{6}$ Toisen, $n = 57030$ T. so setze man nach I.

$$\log c = 3{,}3681515. \quad (\text{§. 128.})$$

$$\log \frac{60}{n} = 0{,}0220479 - 3$$

$$\log \alpha = 0{,}3901994 \text{ giebt } \alpha = 2{,}4558 \text{ M.}$$

§. 130. Für die Höhe x, in welcher man sich auf eine gegebene Weite c umsehen könne, ist (aus §. 121.) $\frac{30' . c^2}{n} = x$

z. E. Will man sich eine geographische Meile weit umsehen, so ist $c = \frac{n}{15}$, folglich $\frac{30' . n}{15^2} = x$

$$\log 30' . n = 2{,}6969508 \quad (\text{§. 123. I.})$$

$$2 \log 15 = 2{,}3521826$$

$$\log x = 0{,}3447682 \text{ giebt } x = 2{,}2119 \text{ T.}$$

§. 131. Sternhöhen auf der See zu messen, visirt der Beobachter in B nach der äussersten Gränze des Meeres A, und nimmt die Linie BA für horizontal an, welche doch, da er über der Meeresfläche, um DB erhoben ist, mit der auf CB senkrechten Linie, also seiner wirklichen Horizontallinie, den Winkel α macht, welchen man nach §. 129. II. berechnet.

z. E. Es sey $DB = x = \frac{214}{6}$ Toisen, $n = 57030$

$$\log \tfrac{214}{6} = 1{,}5522625$$

$$\log 120 = 2{,}0791812$$

$$-\log 1' = 3{,}5362739$$

$$7{,}1677176$$

$$\log n = 4{,}7561034$$

$$2 \log \alpha = 2{,}4116142$$

$$\log \alpha = 1{,}2058071$$

giebt $\alpha = 16{,}062'$

§. 132. Anm. Obige Formeln von §. 126 an sind aus Kästners Anfangsgründen der angewandten Mathem. 1. Abtheil. Götting. 1792. S. 385. genommen. Eine noch bequemere Darstellung findet man in dessen weiterer Ausführung der math. Geogr. Götting. 1795. S. 459. sq. welche daher hier noch mitgetheilt werden soll.

§. 133. Andere Auflösung der Aufgabe in §. 126.

I.

I. Aus §. 126. ist $a + x = a \cdot \sec \alpha$; folglich $x = a(\sec \alpha - 1)$. Setzt man nun die Größe eines Erdgrades $= n$ Einheiten eines gewissen Maaßes; die Länge des Kreisbogens von $1^\circ = g = 0{,}0174529\ldots$ (Geom. §. 348.) also $n = a g$; und $\sec \alpha - 1 = \tang \frac{1}{2} \alpha \cdot \tang \alpha$ (Trig. II. 43.): so ist $x = \frac{n}{g} \cdot \tang \frac{1}{2} \alpha \cdot \tang \alpha$.

II. Ist nun die Weite $c = a \cdot \alpha$ §. 126. folglich $\alpha = \frac{c}{a} = \frac{c \cdot g}{n}$ gegeben; so findet man x unmittelbar aus obiger Formel.

III. Ist α unmittelbahr in Graden gegeben; und man will x in geographischen Meilen wissen: so setze man $\alpha = \frac{5400}{2\pi} = \frac{2700}{\pi}$; da dann $x = \frac{2700}{\pi} \cdot \tang \frac{1}{2} \alpha \cdot \tang \alpha$.

IV. Ist α so klein, daß man den Winkel selbst anstatt seiner Tangente setzen darf; so ist $x = \frac{n}{g} \cdot \frac{1}{2} \cdot \alpha^2$, wo $\alpha^2 = \frac{c^2 g^2}{n^2}$ nach II. also $x = \frac{c^2}{n} \cdot \frac{1}{2} g$, und $c^2 = \frac{n \cdot x}{\frac{1}{2} g}$, wie §. 129. gefunden worden.

§. 134. Allgemeine Anmerkung. Noch wäre zu zeigen übrig, wie die Zeit auf unserer Erde abzutheilen sey. Diese Untersuchung, welche ohnstreitig zu der Geographie gehöret, theilt sich wieder in zwey besondere ab, woraus man zwey specielle Wissenschaf-

en, die Gnomonik, und die Chronologie, formirt hat. In jener geſchieht die Abtheilung der Zeit nach der gemeinen oder täglichen Bewegung der Himmelskörper, beſonders der Sonne; in dieſer aber nach der eignen Bewegung der Sonne, und des Mondes. Beyde können hier nur als das fünfte und ſechſte Kapitel der Geographie aufgenommen werden; daher es genügen muß, ihre erſten Gründe zu entwickeln, und das Weitere ſpeciellen Ausführungen zu überlaſſen.

Aſtro-

Astronomische Wissenschaften.

III.

Die Gnomonik.

I. Von der allgemeinen Beschaffenheit der Sonnenuhren.

§. 1.

Erkl. Stundenkreise (Astr. 235.) heißen hier insbesondere solche, die sämtlich um 15 Grad von einander abstehen, und deren einer der Mittagskreis ist.

§. 2. Zus. 1. Die Sonne braucht an jedem Tage eine wahre Stunde, um von einem Stundenkreise §. 1. in den nächsten zu kommen, (Astr. §. 268.) und ist

ist daher des Vormittags in den östlichen, des Nachmittags aber in den westlichen Stundenkreisen, welche nach der Ordnung um das 1. 2. 3. . . fache eines Stundenwinkels von der Mittagsfläche abstehen.

§. 3. Zus. 2. Diese Stundenkreise, deren Ebenen sich sämtlich in der Weltaxe schneiden, theilen den Umring des Aequators in gleiche Stundenbogen ab, welches die Maaße der gleichen Stundenwinkel sind. Die Durchschnitte dieser Stundenkreise mit der Ebene des Aequators heißen Stundenlinien.

§. 4. Zus. 3. (Fig. 54.) Eine Ebene ABCD, in welcher ein Kreis, aus C gezogen, und in 24 gleiche Theile getheilt ist, schneide die horizontale Ebene (des Papieres) in der auf der Mittagslinie NS senkrechten Linie CD, und unter einem der Aequatorshöhe des Orts gleichem Winkel: so wird wegen der grossen Entfernung der Sonne der abgetheilte Kreis die Ebene des Aequators, sein Mittelpunkt C den Mittelpunkt der Himmelskugel, und ein in C auf seine Ebene senkrechter Stift die Weltaxe vorstellen, dieser folglich durch seinen Schatten auf der westlichen Seite die Vormittagsstunden, auf der östlichen die Nachmittagsstunden andeuten. §. 2. 3.

§. 5. Anm. Um der Ebene ABCD die gehörige Neigung gegen den Horizont zu geben, dient ein rechtwinklichter Triangel mit einem der Polhöhe des Orts gleichen Winkel, und der ihm gegenüberstehenden, des Kreises Halbmesser CS gleichen, Seite. Setzt man nämlich diesen Triangel mit der Hypotenuse senkrecht auf den Horizont, daß für die nördliche Halbkugel gedachter Winkel südwärts des andern, der Aequatorshöhe gleichen, zu liegen kommt, und legt den Kreis so, daß sein Mittelpunkt C an den rechten Winkel, und sein Halbmesser CS längst der gedachten Seite liegt, die Linie CD aber senkrecht durch die Mittagslinie NS gehet: so hat die Ebene ABCD die gehörige Lage.

§. 6.

§. 6. Zus. 4. Die also gestellte Ebene §. 5. wird auf der obern oder untern Seite von der Sonne beschienen, je nachdem diese sich in Norden oder in Süden des Aequators befindet, und muß also auf beyden Seiten die gedachte Abtheilung haben, da dann auch der Stift nach unten verlängert wird.

§. 7. Erkl. Eine solche Vorrichtung §. 4. heißt eine Aequinoctialuhr, die wegen §. 6. in die obere und untere eingetheilt wird. Ihre Ebene nämlich ist dem Aequator, und der auf sie senkrechte Stift der Weltaxe parallel, dessen Schatten in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt, und z. E. um 6 Uhr Morgens auf CW, Mittags auf CS, um 6 Uhr Abends auf CO fällt.

§. 8. Anm. Anstatt des Stiftes dient auch eine Platte mit durchlöcherten Punkten, oder mit einer Ritze, wodurch das Licht in einen übrigens beschatteten Raum eindringen kann.

§. 9. Zus. 1. Die nach §. 5. gestellte Ebene, ist bloß für die Oerter der Erde, welche die angenommene Aequatorshöhe haben. Macht man aber solche Ebene mittelst eines Charniers beweglich, daß man sie beliebig an einem Gradbogen nach der Aequatorshöhe eines jeden Ortes neigen kann; so hat man eine allgemeine Aequinoctialuhr.

§. 10. Zus. 2. Nimmt man an, daß die Sonne mit gleichförmiger Bewegung von einem Stundenkreise zum andern gehe; so bewegt sich auch der Schatten des Stifts gleichförmig von einer Stundenlinie zur andern, und es lassen sich daher die Stunden auch noch in kleinere Theile, für Viertelstunden oder gar Minuten, eintheilen.

§. 11.

§. 11. Zus. 3. Stellt man sich die Ebenen durch den Stift und die Stundenlinien, oder die Ebenen der Stundenkreise gehörig erweitert vor, bis sie eine andere beliebig gestellte Fläche treffen: so bestimmen ihre Durchschnitte die Stundenlinien auf dieser Fläche, welche der bis zu derselben verlängerte Stift mit seinem Schatten von Stunde zu Stunde durchläuft.

§. 12. Anm. Hierinn liegt der Grund der ganzen Gnomonik, deren Geschäft es ist, aus der gegebenen Lage einer Fläche, gegen die Ebene der Aequinoctialuhr, die Linien in solcher Fläche zu finden, in denen gedachte Durchschnitte erfolgen. Sollte z. E. die gegebene Fläche die Ebene des Horizonts seyn: so kann man sich die Sache durch eine künstliche Erdkugel erläutern, wenn man solche nach der Polhöhe eines Orts stellt, und in dem Horizonte die Punkte bemerkt, worinn derselbe von den Stundenkreisen §. 1. geschnitten wird; da dann die aus dem Mittelpunkte nach solchen Punkten gezogenen geraden Linien die verlangten Stundenlinien einer Horizontaluhr geben, welche von einem im Mittelpunkte unter der Aequatorshöhe des Orts errichteten Stifte von Stunde zu Stunde beschattet werden.

§. 13. Erklär. Der Weiser, gnomon s. stylus, einer Sonnenuhr, heißt ein der Weltaxe parallel errichteter Stift, der daher als in ihr selbst liegend angenommen wird. Setzt man durch den Weiser eine Ebene lothrecht auf die Uhr: so heißt ihr Durchschnitt mit der Ebene der Uhr, die Linie unter dem Weiser, substylaris.

§. 14. Zus. 1. Von zwey beliebigen Punkten des Weisers fälle man Lothe auf die Ebene der Uhr, und verbinde ihre Durchschnitte in der Ebene mit einer geraden Linie: so giebt diese die Substylarlinie (Geom. §. 409.). Anstatt eines dieser beyden Punkte, dient auch der Punkt, wo der Weiser die Uhr trift.

§. 15. Zus. 2. Der Winkel, welchen der Weiser mit der Substylarlinie macht, ist seine Neigung gegen die Ebene der Uhr. (Geom. §. 378.) Dieser Winkel, die Substylarlinie und der Durchschnittspunkt des Weisers bestimmen die Lage des Weisers. In der Ebene der Aequinoctialuhr sind alle Linien aus dem Mittelpunkte Substylarlinien; aber die Lage des Weisers ist schon ohne sie bestimmt.

§. 16. Erklär. Der Winkel der Uhr mit dem Horizonte heißt ihre Neigung; mit der Mittagsfläche aber ihre Abweichung.

§. 17. Zus. Für die Aequinoctialuhr ist die Neigung der Aequatorshöhe des Orts, und die Abweichung einem rechten Winkel gleich.

§. 18. Erkl. Die Verschiedenheit dieser Winkel giebt verschiedene Arten der Sonnenuhren. Horizontaluhren sind, deren Neigung Null ist. Geneigte Uhren, inclinatae et reclinatae, sind geneigt gegen den Horizont, aber senkrecht auf der Mittagsfläche. Verticaluhren sind auf den Horizont senkrecht, und entweder nach den vier Hauptgegenden gerichtet, oder nicht; da dann im ersten Falle die Morgen- Abend- Mittags- und Mitternachtsuhren, im zweyten aber die abweichenden Uhren entstehen.

§. 19. Zus. Eine Horizontaluhr für die unter dem Aequator Wohnenden, deren Polhöhe Null ist, heißt eine Polaruhr; die Aequinoctialuhr für die unter dem Pole Wohnenden, ist eine Horizontaluhr.

§. 20.

§. 20. Erkl. Die Mittagslinie der Uhr ist ihr Durchschnitt mit der Mittagsfläche, auf welche also des Weisers Schatten zu Mittage fällt.

§. 21. Zus. 1. Die Mittagslinie einer Verticaluhr, die nicht selbst in der Mittagsfläche liegt, ist auf dem Horizont, und dessen Mittagslinie sowohl, als auf ihren Durchschnitt mit dem Horizonte senkrecht. (Geom. §. 415.)

§. 22. Zus. 2. Dieser Verticalfläche Durchschnitt mit dem Horizonte läuft irgendwo mit der Mittagslinie des Horizonts zusammen, weil, wenn beyde parallel wären, auch die Verticalfläche mit der Mittagsfläche parallel seyn würde (Geom. §. 413.) gegen das Angenommene. Dieses Zusammenlaufen muß an einem Orte geschehen, welcher zugleich in der Verticalfläche, und in der Mittagslinie des Horizonts, folglich auch in der Mittagsfläche ist, folglich in beyder Durchschnitte, der Mittagslinie der Uhr; aber auch im Horizonte, folglich da, wo ihn die Mittagslinie der Uhr schneidet.

§. 23. Zus. 3. Da die Mittagslinie der Uhr auf der Mittagslinie des Horizonts sowohl, als auf dem Durchschnitte der Verticalfläche und des Horizonts senkrecht ist §. 21. 22: so ist der Winkel, den diese beyden Linien machen, der Verticalfläche Abweichung §. 16. Geom. §. 379. Demnach findet man die Abweichung einer Verticalfläche, wenn man die Mittagslinie des Horizonts, auf dem sie stehet, bis an die Fläche verlängert, und den Winkel erforscht, welchen die verlängerte Linie mit dem Durchschnitte der Verticalfläche und ihres Horizonts macht.

§. 24. Erkl. Eines Stundenkreises §. 1. Durchschnitt mit der Ebene der Uhr, heißt die zugehörige Stundenlinie der Uhr, und sein Winkel mit der Mittagslinie der Uhr, der zugehörige Stundenwinkel der Uhr.

§. 25. Zus. 1. Der Weiser ist in allen Stundenkreisen, und wirft daher seinen Schatten, wenn die Sonne in einem der Stundenkreise ist, ihr gegenüber in die Ebene dieses Stundenkreises, folglich in die zugehörige Stundenlinie der Uhr.

§. 26. Zus. 2. Der Weiser trift die Uhr in jeder Stundenlinie, und giebt also für jede einen der beyden Punkte §. 14, daß man also nur noch den andern zu suchen hat.

§. 27. Zus. 3. Aus der Zeit, wie lange die Sonne eine Uhr bescheint, findet man, wie viele Stundenlinien zu ziehen sind. z. E. Auf einer Morgenuhr kommen nur die Vormittagsstunden. Eine Horizontaluhr wird zu allen Jahreszeiten, und zu allen Zeiten des Tages (bey uns Früh von 4 Uhr bis Abends um 8 Uhr) beschienen, und ist also die vollständigste unter allen.

2. Von der Verzeichnung der vorzüglichsten Sonnenuhren.

§. 28. Aufg. (Fig. 56.) Ueber der Linie Mm im Horizonte AR stehe eine Aequinoctialuhr AL, deren Mittelpunkt C, Halbmesser und

Mittagslinie CD, und Weiser CF, welcher den Horizont in F trifft; man soll die Länge DF der Mittagslinie des Horizonts aus CD finden.

Aufl. Da DCF = R, und CDF die Aequatorshöhe, folglich DFC die Polhöhe: so ist, wenn man diese $= \varepsilon$, $DC = a$, $DF = b$ setzt, $r : \sin \varepsilon = b : a$, wodurch sich bey gegebenen ε, a aus b, und b aus a berechnen läßt.

§. 29. Zus. 1. Es sey CQ irgend eine Stundenlinie der Aequinoctialuhr und $Dc = DC$. Drehet man nun die Uhr um Mm, daß sie in den Horizont fälle, und DC in der Mittagsfläche bleibt: so wird sich der rechtwinklichte $\triangle CDQ$ so um DQ drehen, daß DC auf Dc, C auf c, und CQ auf cQ fällt, folglich $DCQ = DcQ$, und DFQ derselbe Stundenwinkel der Horizontaluhr, also FQ ihre zugehörige Stundenlinie ist.

§. 30. Zus. 2. Setzt man einen gegebenen Stundenwinkel $DCQ = \alpha$, so ist $r : \tang \alpha = a : DQ$, wodurch sich aus dem angenommenen Halbmesser a der Aequinoctialuhr die Punkte Q, und folglich die Stundenlinien FQ der Horizontaluhr finden lassen.

§. 31. Zus. 3. Hieraus folgt die trigonometrische Verzeichnung der Horizontaluhr: Man nehme bey gegebenen ε. für a eine Linie, die in 1000 Theile getheilt ist, berechne nach §. 28, wieviel solcher Theile auf b kommen, und trage sie von F an, wo der Weiser eingesetzt

gesetzt werden soll, auf die Mittagslinie FD, so kann man den Perpendikel MDm ziehen, und auf ihn von D aus zu beyden Seiten die §. 30. gefundenen Längen tragen.

§. 32. Zus. 4. Da $a = \frac{b \cdot \sin \varepsilon}{r}$ §. 28: so ist §. 30. $DQ = \frac{\tan \alpha \cdot \sin \varepsilon}{r^2} \cdot b$; woraus sich DQ in Theilen der Linie DF finden ließe, welches aber für jede Polhöhe eine eigene Tafel der Längen DQ gäbe. Die Tangente des Stundenwinkels DFQ der Horizontaluhr wäre $\frac{r \cdot DQ}{b} = \frac{\tan \alpha \cdot \sin \varepsilon}{r}$.

§. 33. Erkl. (Fig. 57.) Auf der Mittagslinie DF des Horizonts sey die gerade Linie Mm senkrecht und über derselben die lothrechte Ebene MR: so heißt eine Uhr auf der südlichen Seite dieser Ebene eine Mittagsuhr, auf der nördlichen Seite eine Mitternachtsuhr. Die Mittagsfläche selbst giebt auf der westlichen Seite eine Abenduhr, auf der östlichen Seite eine Morgenuhr.

§. 34. Aufgabe. (Fig. 57.) Die Stundenlinien einer Mittagsuhr zu finden.

Aufl. Der Weiser FH der Horizontaluhr schneide die lothrechte Ebene MR in K, daß F südlich, H nördlich sey: so ist, weil die Punkte K, D, zugleich in der Mittagsfläche, und in der lothrechten Ebene sind, KD

 die

die Mittagslinie der lothrechten Uhr §. 25. Ist nun DFQ $= \alpha$ ein beliebiger Stundenwinkel der Horizontaluhr, so ist Q im Stundenkreise, folgl. ist KQ die zugehörige Stundenlinie der lothrechten Uhr §. 25: Setzt man nun KD $= c$, und wie §. 28. DF $= b$, die Polhöhe DFK $= \varepsilon$: so ist im rechtwinklichten $\triangle$ KDF, $\tang \varepsilon : r = c : b$, oder $b = \frac{r \cdot c}{\tang \varepsilon}$, und $DQ = \frac{\tang \alpha \cdot \sin \varepsilon}{r^2} \cdot b$ §. 32 $= \frac{c \cdot \tang \alpha \cdot \sin \varepsilon}{r \cdot \tang \varepsilon}$. Nun ist $\tang \varepsilon = \frac{r \cdot \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon}$ (Trigon. II. 3.) Folglich ist $DQ = \frac{c \cdot \tang \alpha \cdot \cos \varepsilon}{r^2}$ wonach DQ hier durch KD und $\cos \varepsilon$ eben so, wie bey der Horizontaluhr durch FD und $\sin \varepsilon$, bestimmt wird, daß man also die Mittagsuhr als eine Horizontaluhr unter der Polhöhe $= R - \varepsilon$ ansehen kann.

§. 35. Zus. 1. Hieraus folgt die Verzeichnung der Mittagsuhr: In der lothrechten Ebene über Mm nehme man einen beliebigen Punkt K, durch welchen der Weiser gehen soll, und ziehe von da nach dem Durchschnitt der Ebene mit der Mittagslinie des Horizonts die gerade Linie KD, welche die Mittagslinie der Uhr und zugleich hier die Substylarlinie ist. §. 13. Nun errichte man den Weiser KF in der auf der Uhr lothrechten Ebene unter der Aequatorshöhe DKF des Orts, und ziehe auf beyden Seiten von KD die Stundenlinien wie §. 31.

§. 36. Zus. 2. Für die Mitternachtsseite der lothrechten Ebene MR sind Weiser und Substylarlinie KH,

KN

KN, die Verlängerungen von FK, DK, und die Stundenlinien eben dieselben. Demnach wird diese Uhr, wie die vorige, verzeichnet.

§. 37. Aufg. (Fig. 58.) Die Zeit zu finden, wie lange die Ebene der Mittagsuhr von der Sonne beschienen wird.

Aufl. Die lothrechte Ebene der Uhr liegt in einem Scheitelkreise, welcher auf der Mittagsfläche senkrecht ist. Es sey ZO dieser Scheitelkreis, Z das Zenith, ZH ein Quadrant des Mittagskreises, worinn der Nordpol P, und HO der östliche Quadrant des Horizonts. Nun sey die Sonne in den nördlichen Zeichen, und trete Vormittags zuerst in den Scheitelkreis, oder die Uhrebene, in S: so ist ZPS der Zeitwinkel, und in dem rechtw. $\triangle SZP$, $r : \cot PS = \tan PZ : \cos ZPS$ (Trigon. V. 5.) Nun ist die Ergänzung der Abweichung der Sonne PS sowohl, als der Abstand des Pols vom Scheitel PZ, allemahl spitz. Folglich ist auch ZPS spitz; also geschiehet der Eintritt der Sonne in die Ebene der Uhr noch nicht volle 6 Stunden vor dem Mittage. Da sie nun in den südlichen Zeichen erst nach 6 Uhr aufgehet; so kann diese Uhr keine früheren Vormittagsstunden, als 6, und aus eben den Gründen keine spätern Nachmittagsstunden weisen.

§. 38. Zus. Eben so läßt sich zeigen, daß die Mitternachtsuhr in unsern Gegenden keine ganze Stunde nach 6 Uhr früh und vor 6 Uhr Abends von der Sonne beschienen wird. Demnach weiset sie bloß die Stunden vom Aufgange bis 6 Uhr früh, und von 6 Uhr Abends bis zum Untergange, also diejenigen, wel-

che die Mittagsuhr nicht zeigt, daß also ihre Stundenlinien, die verlängerten Stundenlinien der Mittagsuhr sind.

§. 39. Aufg. (Fig. 59.) Die Stundenlinien einer Abenduhr zu finden.

Aufl. Es sey GH die Abendseite der Mittagsfläche, welche den Horizont in Gg schneidet. Da diese Seite des Vormittags von der Sonne nicht beschienen wird, so können keine Vormittagsstunden drauf verzeichnet werden. Da auch der Weiser in der Fläche selbst nicht angebracht werden kann, wo er keinen Schatten werfen würde, so setze man ihn in gehöriger Lage davor, wie FC, der Weltaxe parallel, und fälle von den Endpunkten auf die Fläche die Perpendikel Ff, Cc. Ist nun auch FD die Mittagslinie der Horizontaluhr, also die Ebene DFC lothrecht, und der Mittagsfläche parallel; so ist Ff die sechste Abendstundenlinie der Horizontaluhr, und der Schatten dieser Stunde im Durchschnitte der Ebene CFf mit der Mittagsfläche, folglich mit FC parallel, folglich fc. Nun sey FV eine andere Stundenlinie der Horizontaluhr, welche Gg in V treffe: so ist die zugehörige Stundenlinie VK der Abenduhr wiederum der Durchschnitt der Ebene VFC mit der Mittagsfläche, also wiederum mit FC, also auch mit fc parallel, daß man demnach blos fV zu suchen hat.

Da VFf den Stundenwinkel DFV zu 90 Grad ergänzt, so ist in dem rechtw. $\triangle$ VFf, Ff : fV $=$ r ; cot DFV $=$ tang DFV : r, folglich aus §. 32.

tang

$\frac{\text{tang}\,\alpha}{r} \cdot \frac{\sin\varepsilon}{} : r = Ff : fV$, also $fV =$

$\frac{r^2}{\text{tang}\,\alpha \cdot \sin\varepsilon}$. $If = \frac{\cot\alpha}{\sin\varepsilon} \cdot Ff$.

§. 40. Zus. 1. Ist Fv eine Stundenlinie der Horizontaluhr, die nach 6 Uhr fällt, so ist wie zuvor $fv = \frac{\cot\alpha}{\sin\varepsilon} \cdot Ff$, aber hier α stumpf, folglich $\cot\alpha$ verneint, welches also $-fv$ giebt, dem vorigen $+fV$ entgegengesetzt.

§. 41. Zus. 2. Hieraus ergiebt sich die Verzeichnung der Abenduhr: Man ziehe in der Mittagsfläche Gg horizontal, und auf sie fc unter der Polhöhe GfC. Durch f und c setze man senkrechte gleiche Stifte, fF, cC, und befestige auf sie den Weiser FC: so ist fc die Stundenlinie für 6 Uhr Nachmittags. Für die übrigen Stunden suche man die Punkte V, v, nach §. 39. 40, und ziehe durch sie VK, vk mit fc parallel.

§. 42. Zus. 3. Bey der Morgenuhr wird der Weiser, wie bey der Abenduhr angebracht, auch sind die Stundenlinien bey beyden einerley, nur daß die Nachmittagsstundenlinien der Abenduhr, und die Vormittagsstundenlinien der Morgenuhr, von der linken zur rechten dessen, der sie ansiehet, einerley Stundenzahlen zugehören.

§. 43. Anm. Das bisher vorgetragene ist ein kurzer Auszug aus Kästners Gnomonik, in dessen Anfangsgründen der angew. Mathematik (woselbst auch noch die allgemeine Theorie der Verticaluhren und der geneigten Uhren beygefügt ist) und mag hier, um den Raum nöthigern Untersuchungen zu sparen, hinreichend seyn, da es dem Anfänger einen deutlichen Begriff von den Gründen der Gnomonik geben, und ihn in den Stand setzen kann, das Weitere hievon aus andern Schriften leicht zu erlernen.

Astronomische Wissenschaften.

IV.

Die Chronologie.

1. Von der Abtheilung der Zeit.

§. 1.

Erkl. Die Zeit, deren Abmessung für das bürgerliche Leben die Chronologie lehret, ist die Folge in der gleichförmigen Bewegung eines der ganzen Erde gegenwärtigen Körpers.

§. 2. Anm. 1. Die Zeit wird nach dem Laufe der Sonne und des Mondes bestimmt. Der Aufgang und Untergang der Sonne geben Tag und Nacht; die abwechselnden Mondesgestalten geben Wochen; der ganze Umlauf des Mondes giebt Monate; der höchste, mittlere, und niedrigste Mittagsstand der Sonne über dem

Horizont giebt Jahreszeiten, und der ganze Umlauf der Sonne Jahre. Zur Zählung der Jahre dienen Jahrreihen, Jahrkreise, und Perioden.

§. 3. Anm. 2. Die Dauer dieser verschiedenen Abtheilungen der Zeit läßt sich mit astronomischer Schärfe bis auf die kleinsten Theile angeben, wozu man aber im bürgerlichen Leben nur ganze Zahlen gebraucht, und die weggelassenen Brüche sammlet, bis sie ein gewisses Ganzes ausmachen. Dieses gehörig zu bewerkstelligen, und die bürgerlichen Zeitabtheilungen den astronomischen aufs möglichste gemäß einzurichten, ist das eigentliche Geschäft der Chronologie.

§. 4. Anm. 3. Diese Wissenschaft giebt deutliche Begriffe von den Zeitabtheilungen, nach denen alle Geschäfte des bürgerlichen Lebens geordnet werden, auch die Begebenheiten, welche die Geschichte erzählt, auf und neben einander folgen. Um solche nun insbesondere den Freunden der Geschichte möglichst zu erleichtern, soll hier in dem ersten Abschnitte das Unentbehrlichste davon, als eine Vorbereitung zu den weitern Untersuchungen zusammengefaßt werden.

§. 5. Erkl. Der natürliche Tag ist die Zeit, zwischen dem Aufgange und Untergange der Sonne, da sie über unserm Horizonte ist; die Nacht ist die Zeit, da sie unter unserm Horizonte verweilet. Die Mitte von jenem heißt Mittag, von diesem Mitternacht.

§. 6. Erkl. Der künstliche Tag, oder Tag schlechthin, ist der natürliche Tag und die Nacht zusammengenommen, oder die Zeit des gemeinen Umlaufs der Sonne, deren Anfang vierfach seyn kann. Der astronomische Tag zählt von einem Mittag bis zum nächsten Mittag 24 gleiche Stunden. Der bürgerliche Tag

1. der Europäer, zählt 12 gleiche Stunden von Mitternacht bis Mittag, und von Mittag wiederum bis Mitternacht.

2. Der Babylonier, zählt 24 Stunden von einem Aufgange der Sonne bis zum nächsten Aufgange.

3. Die

3. Der Juden, zählt 12 Stunden vom Untergange der Sonne bis zum Aufgange, und vom Aufgange wiederum bis zum Untergange.

§. 7. Anm. 1. Die astronomischen und europäischen Stunden heißen gleiche, im Gegensatz der ungleichen oder Planetenstunden der Juden und Babylonier, die nach der Länge und Kürze der natürlichen Tage, bald länger bald kürzer seyn müssen.

§. 8. Anm. 2. Von den Ursachen, den Tag von der Mitternacht anzufangen, vergleiche man Plutarchs moralische Abhandlungen, übers. von Kaltwasser. Dritter Band, Frankfurt a. M. 1786. 2te Abh. 81 Cap. S. 146.

§. 9. Anm. 3. Die astronomischen Stunden unterscheiden sich von unsern bürgerlichen nur am Vormittage, welchen der Astronom noch zum vorhergehenden Tage rechnet. Z. E. Im Jahr 1795 war die Frühlingsnachtgleiche am 20 März früh um 1 Uhr 14 Minuten bürgerlicher Zeit, oder den 19 März 13 Stunden 14 M. astronomisch; die Sonnenwende aber den 20 Jul. Abends um 11 Uhr 28 M. nach bürgerlicher und astronomischer Zeit.

§. 10. Anm. 4. Man muß auch laufende Zeit, currens, und verflossene, completum, solidum, unterscheiden. Denn Stunden und kleinere Zeittheile zählt man, wenn sie verflossen sind; Tage aber, und größere Zeittheile zählt man schon, sobald sie ihren Anfang genommen haben. So war z. E. der 1 Januar 1701 der Anfang des ersten Jahres des 18ten Jahrhunderts.

§. 11. Erkl. Die Woche, hebdomas, ist eine Zeit von 7 Tagen, so lang ohngefähr die Dauer von einer der vier Mondsgestalten bis zur andern ist.

§. 12. Anm. 1. Dieses ist die älteste Art von Wochen. Die Griechen, so wie nun die Neufranken, hatten Wochen von 10 Tagen, Decades; die Römer von 8 Tagen, Ogdoades, da erst im 5ten Jahrhunderte unter Justinian I. die 7tägigen Wochen in die christlichen Kalender kamen.

§. 13. Anm. 2. Die Nahmen der 7 Wochentage, den Sonnabend für den ersten genommen, lassen sich nach Dio Cassius 37 Buch 19 Cap. aus einem astrologischen Aberglauben erklären. Man zähle nähmlich in der Ptolemäischen Weltordnung die Planeten von oben

nach

nach unten ♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿ ☾, lasse sie nach der Reihe die Stunden beherrschen, und benenne jeden Tag nach dem Planeten der ersten Stunde, so erhält man diese Folge: dies Saturni, Solis, Lunae, Martis, Mercurii, Jovis, Veneris.

Denn in den ersten 21 Stunden eines jeden Tages, kommen alle 7. Planeten dreimahl herum, und es fällt also auf die erste Stunde des folgenden Tages derjenige, der nach dem Planeten der ersten Stunde des vorhergehenden Tages, der vierte in der Ordnung ist.

§. 14. Erkl. Der Monat, Mensis, (nämlich der Mondenmonat) von einem Neumond zum andern, oder der synodische Monat (Astr. §. 550. III.) enthält 29 T. 12 St. 44 M. 3 S. wird aber im bürgerlichen Leben zu $29\frac{1}{2}$ T. oder abwechselnd zu 29 und 30 T. gesetzt.

§. 15. Anm. 1. Diejenigen Völker, die den synodischen Monat nicht gehörig zu berechnen wissen, haben einen Erleuchtungsmonat, wenn der Mond, nach der Conjunction zuerst erscheint, bis wieder dahin.

§. 16. Anm. 2. Der Mondenmonat kann gleich zu einem Beyspiel dienen, auf welche Art die bürgerliche Abtheilung der Zeit, die immer volle Tage zählet, mit der astronomischen, die den Lauf der Himmelskörper, auch in den kleinsten Zeittheilen angiebt, in Uebereinstimmung gebracht werden könne, welches das Hauptgeschäfte der Chronologie ist §. 3. Denn da der bürgerliche Monat zu $29\frac{1}{2}$ T. folglich um 44 M. 3 S. zu klein angenommen wird, welches in 33 Monaten 1 T. 13 M. 39 S. beträgt: so giebt man dem 33sten Monate noch 1 Tag zu, welches Einschaltung, intercalatio, heißt; da dann 33 bürgerliche Monate von eben so vielen synodischen nur noch um 13 M. 39 S. unterschieden sind.

§. 17. Erkl. Ein Mondenjahr, ist die Zeit von 12 Mondenmonaten, und zwar das bürgerliche von 12 bürgerlichen Monaten, oder von 354 Tagen; das astronomische von 12 synodischen Monaten, oder von 354 T. 8 St. 48 M. 36 S. §. 14.

§. 18.

§. 18. Erkl. Ein Sonnenjahr, oder Jahr schlechthin, ist die Zeit, in welcher die Sonne die Ecliptik durchläuft, und zwar das tropische Jahr (Astr. §. 285.) von einer Nachtgleiche oder einem Sonnenstande bis wieder dahin, welches 365 T. 5 St. 48 M. 48 S. also noch nicht $365\frac{1}{4}$ T. enthält. Der zwölfte Theil des Sonnenjahres heißt ein Sonnenmonat, oder Monat schlechthin.

§. 19. Anm. Man findet die Jahre bey verschiedenen Völkern, und zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden. Einige, wie noch jetzt die Türken, und Araber, bedienten sich der Mondenjahre, andere gebrauchten das Sonnenjahr, welches man seit den ältesten Zeiten zu 360 Tagen setzte, ob es gleich die Gelehrten in Aegypten schon 18 Jahrhunderte v. C. zu 365 T. annahmen. Auch war der Anfang des Jahres bey verschiedenen Völkern verschieden:

§. 20. Erkl. Das römische Jahr des Romulus zu 304 Tagen, fing mit dem Frühlinge an, und hatte nur 10 Monate: Martius, Aprilis, Maius, Junius, Quintilis, Sextilis, September, October, November, December, von denen 6 zu 30, und 4 zu 31 Tagen angesetzt waren. Numa fügte noch 2 Monate hinzu, den Januarius zu Anfang, und den Februarius zu Ende des Jahres, so daß 1 Monat 28, 7 Monate 29 und 4 Monate 31 Tage bekamen, also ein Mondenjahr von 355 Tagen entstand; auch verordnete er für den Lauf der Sonne, daß in jedem zweyten Jahre ein Schaltmonat, Merkedonius, abwechselnd zu 22 und 23 Tagen nach dem 23 Februar, da die Terminales gefeyert wurden, folgen, aber jedesmal im 20sten Jahre weggelassen werden sollte. Die Decemvirn fanden für gut, den Februarius gleich nach den Januarius zu setzen, und die Besorgung der Einschaltung den Oberpriestern zu überlassen, durch deren Vernachlässigung zur Zeit des Julius Cäsars 67 Tage verlohren gegangen waren.

§. 21.

§. 21. Erkl. Die Julianische Jahrform beruhet auf der Verordnung des Jul. Cäsars, daß jedesmal auf 3 gemeine Jahre von 365 Tagen, ein Schaltjahr von 366 Tagen folgen sollte, wodurch also das Sonnenjahr zu 365 $\frac{1}{4}$ T. angesetzt ward.

§. 22. Anm. Um das bürgerliche Jahr der Römer vor dieser neuen Jahrform wieder in Ordnung zu bringen, ließ Jul. Cäsar das Jahr 708 n. R. E. (annus confusionis) aus 355 Tagen des Mondenjahres, aus 23 T. des Merkedonius, und den 67 verlohren gegangenen Tagen, also zusammen aus 445 Tagen bestehen.

§. 23. Das erste Julianische Jahr, war das Jahr 709. n. R. E. oder das Jahr 45 v. C. und ein Schaltjahr, welches Cäsar um der Römer willen, die an Mondenjahre gewöhnt waren, mit einem Neumonde anfing welcher damals 8 Tage nach dem Wintersolstitio eintrat.

§. 24. Jul. Cäsar setzte den Aprilis, Junius, September, November zu 30 T. den Februarius zu 28 oder 29 T. und die übrigen Monate zu 31 Tagen. Der Schalttag sollte nämlich nach dem 23. Febr. also der 24 Febr. (VI. ante Kalendas) seyn, welcher alsdann bissextus hieß, daher das Schaltjahr, intercalaris, auch bissextilis genennt wird. Der Monat Quintilis, in welchem Jul Cäsar gebohren war, ward nun nach ihm der Julius genannt, so wie nachher der Sextilis den Nahmen Augustus erhielt, zum Andenken, daß in diesem Monate die bürgerlichen Kriege durch den Augustus geendigt waren.

§. 25. Anm. Der 24 Febr. (VI. ante Kalendas) ist auch noch durch ein Fest merkwürdig, welches die Römer an diesem Tage zum Andenken der Vertreibung der Könige feyerten. Mit den Nahmen der Monate sollten nachher noch mehrere Veränderungen geschehen

schehen, indem Commodus den Augustus nach sich selbst, den September nach dem Herkules; Domitianus den September nach dem Germanicus, und den October nach sich selbst benannte; aber nach dem Tode der Tyrannen wurden ihre Veränderungen wieder aufgehoben.

§. 26. Zus. Da das Julianische Jahr um $11\frac{1}{4}$ M. zu groß angenommen ist §. 18, welches in 400 Jahren 3 Tage 3 Stunden beträgt: so war zur Zeit der Nicäischen Synode J. 325 n. C. die Frühlingsnachtgleiche, welche zu Cäsars Zeit den 24 März fiel; auf den 21sten gerückt, wo sie nach der Verordnung der Synode fernerhin bleiben sollte, aber aus vorigen Gründen nicht blieb, so daß sie zur Zeit des Pabstes Gregorius XIII den 11ten März, also 10 Tage früher eintraf.

§. 27. Erkl. Die Gregorianische Jahrform oder der neue Styl, zum Unterschiede von der Julianischen Jahrform, oder dem alten Styl, beruhet auf der Verordnung des Pabstes Gregorius XIII, daß im Jahre 1582 die überflüssigen 10 Tage ausgelassen, und künftig immer in 400 Jahren drei Schalttage wegfallen sollten, so daß jedes Säcularjahr, welches nach der Julianischen Jahrform ein Schaltjahr seyn sollte, dreymal hintereinander ein gemeines Jahr wäre, das viertemal aber ein Schaltjahr bliebe.

§. 28. Wegen der weggelassenen 10 Tage, schrieb man im Jahr 1582 anstatt des 5ten Octobers gleich den 15ten. Wegen des wegzulassenden Schalttages blieb 1600 ein Schaltjahr, 1700, 1800, 1900 werden gemeine Jahre, 2000 aber bleibt wieder ein Schaltjahr.

§. 29.

§. 29. Der neue Styl unterscheidet sich daher vom alten, daß jener von 1582 bis 1700 zehn, von 1700 bis 1800 eilf, von 1800 bis 2000 zwölf Tage mehr zählet als dieser. Wenn man also im gegenwärtigen Jahrhunderte $\frac{1}{12}$ Januar schreibt, so bedeutet dies den 1 Jan. des alten, und den 12ten Jan. des neuen Styls.

§. 30. Anm. Die Gregorische Jahrform ward in Europa sogleich von allen Catholischen Staaten angenommen, die übrigen aber behielten die Julianische noch bey. Im Jahre 1700 nahmen die Protestanten in Deutschland, Schweitz, Holland, und Dänemark, den neuen Styl an, welches auch Grosbrittanien im Jahr 1752, und Schweden im Jahr 1753 thaten; daß also bis jetzt nur noch Rußland den alten Styl hat. Im Jahr 1700 nahmen die Protestanten in Deutschland und der Schweitz auch noch die Festrechnung der Catholiken an, welche sie bisher astronomisch geführt hatten.

§. 31. Erkl. Eine Zeitreihe, oder Zeitrechnung, aera, ist eine fortlauffende Reihe von Jahren, deren Anfang Epoche heißt.

§. 32. Erkl. Zu den vornehmsten Zeitreihen gehören: die Weltjahrrechnung von der Mosaischen Schöpfung an; die Römische, von Erbauung Roms an; die Griechische, oder Olympische, nach Olympiaden von 4 Jahren; und die gemeine Jahrrechnung der Christen, aera communis, s. christiana, von Christo an. Letztere heißt auch Dionysiana, von dem Abte Dionysius Exiguus, welcher sie im J. C. 532. zuerst in Vorschlag gebracht hat.

§. 33. Die Vergleichung der gemeinen Jahrrechnung mit der Römischen und Olympischen kann mittelst der Astronomie auf folgende Art geschehen: Der Tod des Kaisers Augustus erfolgte im J. R. 767, und noch im selben Jahre eine Mondsinsterniß in Pannonien,

stien, welche nach den astronomischen Berechnungen in das Jahr C. 14 fällt. Demnach ist das J. R. 754 das erste Jahr der christlichen Jahrrechnung, also Rom 753 J. v. C. erbauet. Nun fällt Roms Erbauung in das 3te Jahr der 6ten Olympiade, d. i. in das 23ste Olympische Jahr. Folglich ist das erste Olympische Jahr das Jahr 776 v. C.

§. 34. Zus. 1. Das erste Julianische Jahr oder das J. R. 709 ist also das Jahr 45 v. C. und war ein Schaltjahr §. 23. Demnach ist das erste Jahr v. C. also auch das 4te Jahr n. C. und so weiter jedes 4te Jahr der gemeinen Jahrrechnung ein Schaltjahr.

§. 35. Zus. Dividirt man ein gegebenes Jahr Christi mit der Zahl 4, und die Division geht auf, so ist solches ein Schaltjahr, wie z. E. jedes Säcularjahr, wofern die Ausnahme §. 27. nicht statt findet; bleibt aber ein Rest, so zeigt solcher, das wievielste nach einem Schaltjahre es sey.

§. 36. Erkl. Ein Zeitkreis, Zeitcirkel, ist eine wiederkehrende Reihe von Jahren, d. i. eine gewisse Anzahl von Jahren, welche immer wieder von vorne an gezählt wird.

§. 37. Erkl. Eine wiederkehrende Reihe von 28 Jahren heißt der Sonnencirkel; von 19 Jahren der Mondcirkel, und von 15 Jahren der Indictionscirkel. Die nähere Beschaffenheit dieser Cirkel folgt im zweyten Abschnitte; hier genüge es vorläufig blos ihre Größe zu wissen.

§. 36. Der Urheber der gemeinen Jahrrechnung §. 32. setzte das erste Jahr derselben, welches am 23

Tage nach dem Neumonde und mit einem Sonnabend anfing, zum zehnten im Sonnencirkel, zum zweyten im Mondcirkel, und zum vierten im Indictionscirkel.

§. 39. Zus. Hienach findet man die Zeitkreise, nach der Ordnung §. 37, für jedes gegebene Jahr der gemeinen Jahrrechnung, wenn man zu demselben nach der Ordnung 9, 1, 3, addirt, und die Summe nach der Ordnung mit 28, 19, 15, dividirt. Geht einer dieser Divisoren auf, so ist das gegebene Jahr das letzte in solchem Cirkel; bleibt aber ein Rest, so zeigt solcher, das wievielste Jahr in solchem Cirkel es sey. Z. E. $\frac{1796+9}{28}$ läßt den Rest 13; $\frac{1796+1}{19}$ den Rest 11; $\frac{1796+3}{15}$ den Rest 14. Demnach ist das J. C. 1796 das 13te, 11te, 14te in den Cirkeln §. 37.

§. 40. Erkl. Eine Periode heißt ein zusammengesetzter Zeitkreis; insbesondere die Julianische Periode eine wiederkehrende Reihe von 7980 Jahren, als dem Produkte aus obigen drey Zeitkreisen 28, 19, 15, welche sich sämmtlich mit dem ersten Jahre dieser Periode anfangen. Die Zahlen solcher Zeitkreise für jedes Jahr der Periode heißen die Kennzeichen, characteres chronologici, dieses Jahres, von denen das Nähere im zweyten Abschnitte.

§. 41. Anm. Joseph Scaliger gest. 1558 soll nach Petav diese Periode von den Griechen zu Constantinopel erhalten haben. Einige meynen, daß er sie nach seinem Vater Julius Cäsar Scaliger benannt habe; Petav sagt, nach den Julianischen Jahren, welche diese Periode zählt.

§. 42.

§. 42 Aufg. Die Kennzeichen der Zeit für jedes gegebene Jahr der Julianischen Periode zu finden.

Aufl. Man dividire das gegebene Jahr mit den Zahlen 28, 19, 15: so giebt der Rest das Jahr im ersten Falle des Sonnencirkels, im zweyten des Mondcirkels, und im dritten des Indictionscirkels. Bleibt irgendwo kein Rest, so zeigt dies das letzte Jahr in solchem Cirkel an. Die gefundenen Quotienten zeigen, wieviel ganze Cirkel verflossen sind.

Z. E. Für das Jahr 4714 d. J. P. findet man durch solche Divisionen die Quotienten 168, 248, 314, und die Reste 10, 2, 4. Demnach ist dieses das 10te im Sonnencirkel, das 2te im Mondcirkel, und das 4te im Indictionscirkel.

§. 43. Anm. Die umgekehrte Aufgabe, aus den gegebenen Kennzeichen der Zeit, das zugehörige Jahr der Julianischen Periode zu finden, soll im zweyten Abschnitte aufgelöset werden.

§. 44. Zus. 1. Da das erste Jahr der gemeinen Jahrrechnung eben die Kennzeichen 10, 2, 4 hat §. 38: so fällt dasselbe in das Jahr 4714 der J. P.

§. 45. Zus. 2. Addirt man ein gegebenes Jahr der gemeinen Jahrrechnung zu der Zahl 4713: so giebt die Summe das Jahr d. J. P. zu dem man die Kennzeichen nach §. 42. findet; welches anstatt §. 39. dienen kann.

§. 46. Zus. 3. Bestimmt man die Epochen anderer Aeren nach Jahren unserer gemeinen Aere: so finden

det man aus §. 44. das zugehörige Jahr d. J. P. und kann hiedurch alle Jahrrechnungen der Völker bequem mit einander vergleichen.

Z. E. Das Jahr 767 n. R. E. war das Jahr 14 n. C. §. 33. folglich das Jahr 4727 d. J. P. §. 44. Demnach ist das 1ste Jahr Roms das Jahr 3961 d. J. P. also der Anfang der Olympischen Jahrrechnung, 23 Jahr zuvor, das Jahr 3938 d. J. P.

§. 47. Anm. 1. Bey dieser Vergleichung macht zuweilen der verschiedene Anfang des Jahres bey den Völkern einen Unterschied. Z. E. Die Olympischen Spiele wurden im ersten Monate nach dem Sommersolstitio gehalten, daher fällt iedes Olympische Jahr von der Mitte eines Julianischen Jahres bis zur Mitte des nächstfolgenden. Z. E. Das 1ste Olympische Jahr erfüllt die zweyte Hälfte des J. 3938 d. J. P. und die erste Hälfte des nächstfolgenden Jahres. Auch kömmt zuweilen ein kleiner Unterschied von der Art zu zählen her. Z. E. Das Jahr 4714 d. J. P. ist das erste Jahr Christi, also ist das Jahr 4713 d. J. P. das erste Jahr vor Christo, welches aber die Astronomen Null setzen. La Lande Astr. art. 1330. Daher ist z. E. der Anfang der Olympiaden 753 J. v. E. nach den Chronologen, aber 752 J. v. E. nach den Astronomen.

§. 48. Anm. 2. Die Vergleichung §. 46. ist besonders bey der sogenannten Weltjahrrechnung nöthig, worinn der hebräische, samaritanische, und griechische Text der mosaischen Erzählung, und die mancherley Auslegungen des hebräischen Textes, von einander abweichen, wie aus folgender kurzen Uebersicht erhellet:

1. Unterschied der Texte.

		hebr.	samar.	griech.
I.	bis zur Sündfluth	1656.	1307.	2262.
II.	bis Abrahams Geburt.	292.	942.	1072.
	Summe der Jahre	1948.	2249.	3334.

2. Aus-

2. Ausleger des hebr. Textes.

	Bengel.	Scaliger.	Petav.	Usser.
I. bis Sündfluth	1656.	1656.	1656.	1656.
II. bis Abrah. Beruf	365.	367.	367.	427.
III. bis Mosis Ausführung.	424.	429.	429.	429.
IV. bis Tempelbau	479.	479.	519.	479.
V. bis Cyrus	480.	480.	474.	474.
VI. bis Christus	538.	538.	538.	538.
Summe der Jahre	3942.	3949.	3983.	4003.
Schöpfung im J. d. J. P.	772.	765.	731.	711.

2. Von den Kennzeichen der Zeit.

§. 49. Erklär. Kennzeichen der Zeit, characteres chronologici, sind Merkmahle, woran man Zeiten von einander unterscheidet.

§. 50. Anm. Sie sind theils natürliche, dergleichen die Sonnen und Mondfinsternisse sind, theils künstliche, dergleichen die Zeitkreise §. 36. sind, welche hier näher angegeben werden sollen. Z. E. nach §. 42. sind die Kennzeichen des J. 4714. d. J. P. 10, 2, 4, welche Zahlen zusammen keinem andern Jahre d. J. P. zukommen.

§. 51. Erklär. Wenn man die ersten 7 Tage des Jahrs mit den 7 ersten Buchstaben des Alphabets bezeichnet, die 7 folgenden Tage wieder so, und so fort durchs ganze Jahr: so wird jedem Wochentage ein bestimmter Buchstabe zugeeignet; da dann der dem Sonntage zugehörige der Sonntagsbuchstabe, littera dominicalis, heißt.

§. 52. Zus. 1. Durch den Sonntagsbuchstaben ist auch der Buchstabe eines jeden Wochentages, und der erste Wochentag des Jahres bestimmt. Z. E. Ist

der Sonntagsbuchstabe B, so ist A für den Sonnabend und das Jahr fängt sich mit einem Sonnabend an.

§. 53. Zus. 2. Durch den ersten Wochentag des Jahres ist auch der Sonntagsbuchstabe, und dadurch der Buchstabe eines jeden Wochentages bestimmt. Z. E. Fängt sich das Jahr mit einem Freytage an, so ist C für den Sonntag, D für den Montag u. s. w.

§. 54. Zus. 3. Da der erste Januar stets A hat, so läßt sich der Buchstabe für den ersten eines jeden Monats finden; weil alle Buchstaben in 4. 7 Tagen herumkommen, folglich am 29sten die Reihe wieder von vorne anfängt. Hierdurch erhält man folgende Buchstabentafel für den ersten eines jeden Monats:

A. Januar. 31 T.	B. May. 31	F. September. 30
D. Februar. 28	E. Junius 30	A. October. 31
D. März. 31	G. Julius 31	D. November. 30
G. April. 30	C. August 31	F. December. 31

§. 55. Diese Buchstabenreihe auch in einem Schaltjahre unverändert zu erhalten, hat man dem Schalttage den Buchstaben E des vorhergehenden 23. Februar gelassen; wodurch freylich eine andere Buchstabenreihe für die Wochentage vom Schalttage an entstehet, davon das Nähere im Folgenden.

§. 56. Zus. 4. Aus dem Sonntagsbuchstaben eines Jahres läßt sich für jeden Tag des Jahres der Wochentag bestimmen. Z. E. man will wissen, was der 20ste Nov. im J. 1795. 96. für ein Wochentag ist: Für das Jahr 1795 ist der Sonntagsbuchstabe D, folglich

lich nach §. 54. der 1ste und 22ste Nov. ein Sonntag, also der 20ste Nov. ein Freytag. Für das J. 1796 ist nach dem Schalttage der Sonntagsbuchstabe B, folglich der erste und 22ste Nov. ein Dienstag, also der 20ste Nov. ein Sonntag.

§. 57 Zus. 5. Bestünde das Jahr aus 52 vollen Wochen, d. i. 364 Tagen, so behielten die Wochentage einerley Buchstaben durch alle Jahre. Da aber ein gemeines Jahr 1 Tag, und ein Schaltjahr 2 Tage drüber hat: so endigt jenes mit demjenigen Wochentage, womit es anfing, dieses aber mit dem nächstfolgenden, wodurch zugleich der erste Wochentag des folgenden Jahres bestimmt wird.

Z. E. Das Jahr 1795 fängt mit einem Donnerstage an, und schließt sich auch damit; das Jahr 1796 fängt mit einem Freytage an, schließt sich aber mit einem Sonnabend.

§. 58. Zus. 6. Hiedurch ändert sich also die Bedeutung der Buchstaben, folglich auch der Sonntagsbuchstabe. Jeder Wochentag nämlich erhält im zweyten Jahre den Buchstaben, der nach der angenommenen Ordnung vor demjenigen vorhergehet, den er das erste Jahr hatte.

Z. E. A bedeutete im J. 1795 einen Donnerstag, aber im Jahr 1796 einen Freytag, wo also auf den Donnerstag der Buchstabe G fällt, der vor A vorhergehet. Der Sonntagsbuchstabe war demnach im Jahr 1795 D, und wird im Jahre 1796 C, der vor D vorhergehet.

§. 59. Zus. 7. Obgleich nach einem Schaltjahre sich der Sonntagsbuchstabe um 2 Stellen verrücken müßte; §. 57: so bleibt doch obiges Gesetz, wenn man auf den Sonntagsbuchstaben siehet, der nach dem Schalttage gilt. Denn da dieser den Buchstaben E des vorhergehenden 23 Febr. beybehält §. 55, welcher also von da an den nächstfolgenden Wochentag bedeutet: so bekömmt ein Schaltjahr zwey Sonntagsbuchstaben den einen vor, den andern nach dem Schalttage, und letzterer gehet um eine Stelle vor dem erstern vorher, daß also der Sonntagsbuchstabe des folgenden Jahres um eine Stelle vor dem zweyten, um zwey Stellen vor dem ersten Sonntagsbuchstaben des Schaltjahres vorhergehet.

Z. E.	1791. A. Sonnabend	B	Sonntag
	1792.	AG	Sonntag
	1793. A. Dienstag	F	Sonntag
	1794. A. Mittewoch	E	Sonntag
	1795. A. Donnerstag	D	Sonntag
	1796. A. Freytag	CB	Sonntag
	1797.	A	Sonntag
	1798. A. Montag	G	Sonntag

§. 60. Zus. 8. Wären lauter gemeine Jahre: so würde nach einem Cykel von 7 Jahren das Jahr wieder mit demselben Wochentage anfangen, womit das erste Jahr anfing. Da aber das nächste Jahr nach dem Schaltjahre seinen Anfang um 2 Tage später hat: so kann erst nach 7 Schaltjahren, d. i. nach einem Cykel von 4 . 7 Jahren, dieselbe Folge der Wochentage, also auch der Sonntagsbuchstaben wieder kommen.

§. 61.

§. 61. Erkl. Eine wiederkehrende Reihe von 28 Jahren, nach deren Verlauf dieselbe Folge der Sonntagsbuchstaben wieder eintritt, heißt der Sonnencirkel, eigentlich Sonntagsbuchstabencirkel.

§. 62. Zus. 1. Da das erste Jahr der gemeinen Jahrrechnung das 10te im Sonnencirkel, und das erste nach einem Schaltjahre war, auch mit einem Sonnabend anfing, §. 38: so erhält man den Julianischen Sonnencirkel, wenn man für das 10te Jahr B, für das 9te DC setzt, und die übrigen Buchstaben rückwärts nach §. 19. folgen läßt. Hieraus entsteht folgender

Julianischer Sonnencirkel.

1. GF	8. E	15. C	22. A
2. E	9. DC	16. B	23. G
3. D	10. B	17. AG	24. F
4. C	11. A	18. F	25. ED
5. BA	12. G	19. E	26. C
6. G	13. FE	20. D	27. B
7. F	14. D	21. CB	28. A

Hienach wird das 29ste Jahr wieder GF bekommen, also dieselbe Reihe wieder von vorne angehen.

§. 63. Zus. 2. Das J. C. 1582 war das 23ste im Sonnencirkel §. 39. und hatte den Sonntagsbuchstaben G. §. 62. Daher war der erste und 15te October, der A hat, §. 54, ein Montag, also der 5te E ein Freytag. Nun fielen nach §. 27. zehen Tage hinweg, daß aus dem 5ten Oct. der 15te, also ein Freytag ward, aber seinen Buchstaben beybehielt, folglich für die übrige Zeit dieses Jahres der Sonntagsbuchstabe

stabe C war. Setzt man also im Julianischen Sonnencirkel §. 62. die Sonntagsbuchstaben immer um 3 Stellen zurück, so entsteht folgender

Gregorianischer Sonnencirkel. 1582 – 1700.

1.	CB	8.	A	15.	F	22.	D
2.	A	9.	GF	16.	E	23.	C
3.	G	10.	E	17.	DC	24.	B
4.	F	11.	D	18.	B	25.	AG
5.	ED	12.	C	19.	A	26.	F
6.	C	13.	BA	20.	G	27.	E
7.	B	14.	G	21.	FE	28.	D

§. 64. Zus. 3. Das Jahr 1700 war das erste im Sonnencirkel §. 39, und hatte die Sonntagsbuchstaben CB §. 63, verlohr aber seinen Schalttag §. 28, daß also C das ganze Jahr hindurch blieb, und 1701 oder das 2te Jahr im Sonnencirkel den Sonntagsbuchstaben B bekam. Hienach entsteht aus §. 63. folgender

Gregorianischer Sonnencirkel. 1700 – 1800.

1.	DC	8.	B	15.	G	22.	E
2.	B	9.	AG	16.	F	23.	D
3.	A	10.	F	17.	ED	24.	C
4.	G	11.	E	18.	C	25.	BA
5.	FE	12.	D	19.	B	26.	G
6.	D	13.	CB	20.	A	27.	F
7.	C	14.	A	21.	GF	28.	E

§. 65. Zus. 4. Das Jahr 1800 ist das 17te im Sonnencirkel §. 39, und hat die Sonntagsbuchstaben ED §. 64; verliehrt aber seinen Schalttag §. 28, daß also E das ganze Jahr hindurch bleibt, und 1801, oder

das

das 18te Jahr im Sonnencirkel, den Sonntagsbuchstaben D erhält. Hienach entsteht aus §. 64. folgender

Gregorianischer Sonnencirkel. 1800 – 1900.

1.	ED	8.	C	15.	A	22.	F
2.	C	9.	BA	16.	G	23.	E
3.	B	10.	G	17.	FE	24.	D
4.	A	11.	F	18.	D	25.	CB
5.	GF	12.	E	19.	C	26.	A
6.	E	13.	DC	20.	B	27.	G
7.	D	14.	B	21.	AG	28.	F

§. 66. Zus. 5. Für jeden Tag eines gegebenen Jahres findet man den Wochentag, wenn man aus den Tafeln §. 62 – 65. den Sonntagsbuchstaben sucht, und denselben mit der Tafel §. 54. vergleicht. Z. E. Will man den Wochentag des 20sten Novemb. für die Jahre 1537, 1637, 1737, 1837 wissen: so addire man nach §. 39. die Zahl 9 zu den gegebenen Jahren, und dividire die Summen mit der Zahl 28, wodurch man die Sonnencirkel 6, 22, 10, 26 findet. Diese geben nach §. 62 – 65. die Sonntagsbuchstaben G, D, F, A. Nun hat nach §. 54. der 1ste Nov. D, also der 20ste Nov. B. Folglich ist dieser im Jahr 1537 ein Dienstag, 1637 ein Freytag, 1737 ein Mittewoch, 1837 ein Montag.

Von den seltsamen Folgen der Unwissenheit in dergleichen Kenntnissen giebt Kästner Anfangsgr. der angew. Mathem. Chronologie §. 32. ein merkwürdiges Beyspiel.

§. 67. Erkl. Das Julianische Jahr §. 21. übertrift das astronomische Mondenjahr §. 17. um 10 T.

21 St. 11 M. 24 S., oder um 11 Tage weniger 2 St. 48 M. 36 S. also beynahe um 11 Tage. Summirt man diese 11 Tage, und subtrahirt 30 von der Summe so oft solche > 30 wird, so erhält man eine Reihe von Zahlen, welche man nach der Ordnung in jedem Jahre addiren muß, um das Alter des Mondes zu finden. Diese Zahlen heißen die jährlichen Mond-Epacten.

§. 68. Zus. 1. Gesetzt, eine gewisse Mondgestalt, z. E. der Neumond fiele in einem Jahre auf den Tag Z, so ist derselbe im 1sten Jahre darauf 11 Tage vor Z vorhergegangen, im 2ten Jahre 22 Tage, im 3ten 33, also auch 3 Tage u. s. w. daß also 11, 22, 3 .... die Mondepacten des 1. 2. 3 .... Jahres sind.

§. 69. Zus. 2. Setzt man die Rechnung §. 68. fort: so findet man für das 19te Jahr die Epacte XVIII, daß also im 20sten Jahre der Neumond 29 Tage vor dem Tage Z vorhergegangen ist, folglich nun wieder auf den Tag Z fällt, wie vor 19 Jahren, und dieselben Epacten, wie zuvor auf einander folgen.

§. 70. Erkl. Eine wiederkehrende Reihe von 19 Jahren, nach deren Verlauf dieselbe Folge der Epacten wieder eintritt, also die Neumonde, und andere Mondsgestalten wieder auf dieselben Tage des Jahres fallen, heißt der Mondcirkel, oder eigentlich der Epactencirkel; die Zahlen dieser Jahrreihe heißen die güldenen Zahlen.

§. 71. Zus. 1. Da das erste Jahr der christlichen Jahrrechnung das 2te im Mondcirkel war, und am 23sten Tage nach dem Neumonde anfieng §. 38, also die Epacte XXII. hatte: so entsteht nach §. 68. folgende der

Julia-

Julianischer Epactencirkel.

1. XI	7. XVII	13. XXIIII
2. XXII	8. XXVIII	14. IV
3. III	9. IX	15. XV
4. XIV	10. XX	16. XXVI
5. XXV	11. I	17. VII
6. VI	12. XII	18. XVIII
		19. XXIX.

§. 72. Anm. 1. Zur Erläuterung dieser Rechnung diene folgendes: Gesetzt, der Neumond fiele auf den ersten Tag eines Jahres: so wäre keine Epacte, oder so wäre die Epacte Null oder dreyßig. Alsdann fällt der 13te Neumond dieses Jahres nach 12 . $29\frac{1}{2}$ d. i. nach 354 Tagen, also nach den 20. Dec.. Nun sind vom 20 bis 31 Dec. noch 11 Tage. Folglich ist der Mond am Anfange des folgenden 1sten Jahres 11 Tage alt, oder die Epacte ist XI. daß also der erste Neumond dieses Jahres auf den 20. Jan. und der 12 Neumond nach 11 . $29\frac{1}{2}$ d. i. nach 324 Tagen, also nach den 9. Dec fällt. Nun sind vom 9ten bis 31 Dec. 22 Tage. Folglich ist der Mond am Anfange des folgenden 2ten Jahres 22 Tage alt, oder die Epacte ist: XXII, daß also der 1 Neumond dieses 2ten Jahres auf den 9ten Jan. und der 13 Neumond nach 12 . $29\frac{1}{2}$ d. i. nach 354 Tagen nach dem 28. Dec. fällt, folglich für das 3te Jahr die Epacte III wird. u. s. w.

§. 73. Anm. 2. Bey dieser Rechnung werden jährlich 2 St. 48 M. 36 S. zu viel hinzugesetzt §. 67. welches in 19 Jahren 2 T. 5 St. 23 M. 24 S. beträgt. Da aber hiebey 7 . 30 anstatt 7 . $29\frac{1}{2}$ T. abgezogen werden, wenn die Summe der Epacten über 30 ist, also 3 Tage 6 St. zu viel: so wird 1 Tag mehr zu viel abgezogen, als zu viel hinzugesetzt. Um diesen Tag wieder einzubringen, addirt man zu der Epacte des 17ten Jahres 12 anstatt 11, daß also bey 18. XIX und bey 19. XXX oder Null kommt.

§. 74. Zus. 2. Da nach der Gregorianischen Jahrform vom J. 1582 bis 1700, 10 Tage, und vom Jahr 1700 bis 1800, 11 Tage ausgelassen sind §. 28: so müssen die Julianischen Epacten §. 71. für den ersten Zeitraum um 10, für den zweyten um 11 vermindert werden. Hiedurch entsteht

I.

I. Der Gregorianische Epactencirkel 1582 – 1700.

1. I	5. XV	9. XXIX	13. XIII	17. XXVII
2. XII	6. XXVI	10. X	14. XXIV	18. VIII
3. XXIII	7. VII	11. XXI	15. V	19. XIX
4. IV	8. XVIII	12. II	16. XVI	

II. Der Gregorianische Epactencirkel 1700 – 1800.

1. *	5. XIV	9. XXVIII	13. XII	17. XXVI
2. XI	6. XXV	10. IX	14. XXIII	18. VII
3. XXII	7. VI	11. XX	15. IV	19. XVIII
4. III	8. XVII	12. I	16. XV	

§. 75. Anm. Obige Bestimmung §. 68, giebt nur im Allgemeinen die Tage, aber nicht die Stunden an, auf welche die Mondsgestalt fällt, nicht einmahl, ob dies vor oder nach Mitternacht sey, also zu diesem Tage oder dem folgenden gehöre. Die daher entstehende Unzuverläßigkeit muß auch mit der Zahl der Jahre wachsen, und mit der Zeit dieses Verfahren ganz unrichtig machen.

§. 76. Erkl. Da 235 synodische Monate §. 14. = 6939 T. 16 St. 31 M. 45 S; aber 19 Julianische Jahre = 6939 T. 18 St. also um 1 Stunde 28 M. 15 S. d. i. um 5295 S. oder $\frac{5295}{86400}$ eines Tages größer sind: so findet man die Zahl der Jahre, da dieser Unterschied einen ganzen Tag beträgt, wenn man setzt $\frac{5295}{86400} : 1 = 19 : x$, da dann die verlangte Zahl der Jahre $x = \frac{86400 \cdot 19}{5295} = 310$ J. nach deren Verlauf jede Epacte des Mondcirkels um 1 vergrößert werden muß, damit sie die Mondsgestalten um 1 Tag früher angebe. Diese Verbesserung heißt die Mondgleichung. So oft hingegen am Ende eines Jahrhunderts 1 Schalttag weggelassen wird, muß die

Epacte

Epacte um 1 vermindert werden, damit sie die Mondsgestalten um 1 Tag später angebe. Diese Verbesserung heißt die Sonnengleichung.

§. 77. Zus. So oft daher beyde Verbesserungen §. 76. zusammenfallen, heben sie einander auf, wie im Jahre 1800 geschiehet; daher die Tafel §. 74. II. bis zum Jahre 1900 gilt. Ueberhaupt erhellet, daß die Epactentafel fast für jedes Jahrhundert zu verändern ist. Dergleichen Veränderungen sind in allen 30, welche sämtlich eine vollständige Epactentafel, tabula epactarum extensa angiebt, dergleichen la Lande Astr. Tom. I. tab. VIII. liefert. Vergl. art. 1579. sq.

§. 78. Aufg. Für jeden Monat eines gegebenen Jahres den Tag des Neu- und Vollmonds, mittelst der Epacten zu finden.

Aufl. Da die Epacte jährlich um 11; also monatlich sehr nahe um 1 Tag wächst; so suche man die Epacte des gegebenen Jahres, addire dazu die Zahl der Monate vom März an, und subtrahire die Summe von 30, oder wenn sie größer ist von 60: so giebt der Rest den gesuchten Tag des Neumondes, und wenn man dazu 14 addirt, den Tag des Vollmonds.

Z. E. Man verlangt die Mondsgestalt für den November des J. 1796, also für den 9ten Monat vom März an. Die güldene Zahl ist 11. §. 39, also die Epacte 20 §. 74. II. folglich 30 – 29 = 1, oder der Neumond am 1 Nov. der Vollmond am 15 Nov.

Anm. Die Auflösung dieser Aufgaben mittelst eines immerwährenden Kalenders siehe la Lande Astr. art. 1578. 1586 sq. 1593 sq.

§. 79.

§. 79. **Erkl.** Die Indictionscirkel, oder der Cirkel der Römischen Zinszahl ist eine wiederkehrende Reihe von 15 Jahren. Die Anzahl eines Jahres in diesem Cirkel, heißt die Indiction oder der Römer Zinszahl.

§. 80. **Anm.** Der Ursprung dieses Cirkels ist ungewiß. Einige meinen, daß derselbe durch eine unter Constantinus M. gebräuchliche Schatzung bestimmt würde, indem seit dessen Zeit Indiction eine gerichtliche Vorladung zur Abtragung gewisser Steuern bedeutet. Sie ist blos merkwürdig, weil sie in alten Urkunden, auch noch jetzt von den Notarien, zur Bestimmung der Zeit gebraucht wird, und weil die Julianische Periode §. 40. sich darauf gründet, von welcher noch eine Aufgabe §. 43. nachzuholen ist, die zu den unbestimmten Aufgaben Algebr. §. 69. gehört.

§. 81. **Lehns.** Eine Zahl T zu finden, die mit den Zahlen 15, 19, 28 nach einander dividirt, die Zahlen f, g, h, zu Resten lasse, wofern die Division nicht aufgehet.

Aufl. 1. Man setze die gesuchte Zahl $T = Qf + Rg + Sh$, (wobey sowohl als bey dem Folgenden alle Buchstaben ganze positive Zahlen bedeuten) und es sey

1. $Q = 15a + 1$, auch R und S durch 15 theilbar, so ist $\frac{T}{15} = a + \frac{f}{15} + \frac{Sh + Rg}{15}$.

2. $R = 19b + 1$, auch Q und S durch 19 theilbar, so ist $\frac{T}{19} = b + \frac{g}{19} + \frac{Qf + Sh}{19}$.

3. $S = 28c + 1$, auch Q und R durch 28 theilbar, so ist $\frac{T}{28} = c + \frac{h}{28} + \frac{Qf + Rg}{28}$.

II.

II. Da Q durch 19 und 28 theilbahr seyn muß, so sey $Q = 15a + 1 = 19 \cdot 28 \cdot m = 532 \cdot m$, folglich $a = \frac{532 \cdot m - 1}{15} = 35 \cdot m + \frac{7m - 1}{15}$. Setzt man $7m - 1 = 15x$, so ist $m = \frac{15x + 1}{7} = 2x + \frac{x + 1}{7}$ und der kleinste Werth von $x = 6$, folglich $m = 13$. Demnach ist $Q = 19 \cdot 28 \cdot 13 = 6916$.

III. Da R durch 15 und 28 theilbahr seyn muß, so sey $R = 19b + 1 = 15 \cdot 28 \cdot n = 420 \cdot n$, folglich $b = \frac{420n - 1}{19} = 22n + \frac{2n - 1}{19}$, wo man gleich übersiehet, daß der kleinste Werth von $n = 10$ sey. Demnach ist $R = 15 \cdot 28 \cdot 10 = 4200$.

IV. Da S durch 15 und 19 theilbahr seyn muß: so sey $S = 28c + 1 = 15 \cdot 19 \cdot p = 285p$, folglich $c = 10p + \frac{5p - 1}{28}$. Setzt man $5p - 1 = 28z$, so ist $p = 5z + \frac{3z + 1}{5}$, und der kleinste Werth von $z = 3$, folglich $p = 17$. Demnach ist $S = 15 \cdot 19 \cdot 17 = 4845$.

V. Hienach ist in I. $T = 6916 \cdot f + 4200 \cdot g + 4845 \cdot h$, wo f, g, h, alle natürliche Zahlen, nur nicht über 15, 19, 28 bedeuten können. Vergl. Kästners Anfangsgr. der angew. Mathem. Chronologie §. 47.

§. 82. Aufg. Aus den gegebenen Kennzeichen der Zeit f, g, h, das zugehörige Jahr der Julianischen Periode zu finden.

Aufl. Man multipliciere von den gegebenen Zahlen f mit 6916; g mit 4200, und h mit 4845, addire diese Producte und dividire die Summe T, welche etliche Julianische Perioden enthält, durch die Zahl 7980: so giebt der Rest das verlangte Jahr d. J. P. §. 81.

Z. E. Will man wissen, welches Jahr der J. P. die Kennzeichen 4, 2, 10 des ersten Jahres der gemeinen Jahrrechnung habe; da dann

$$\begin{array}{rcr} 4 \cdot 6916 & = & 27664 \\ 2 \cdot 4200 & = & 8400 \\ 10 \cdot 4845 & = & 48450 \\ \hline T & = & 84514. \end{array}$$

welches durch 7980 dividirt, 4714 zum Reste läßt. Vergl. §. 42.

3. Von

3. Von der Festrechnung.

§. 83. Hypothese. Das Kirchenjahr der Juden fängt mit dem nächsten Neumonde nach der Frühlingsnachtgleiche, und ihr Passah vermöge Exod. 12, 6. 18. am 14ten Tage, Luna XIV, des ersten Mondes Abends an. Nun soll das Nicäische Concilium im Jahr 325 verordnet haben, daß das christliche Osterfest, um es nicht mit den Juden zugleich zu feyern, erst am Sonntage nach Luna XIV, welche zunächst nach den 21 März fällt, anfangen solle.

§. 84. Erkl. Die Ostergränze, terminus paschalis, heißt der Tag, auf welchen der nächste Vollmond nach der Frühlingsnachtgleiche einfällt.

§. 85. Zus. Da im Jahr 532, mit welchem sich die Berechnung der christlichen Jahrrechnung des Dionysius Exiguus anfing, und welches das erste Jahr im Mondcirkel war, die Ostergränze auf den 5ten Aprill fiel, diese aber in jedem folgenden Jahre 11 Tage früher als in dem nächst vorhergehenden fällt: so findet man für alle Jahre des Mondcirkels die Ostergränze, wenn man immer von der vorhergehenden 11 Tage subtrahirt, und wenn sie alsdann vor der Nachtgleiche vorhergehet, 30 Tage dazu addirt. Der Wochentag wird nach §. 54. bestimmt. Hiedurch entsteht folgende

Tafel der Julianischen Ostergränzen.

1.	5 Aprill	D	7.	30 März	E	13.	24 März	F
2.	25 März	G	8.	18 Aprill	C	14.	12 Aprill	D
3.	13 Aprill	E	9.	7 Aprill	E	15.	1 Aprill	G
4.	2 Aprill	A	10.	27 März	B	16.	21 März	C
5.	22 März	D	11.	15 Aprill	G	17.	9 Aprill	A
6.	10 Aprill	B	12.	4 Aprill	C	18.	29 März	D
						19.	17 Aprill	B

Anm. Von der Ostergränze des 19ten Jahres, bey welcher man den 7 Schaltmonat auch zu 30 Tagen annimmt, muß man daher 12 Tage anstatt 11 Tage subtrahiren. Hiedurch kommt für das 20 Jahr, wieder der 5. Aprill, womit auch wieder dieselbe Folge der Ostergränzen angehet.

§. 86. Zus. 2. Im ersten Jahre des Gregorianischen Mondcirkels vom J. 1700 an fällt die Ostergränze auf den 13 Aprill. Hiedurch entsteht, wie §. 85. folgende

Tafel der Gregorianischen Ostergränzen 1700 – 1900.

1.	13 Aprill	E	7.	7 Aprill	F	13.	1 Aprill	G
2.	2 Aprill	A	8.	27 März	B	14.	21 März	C
3.	22 März	D	9.	15 Aprill	G	15.	9 Aprill	A
4.	10 Aprill	B	10.	4 Aprill	C	16.	29 März	D
5.	30 März	E	11.	24 März	F	17.	17 Aprill	B
6.	18 Aprill	C	12.	12 Aprill	D	18.	6 Aprill	E
						19.	28 März	A

§. 87. Aufg. Für jedes gegebene Jahr das Julianische und Gregorianische Osterfest zu finden.

Aufl.

Aufl. Man suche für das gegebene Jahr den Sonntagsbuchstaben und die güldene Zahl: so hat man aus §. 85. 86. die Ostergränze, und den Wochentag, woraus sich der nächste Ostersonntag bestimmt.

Z. E. Das Jahr 1796 ist nach §. 39. das 13te im Sonnencirkel, und das 11te im Mondcirkel. Hienach ist

I. Nach dem alten Kalender der Sonntagsbuchstabe FE §. 62, und die Ostergränze 15 Aprill G §. 85, also ein Dienstag, folglich der Ostersonntag 20 Aprill.

I'. Nach dem neuen Kalender der Sonntagsbuchstabe CB §. 64, und die Ostergränze 24 März F §. 86, also ein Donnerstag, folglich der Ostersonntag 27 März.

§. 88. Zus. Die Ostergränze schwebt zwischen dem 21 März und 17 Aprill. Wäre nun irgend einmahl jener ein Sonnabend, dieser ein Sonntag: so fiel das zeitigste Ostern den 22 März, und das späteste den 25 Aprill. Demnach kann Ostern auf 35 verschiedene Tage fallen, und es giebt also 35 mögliche Kalender, welche sich alle in Rüdigers immerwährenden Kalender Leipzig 1789 befinden, und, wie daselbst gezeigt, auf 7 Grundkalender, nach den 7 Sonntagsbuchstaben eingerichtet, zurückführen lassen, indem in einer Reihe von 35 Jahren jedem Sonntagsbuchstaben 5 Ostern zugehören, welche sich aus der Buchstabentafel der Monate März und Aprill §. 54. ergeben.

§. 89. Erkl. Unbewegliche Feste heißen, die jedes Jahr auf einerley Monatstag fallen; bewegliche, die keinen festgesetzten Monatstag halten.

§. 90. Die beweglichen Feste richten sich alle nach dem Osterfeste.

1. Vor Ostern fallen folgende Sonntage rückwärts: Palmarum, Judica, Lätare, Oculi, Reminiscere, Quadragesima, oder Invocavit, Quinquagesima, oder Estomihi, Sexagesima, Septuagesima, und die Sonntage nach Epiphanias.

2. Nach Ostern folgen die Sonntage: Quasimodogeniti, Misericordias Domini, Jubilate, Cantate, Rogate, Exaudi, Pfingsten, Trinitatis, die Sonntage nach Trinitatis, und die 4 Adventssonntage vor Weynachten.

§. 91. Unbewegliche Feste sind die übrigen, die man aus jedem Kalender lernen kann. Einige der vornehmsten sind:

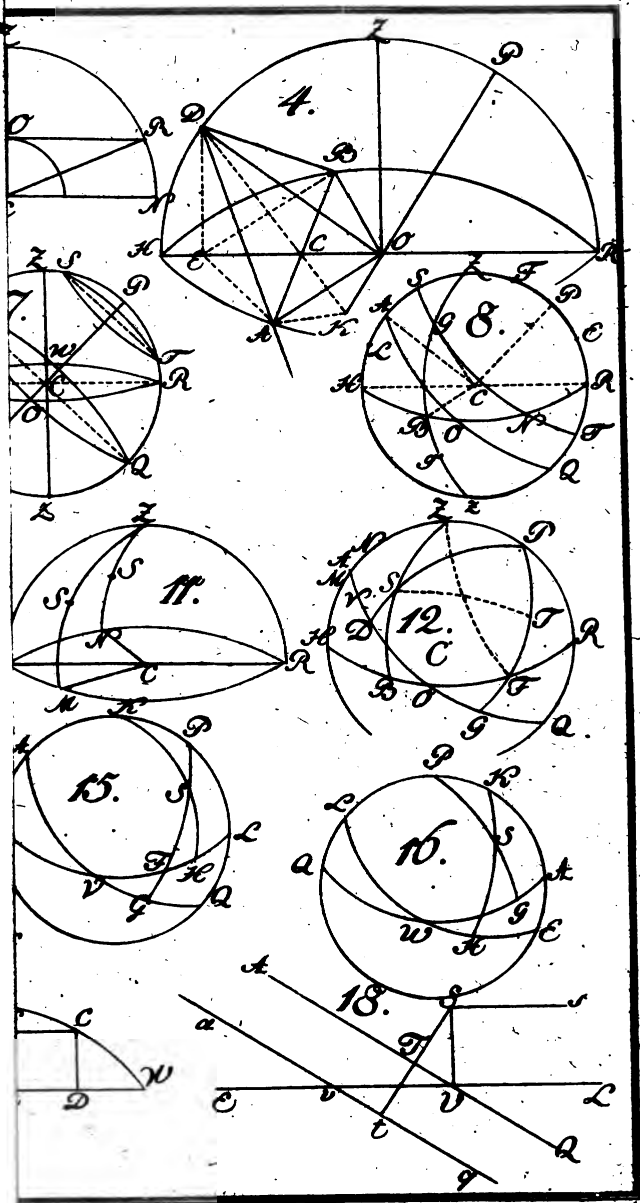
Jan.	1.	Beschneidung Christi.
	6.	Heil. 3 Könige, oder Epiphanias.
	20.	Fabian Sebastian.
Jun.	24.	Johannes der Täufer.
Aug.	24.	Bartholomäus.
Sept.	14.	Kreuzeserhöhung.
	29.	Michaelis.
Oct.	16.	Gallus.
Nov.	11.	Martin Bischof.
Dec.	13.	Luciä.
	25.	Weynachten.

§. 92.

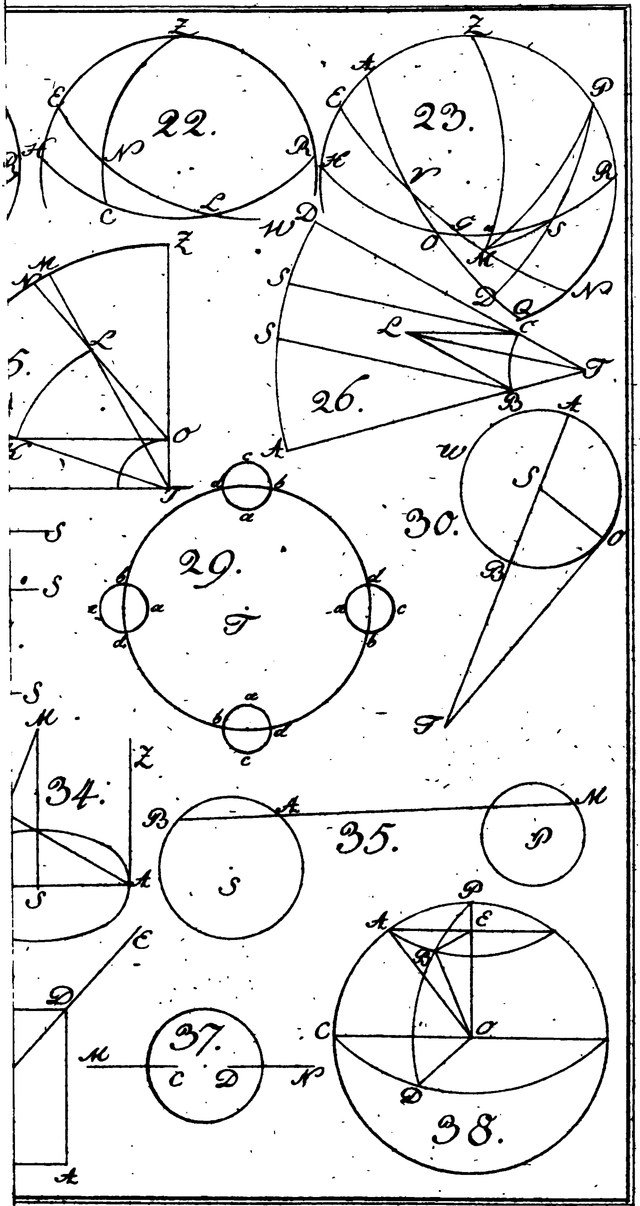
§. 92. Die 4 Quadember fallen insgesamt am Mittwoche: der erste nach Invocavit, der zweyte nach Pfingsten, der dritte nach Kreutzeserhöhung, der vierte nach Luciä. In die Woche Invocavit fällt die Aschermittewoch.

Ende der 2. Abth. des 2ten Theils.

Tab. I.



Tab. 2.



Tab. 3.